



การศึกษาการไหลผ่านของของไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยม  
โดยใช้วิธีโครงผลึกของโบลต์ซมันน์

พลกฤษณ์ คุ้มกล้า

สถักจิต พุกจรรยา

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจากงบประมาณผลประโยชน์ประจำปีงบประมาณ พ.ศ.2554

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร





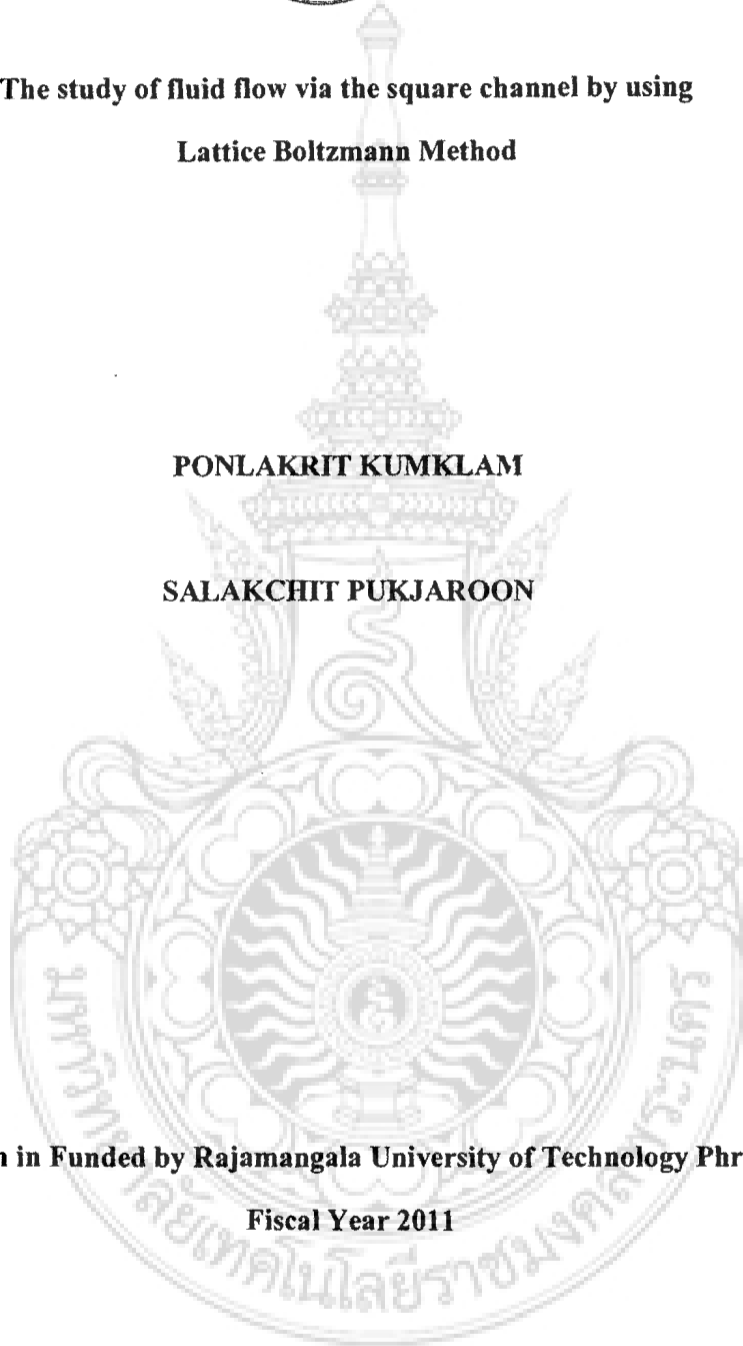
**The study of fluid flow via the square channel by using  
Lattice Boltzmann Method**

**PONLAKRIT KUMKLAM**

**SALAKCHIT PUKJAROON**

**This Research in Funded by Rajamangala University of Technology Phra Nakhon,**

**Fiscal Year 2011**



ชื่อ โครงการวิจัย (ภาษาไทย) การศึกษาการไหลผ่านของของไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยม  
โดยใช้วิธีโครงผลึกของโบลต์ซมันน์

(ภาษาอังกฤษ) The study of fluid flow via the square channel by using  
lattice Boltzmann method

ได้รับทุนอุดหนุนวิจัยประจำปี 2554

ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี

หัวหน้าโครงการวิจัย พลกฤษณ์ คุ้มกล้า

ผู้ร่วมโครงการวิจัย สลักจิต พุกจรรยา

บทคัดย่อ

โครงการวิจัยนี้ศึกษาการไหลของของไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปสี่เหลี่ยมด้วยวิธีโครงผลึกของโบลต์ซมันน์ โดยวิธีนี้จะใช้หลักการการเคลื่อนที่และการชนกันของอนุภาค ตามกฎการอนุรักษ์มวลและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม วัตถุประสงค์เพื่อศึกษารูปแบบการไหลของของไหลที่ผ่านสิ่งกีดขวาง และค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ที่มีผลต่อรูปแบบการไหล การจำลองลักษณะการไหลพบว่า รูปแบบการไหลจะเปลี่ยนจากการไหลแบบราบเรียบเป็นการไหลแบบปั่นป่วน เมื่อค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับหลักการทางทฤษฎี



Title                   The study of fluid flow via the square channel by using  
                              Lattice Boltzmann method

Fiscal Year 2011

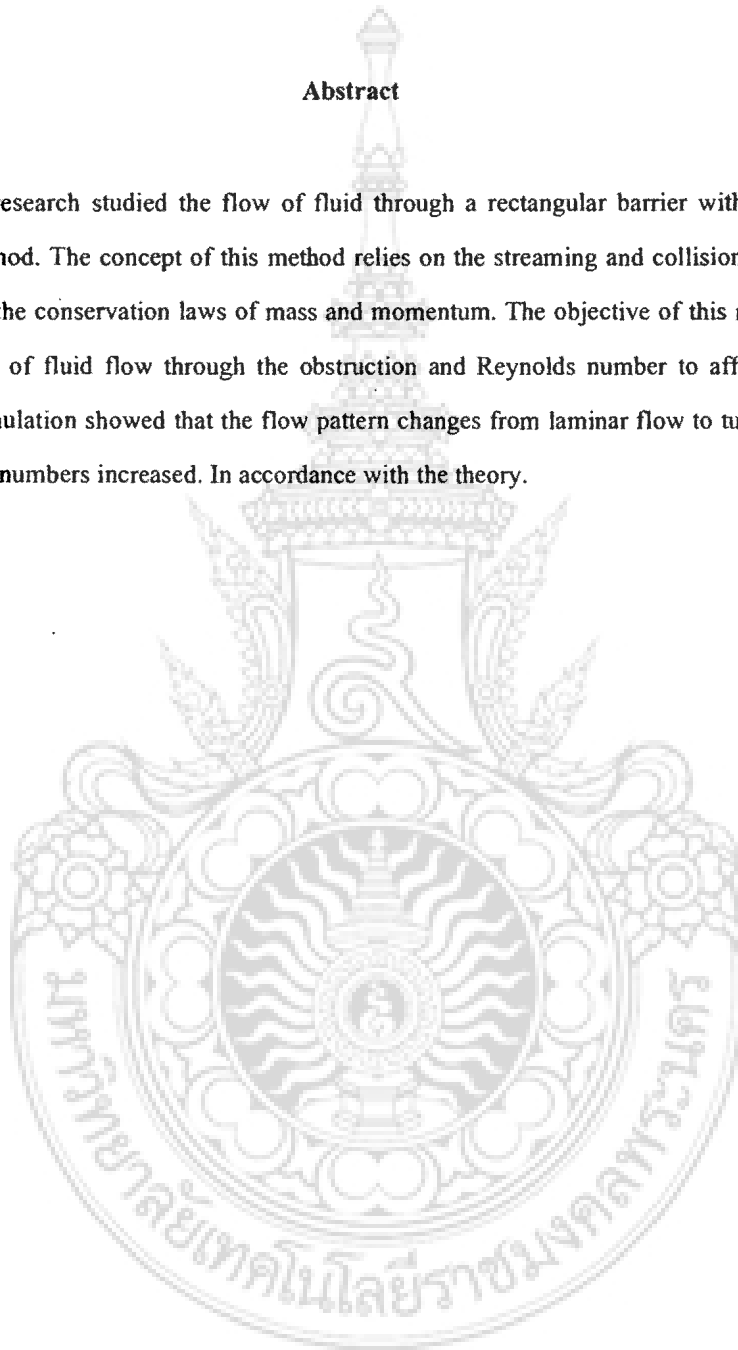
Period of research    1 Year

Head of Project       Ponlakrit Kumklam

Co-researchers       Salakchit Pukjaroon

### Abstract

This research studied the flow of fluid through a rectangular barrier with the Lattice Boltzmann Method. The concept of this method relies on the streaming and collision of particles with respect to the conservation laws of mass and momentum. The objective of this research was studied patterns of fluid flow through the obstruction and Reynolds number to affect the flow pattern. The simulation showed that the flow pattern changes from laminar flow to turbulent flow when Reynolds numbers increased. In accordance with the theory.



## กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้ได้บรรลุตามวัตถุประสงค์และคำเนิงานจนสำเร็จ โดยความช่วยเหลือจากหลายฝ่าย คณะวิจัยขอแสดงความขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์สถานที่สำหรับการวิจัย การวิจัยนี้ครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนจากงบประมาณผลประโยชน์ประจำปีงบประมาณ พ.ศ.2554 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

คณะผู้วิจัย



## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ii
กิตติกรรมประกาศ	iii
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	1
1.3 ขอบเขตการวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 ลักษณะของการไหลแบบปั่นป่วน	3
2.2 เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์	4
2.3 สมการนาเวียร์-สโตคส์	9
2.4 การจำลองการไหลเชิงตัวเลข โดยตรงสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน	10
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	14
3.1 ที่มาของวิธี โครงผลึก โบลต์ซมันน์	14
3.2 แบบจำลองการชน Single-Relaxation-Time	17
3.3 หน่วยในวิธี โครงผลึก โบลต์ซมันน์	19
3.4 เงื่อนไขขอบเขต	20
บทที่ 4 ผลการวิจัย	22
4.1 ผลการจำลองการไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่ำกว่า 1,000	22
4.2 ผลการจำลองการไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ 1,000 ขึ้นไป	26

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ	30
5.1 สรุปผลการวิจัย	30
5.2 ข้อเสนอแนะ	30
บรรณานุกรม	31
ภาคผนวก	33
ประวัติผู้วิจัย	39



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 การทดลองของเรย์โนลด์	5
ภาพที่ 2.2 ลักษณะของเส้นสีในการไหลของของไหล	5
ภาพที่ 2.3 อุปกรณ์สำหรับวัดค่าการสูญเสียที่เกิดขึ้นในท่อ	7
ภาพที่ 2.4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $hf/V$ และ $V$	8
ภาพที่ 3.1 แสดงแบบจำลอง FHP LGCA	15
ภาพที่ 3.2 แสดงโครงสร้างของแบบจำลองความเร็ว D2Q9 LBM	18
ภาพที่ 3.3 แสดง Bounce-Back Boundary Condition	21
ภาพที่ 3.4 แสดงเงื่อนไขขอบเขต	21
ภาพที่ 4.1 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 1$	22
ภาพที่ 4.2 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 30$	22
ภาพที่ 4.3 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 60$	23
ภาพที่ 4.4 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 90$	23
ภาพที่ 4.5 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 120$	23
ภาพที่ 4.6 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 150$	24
ภาพที่ 4.7 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 180$	24
ภาพที่ 4.8 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 210$	24
ภาพที่ 4.9 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 250$	25
ภาพที่ 4.10 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 300$	25
ภาพที่ 4.11 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 500$	25
ภาพที่ 4.12 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 1000$	26
ภาพที่ 4.13 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 2000$	26
ภาพที่ 4.14 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 3000$	26
ภาพที่ 4.15 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 4000$	27
ภาพที่ 4.16 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 5000$	27
ภาพที่ 4.17 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 6000$	27
ภาพที่ 4.18 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 7000$	28

## สารบัญภาพ (ต่อ)

	หน้า
ภาพที่ 4.19 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 8000$	28
ภาพที่ 4.20 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 9000$	28
ภาพที่ 4.21 รูปแบบการไหลที่ค่า $Re = 10000$	29



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

ปัจจุบันการศึกษาวีธีโครงผลึกของโบลต์ซมันน์ (Lattice Boltzmann Method หรือ LBM) ได้นำเข้าสู่การพัฒนาไปเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ สำหรับการจำลองเชิงตัวเลขของการของไหล ตลอดจนปรากฏการณ์ขนส่ง อันเกี่ยวเนื่องกับสมการของของไหลและฟิสิกส์สถิติ ตัวอย่างสำหรับการประยุกต์ใช้เทคนิคนี้ในปัจจุบันได้แก่ การศึกษาการไหลแบบ Poiseuille ผ่านช่องร้อนหนืด และมีพฤติกรรมการไหลแบบ multiphase ซึ่งมีความเร็วสูง โดยของไหลจะมีคุณลักษณะที่บีบอัดได้ สำหรับ LBM มีรูปแบบวิธีประมวลผลที่คล้ายกับวิธี automata แต่ LBM จะมุ่งพิจารณาที่ ค่าเฉลี่ยของความเร็วและความหนาแน่น โดยอาศัยการแก้สมการ Navier-Stokes ด้วยวิธีการที่กล่าวมานี้ จะสามารถศึกษาการไหลของของไหลได้โดยการประมวลผลในระดับจุลภาค

การอธิบายการไหลของของไหลที่ผ่านสิ่งกีดขวางรูปแบบต่างๆ มีด้วยกันหลายวิธี ทั้งการอธิบายด้วยสมการการไหลของเบอร์นูลี (Bernoulli equation) หรือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element) แต่การอธิบายการไหลด้วยหลักการดังกล่าว ยังไม่สามารถอธิบายการไหลของสสารในระดับอนุภาคได้ ทฤษฎีโครงสร้างผลึกของโบลต์ซมันน์จัดเป็น Numerical Tool ตัวใหม่ในการศึกษาการไหลของของไหล ซึ่งทฤษฎีนี้สามารถอธิบายการไหลได้ลึกถึงระดับอนุภาค กล่าวคือ การอธิบายการไหลแบบ LBM สามารถเข้าถึงกระบวนการทางฟิสิกส์ได้ลึกกว่า ทำให้เข้าถึงจลนศาสตร์ของอนุภาค และสามารถสร้างแบบจำลองการไหลของอนุภาคได้

โครงการวิจัยนี้มุ่งเน้นการศึกษารูปแบบการไหลของของไหลผ่านสิ่งกีดขวางเส้นทางการไหลเป็นรูปสี่เหลี่ยม แล้วสร้างแบบจำลองการไหล จากการวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ ที่กำหนดรูปแบบการไหล เช่น ความถี่ เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ จากวิธีการแบบ LBM โดยผลจากการศึกษานี้สามารถอธิบายรูปแบบการไหลของของไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่างๆ ได้

### 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษารูปแบบการไหลของของไหลที่ผ่านสิ่งกีดขวาง
2. เพื่อศึกษาผลของค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ที่มีผลต่อรูปแบบการไหล

### 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

โครงการวิจัยนี้มุ่งเน้นศึกษาการไหลของของไหลที่ไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยม โดยมีสิ่งกีดขวางทางการไหลเป็นก้อนสี่เหลี่ยมรูปลูกบาศก์จำนวน 1 ตัว

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้คุณลักษณะการไหลของของไหลผ่านสิ่งกีดขวาง และอธิบายรูปแบบการไหลที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ต่างๆ ได้



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ลักษณะของการไหลแบบปั่นป่วน

โดยทั่วไปการไหลที่พบในชีวิตประจำวันและการไหลในอุปกรณ์ทางวิศวกรรมนั้นเป็นการไหลแบบปั่นป่วนแทบทั้งหมด ไม่ว่าจะเป็นปัญหาการไหลที่มีรูปร่างของปัญหาไม่ซับซ้อนมากนัก เช่น การไหลในท่อกลมหรือการไหลในท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม รวมไปถึงปัญหาการไหลที่มีรูปร่างของปัญหาซับซ้อน เช่น การไหลผ่านรอยน้ดหรือการไหลผ่านปีกเครื่องบิน เป็นต้น การไหลแบบปั่นป่วนนี้มีพฤติกรรมที่แตกต่างจากการไหลแบบราบเรียบอย่างสิ้นเชิง และยังไม่สามารถหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์เพื่ออธิบายพฤติกรรมของการไหลประเภทนี้ได้ ซึ่งลักษณะหรือพฤติกรรมเด่นของการไหลแบบปั่นป่วนมีดังนี้

1. การไหลแบบปั่นป่วนมีการเปลี่ยนแปลงแบบสุ่มตลอดเวลา พฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนในข้อนี้เป็นพฤติกรรมที่เห็นได้เด่นชัดที่สุด ซึ่งจากพฤติกรรมข้อนี้เองทำให้การวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนต้องทำในลักษณะของการหาค่าเฉลี่ยสำหรับตัวแปรต่าง ๆ เท่านั้น

2. การไหลแบบปั่นป่วนเป็นการไหลที่มีลักษณะแพร่กระจาย ซึ่งจากพฤติกรรมนี้ทำให้อัตราการถ่ายเทโมเมนตัม, อัตราการถ่ายเทความร้อน และอัตราการถ่ายเทมวลเพิ่มขึ้น รวมไปถึงช่วยเพิ่มความเร็วในการผสมของไหลหลายชนิดเข้าด้วยกันอีกด้วย

3. การไหลแบบปั่นป่วนเกิดขึ้นเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์สูงพอ โดยทั่วไปเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ของการไหลสูงพอ ของไหลจะเปลี่ยนสถานะการไหลจากการไหลแบบราบเรียบไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วนเนื่องจากการสูญเสียเสถียรภาพของการไหล ซึ่งค่าเลขเรย์โนลด์ที่ทำให้ของไหลเริ่มเปลี่ยนสถานะจากการไหลแบบราบเรียบไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของปัญหาที่พิจารณา และเรียกค่าเลขเรย์โนลด์ ณ ตำแหน่งนี้ว่า “ค่าเลขเรย์โนลด์วิกฤต” (Critical Reynolds Number) โดยทั่วไปค่าเลขเรย์โนลด์วิกฤตสำหรับการไหลในท่ออยู่ที่ประมาณ 2300 ส่วนค่าเลขเรย์โนลด์วิกฤตสำหรับการไหลผ่านวัตถุอยู่ที่ประมาณ 500,000 (White, 2003)

4. การไหลแบบปั่นป่วนมีการเปลี่ยนแปลงการหมุนวนในสามมิติตลอดเวลา ซึ่งลักษณะการเคลื่อนที่ของความหมุนวนนี้ เป็นพฤติกรรมที่สำคัญในการอธิบายว่าการไหลนั้นเป็นการไหลแบบปั่นป่วนหรือไม่ เนื่องจากถ้าการไหลนั้นมีแค่การเปลี่ยนแปลงความเร็วในลักษณะสองมิติเพียงอย่างเดียว การไหลนั้นจะไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงการหมุนวนขึ้นและการไหลลักษณะนั้นจะไม่เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

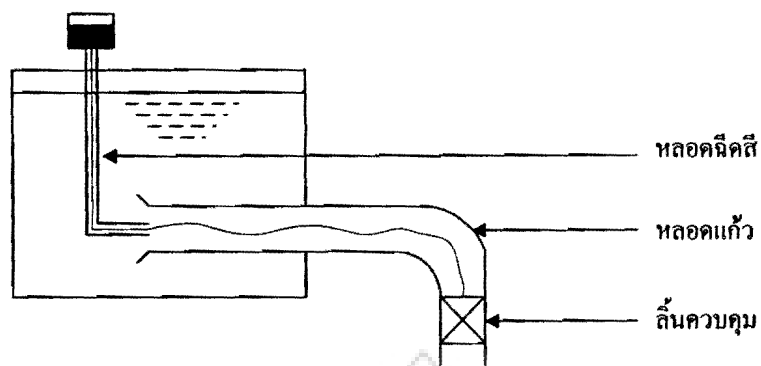
5. การไหลแบบปั่นป่วนมีการสูญเสียพลังงานอย่างสม่ำเสมอ การไหลแบบปั่นป่วนสูญเสียพลังงานเนื่องจากความหนืดของของไหล โดยจะทำการเปลี่ยนรูปพลังงานงานจนที่ได้จากการไหลให้เป็นพลังงานภายในของของไหลเพื่อให้ของไหลสามารถเคลื่อนที่ได้ ดังนั้นการไหลแบบปั่นป่วนจึงต้องการพลังงานอย่างต่อเนื่องเพื่อป้องกันไม่ให้ความปั่นป่วนสลายตัว

6. การไหลแบบปั่นป่วนเป็นการไหลที่อยู่ในช่วงสารเนื้อต่อเนื่อง ในการไหลแบบปั่นป่วนนี้จะมีขนาดของการหมุนวนอยู่หลายขนาด ซึ่งขนาดของการหมุนวนที่เล็กที่สุดนั้นจะใหญ่กว่าขนาดของโมเลกุล ดังนั้นพฤติกรรมต่างๆ ของการไหลแบบปั่นป่วนจึงเป็นไปตามสมการควบคุมของของไหล ซึ่งได้แก่สมการอนุพันธ์มวลและสมการอนุพันธ์โมเมนตัม

## 2.2 เรย์โนลด์นัมเบอร์

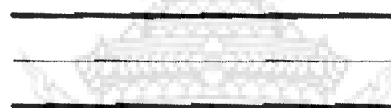
ของไหลที่มีการไหลแบบคงตัว (Steady flow) ขณะที่มีการไหลในท่อจะเกิดแรงเสียดทานอันเนื่องมาจากแรงเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหลกับผนังท่อ และระหว่างอนุภาคของของไหลเอง อันเนื่องมาจากความหนืดของของไหล ซึ่งจะทำให้ต้องสูญเสียพลังงานไปส่วนหนึ่งในการไหลเพื่อเอาชนะความเสียดทานดังกล่าว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของการไหลด้วย การไหลในท่ออาจไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) หรือแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) โดยการไหลแต่ละแบบก็จะมีลักษณะและวิธีการวิเคราะห์ที่แตกต่างกันออกไป ปัญหาที่เกี่ยวกับการไหลในท่อส่วนใหญ่จะอาศัยหลักการของพลังงาน สมการสภาพความต่อเนื่อง การสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ในปี พ.ศ.2426 ออสบอร์น เรย์โนลด์ได้ทำการทดลองพบว่า การไหลของของไหลแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบราบเรียบ และแบบปั่นป่วน โดยใช้ชุดทดลองที่ประกอบด้วยถังบรรจุน้ำชนิดให้เกิดเขตกว้างที่ และมีถังเล็กๆ บรรจุสีอยู่ด้านบน ที่กลางถังมีหลอดแก้ววางในแนวนอน ปลายข้างหนึ่งผายออก ปลายอีกข้างหนึ่งบีบออกมาออกถัง และมีลิ้นควบคุมติดอยู่ ดังแสดงในภาพที่ 2.1 น้ำจะไหลออกจากถังผ่านหลอดแก้วสู่บรรยากาศ โดยปรับความเร็วในการไหลด้วยลิ้นควบคุมที่ปากทางเข้า หลอดแก้วจะมีท่อเล็กๆ ต่อจากถังสีเพื่อปล่อยสีให้ไปผสมกับน้ำ สีที่ใช้จะมีน้ำหมึกจําเพาะเท่ากับน้ำ

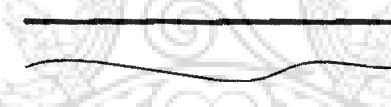


ภาพที่ 2.1 การทดลองของเรย์โนลด์

จากการทดลอง พบว่าเมื่อการไหลมีความเร็วต่ำ ลักษณะเส้นของสีที่ปรากฏจะราบเรียบเป็นเส้นตรงนิ่ง เหมือนไม่มีการเคลื่อนไหว แต่เมื่อเพิ่มความเร็วของการไหลขึ้นไปเรื่อยๆ จนถึงค่าหนึ่ง จะพบว่าเส้นของสีเริ่มสั่นพริ้วไม่เป็นระเบียบ และเมื่อเพิ่มความเร็วให้มากขึ้นอีก เส้นสีก็จะยิ่งสั่นมากและกระจายไปทั่วหน้าตัดของท่อ พิจารณาจากสภาวะต่างๆ ของเส้นสีเมื่อความเร็วของการไหลมีการเปลี่ยนแปลงได้จากภาพที่ 2.2



(ก) การไหลแบบราบเรียบ



(ข) ช่วงการเปลี่ยนแปลง



(ค) การไหลแบบปั่นป่วน

ภาพที่ 2.2 ลักษณะของเส้นสีในการไหลของของไหล

เรย์โนลด์ได้สรุปผลการทดลองนี้ว่า เมื่อความเร็วในการไหลมีค่าต่ำ อนุภาคของของไหลจะไม่แตกกระจายและจะเคลื่อนที่ในแนวขนานเป็นชั้นๆ ไม่แตกกระจาย ซึ่งเป็นลักษณะของการไหลแบบราบเรียบ แต่ที่ความเร็วสูงๆ เส้นสีจะแตกกระจาย แสดงว่าอนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ปะปนกันไม่เป็นระเบียบ อันเป็นการไหลแบบปั่นป่วน ส่วนช่วงของความเร็ววิกฤติ (Critical velocity) นั้นจะขึ้นอยู่กับชนิดของของไหล อุณหภูมิและลักษณะของท่อ สำหรับสภาวะการไหลที่เกิดขึ้นระหว่างการไหลแบบราบเรียบ และการไหลแบบปั่นป่วนเรียกว่า "Transition state" คือสภาวะที่การไหลมีการเปลี่ยนแปลง

จากการทดลองดังกล่าว เรย์โนลด์พบว่าสาเหตุของการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนนี้ เป็นผลมาจากแรงเฉื่อยและความหนืด กล่าวคือที่ความเร็วต่ำ แม้ว่าของไหลจะมีความหนืดน้อย แต่แรงอันเกิดจากความหนืดจะมีค่ามากกว่าแรงอื่นๆ แต่ที่ความเร็วสูงๆ แรงเฉื่อยจะมีค่ามากกว่าแรงอันเกิดจากความหนืด เรย์โนลด์ได้แสดงความสัมพันธ์ของแรงเฉื่อยและแรงอันเกิดจากความหนืดไว้ ซึ่งเรียกว่า เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynold number) ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์จะไม่มีหน่วย ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$R_c \text{ หรือ } N_r = \frac{\text{แรงเฉื่อย}}{\text{แรงอันเกิดจากความหนืด}} = \frac{F_i}{F_v}$$

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$F = ma$$

$$= \rho Va$$

$$= \rho L^3 \frac{L}{T^2}$$

$$= \rho L^2 V^2$$

และจากกฎของนิวตันที่เกี่ยวกับความหนืด

$$F_v = \tau a$$

$$= \mu \frac{dV}{dy} L^2 = \mu VL$$

$$\therefore R_e \text{ หรือ } N_R = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu V L} = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $\rho$  คือความหนาแน่นของของไหล

$\mu$  คือความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล

$V$  คือความเร็วในการไหล

$L$  คือมิติของขนาด

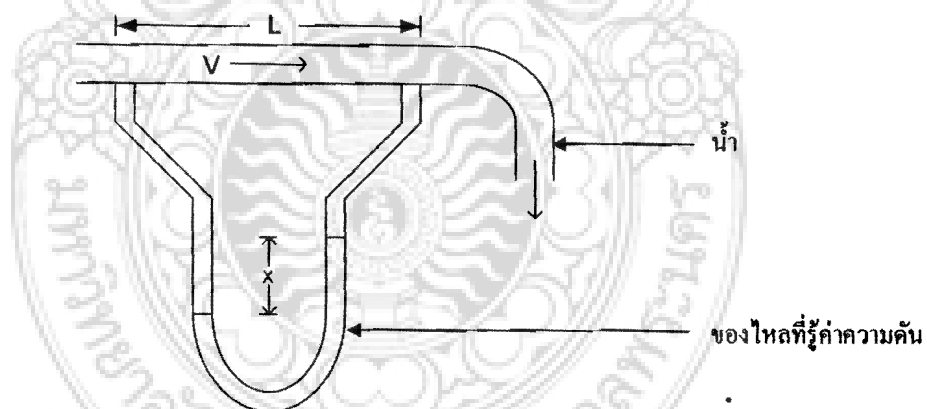
สำหรับการไหลในท่อกลม ความเร็วในการไหลจะเป็นค่าเฉลี่ยของความเร็วและ  $L$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในท่อ

$$\text{ดังนั้นสำหรับการไหลในท่อกลม } R_e = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

เมื่อ  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  คือค่าความหนืดจลน์ของของไหล

ค่าเรย์โนลด์ส์นับเบอร์เป็นค่าที่สำคัญมากในการที่จะระบุว่าการไหลของของไหลจะเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วน

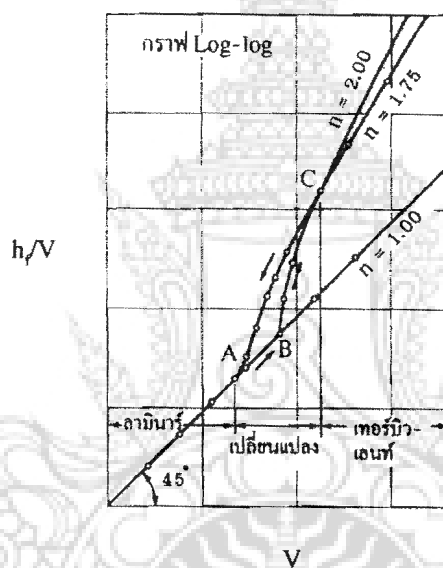
เราสามารถทดลองแบบง่ายๆ เพื่อแสดงถึงการไหลทั้งสองแบบตามภาพที่ 2.3 โดยใช้อุปกรณ์ประกอบด้วยท่อในแนวนอน ซึ่งเราทราบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง โดยมีแมนอมิเตอร์ติดอยู่ด้วย เพื่อวัดค่าการสูญเสียพลังงานในรูปของเฮด ( $h_f$ ) ที่เกิดขึ้นในช่วงความยาว  $L$  ของท่อ เราสามารถอ่านค่าการสูญเสียพลังงานหรือที่เรียกว่าการสูญเสียเฮด (Head loss) ได้จากแมนอมิเตอร์ และหาความเร็วเฉลี่ยของการไหลโดยวัดอัตราการไหลที่ไหลออกด้วยวิธีนี้ ถ้าเราปรับให้ความเร็วในการไหลมีค่าแตกต่างกันหลายๆ ค่า เราก็จะได้ค่าการสูญเสียเฮดที่แตกต่างกันหลายค่าด้วย



ภาพที่ 2.3 อุปกรณ์สำหรับวัดค่าการสูญเสียที่เกิดขึ้นในท่อ

เมื่อนำค่าต่างๆ มาเขียนกราฟบน Log scale โดยให้ค่า  $h/V$  เป็นแกนตั้ง และค่าความเร็ว  $V$  เป็นแกนนอน ก็จะได้กราฟดังแสดงในภาพที่ 2.4 จะเห็นว่าเมื่อค่า  $V$  น้อย ลักษณะของกราฟจะเป็นเส้นตรง มีค่าความลาดเอียงเท่ากับ 1 หมายความว่าความสูญเสียเสดอันเกิดจากความฝืดจะแปรผันตรงกับความเร็วของการไหล ลักษณะเช่นนี้จะเกิดขึ้นจนถึงจุด B ซึ่งช่วง B ถึง C เป็นช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลง (Transition state) ซึ่งค่า  $h/V$  จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และค่าการสูญเสียเสดจะมีค่าไม่แน่นอน และหลังจากช่วงการเปลี่ยนไปแล้ว กราฟจะเป็นเส้นตรงอีกครั้ง โดยจะมีความลาดเอียงระหว่าง 1.72 ถึง 2.00

อย่างไรก็ตาม ถ้าเราลดความเร็วในการไหลลงจากจุดสูงสุดของกราฟ แล้วนำค่าต่างๆ ไปเขียนกราฟจะพบว่า เส้นกราฟจากจุด C ลงไป จะไม่ทับกับเส้น BC แต่จะเป็นไปตาม CA ดังภาพที่ 2.4 จุด B คือจุดวิกฤตสูงและจุด A คือจุดวิกฤตต่ำ ส่วนความเร็วที่จุดทั้งสองจะเรียกว่า ความเร็ววิกฤตสูง (Upper critical velocity) และความเร็ววิกฤตต่ำ (Lower critical velocity) ตามลำดับ



ภาพที่ 2.4 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $h/V$  และ  $V$

ตั้งแต่จุดเริ่มต้นถึงจุด A การลดลงของเสดความดัน อันเกิดจากความเสียดทานและแปรผันตรงกับความเร็วเฉลี่ยของการไหล ในช่วงนี้เป็นช่วงของการไหลแบบราบเรียบ หลังจากจุด C ไปแล้วการลดลงของเสดความดันจะแปรผันกับ  $V^n$  เมื่อ  $n$  มีค่าตั้งแต่ 1.72 ถึง 2.0 ในช่วงนี้เป็นการไหล

แบบปั่นป่วน ระหว่างจุด A ถึง C หรือช่วงระหว่างการไหลแบบราบเรียบ และการไหลแบบปั่นป่วน คือช่วง Transition ดังรูปที่ 2.4

จุด B คือจุดเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์วิกฤตสูง เป็นจุดสุดท้ายของการเกิดการไหลแบบราบเรียบ ในท่อ ผู้ที่ค้นพบจุดนี้คือเรย์โนลด์ จุดนี้มีค่าระหว่าง 12,000 ถึง 14,000 แต่จุดเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์วิกฤตสูงนี้มีค่าไม่แน่นอน ขึ้นอยู่กับสภาพการไหลก่อนหน้านี้ รูปร่างปากทางเข้าท่อ ความขรุขระของผิวท่อ เป็นต้น ดังนั้นในทางปฏิบัติค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์วิกฤตสูงจะอยู่ระหว่าง 2,700 ถึง 4,000

จุด A คือจุดเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์วิกฤตต่ำ เป็นจุดที่มีความสำคัญมากกว่าจุด B เพราะจะแสดงสถานะที่มีการไหลแบบราบเรียบ จากการทดลองพบว่าจุดนี้จะมีค่าประมาณ 2,000 ดังนั้นค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ ( $R_c$ ) ระหว่าง 2,000 ถึง 4,000 จะเป็นช่วง Transition

ดังนั้นสำหรับการไหลในท่อ เราอาจคาดการณ์ได้ว่า การไหลนั้นจะเป็นจะเป็นแบบราบเรียบถ้าค่า  $R_c$  ต่ำกว่า 2,000 และเป็นแบบปั่นป่วนถ้าค่า  $R_c$  มากกว่า 4,000 อย่างไรก็ตามค่า  $R_c$  ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมทางเรขาคณิตด้วย เช่น การไหลระหว่างแผ่นราบนั้น ค่า  $R_c$  ที่คำนวณโดยใช้ค่าความเร็วเฉลี่ยและระยะห่างระหว่างแผ่นราบนั้นจะมีค่าประมาณ 1,000 ในกรณีการไหลในช่องทางเปิด ค่า  $R_c$  ที่คำนวณจากค่าความเร็วเฉลี่ยและความลึกของการไหลนั้น มีค่าประมาณ 500 เป็นต้น

### 2.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์

สมการนาเวียร์-สโตกส์ เป็นสมการการเคลื่อนที่ของของไหลที่สมบูรณ์ สำหรับของไหลประเภทนิวโตเนียน จะได้ว่า (สมบูรณ์ พรพิเนตรพงศ์, 2541)

$$\rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + B_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \zeta \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.2)$$

ปกติแล้วค่าความหนืดสามารถนำออกจากอนุพันธ์ได้โดยไม่ผิดพลาดมากนัก สำหรับของไหลไม่ขยุบตัว ( $\nabla \cdot V = 0$ ) สมการข้างต้นลดรูปเหลือเพียง

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + B + \mu \nabla^2 V \quad (2.3)$$

ซึ่งเป็นสมการที่มีความสำคัญมากที่นักพลศาสตร์ของไหลต้องทำความเข้าใจไว้ สำหรับแรงเทห์ จากแรงโน้มถ่วง B สามารถแทนด้วย  $-\rho \nabla \psi$  ควรจำไว้เสมอว่า  $\frac{D}{Dt}$  และ  $\nabla^2$  คือ

เครื่องหมายเวกเตอร์ และไม่สามารถประยุกต์ได้กับองค์ประกอบความเร็ว ยกเว้นแต่ในพิกัดคาร์ทีเซียน เราต้องกระจายเครื่องหมายเวกเตอร์เสียก่อนจึงจะพิจารณาถึงองค์ประกอบของสมการในพิกัดต่างๆ แม้ว่าสมการ (2.3) มีรูปแบบที่ง่ายแต่คำตอบของมันมีความซับซ้อน อันเนื่องจากเทอมไม่เชิงเส้นที่อยู่ด้านซ้ายมือ

ถ้าเปรียบเทียบกับสมการนาเวียร์-สโตคส์กับสมการออยเลอร์ที่ใช้กับการไหลไม่มีความคิดความแตกต่างคือเทอมที่เพิ่มเข้ามาเกี่ยวข้องกับค่าความหนืด ถ้าเป็นของไหลไม่ขุ่นตัวจะอยู่ในรูปของ  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  ( $i \neq j$ ) ด้วยเหตุนี้ถ้าเป็นการไหลไม่ขุ่นตัว แม้  $\mu$  จะไม่เท่ากับศูนย์ เทอมของความหนืดก็จะมีค่าน้อยมาก ถ้าอนุพันธ์ของ  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  มีค่าน้อย สมการข้างต้นจะลดรูปลงเป็นเพียงสมการออยเลอร์

เพราะฉะนั้นสมการนาเวียร์-สโตคส์ ลดรูปเป็นสมการออยเลอร์ ถ้าความหนืดมีค่าน้อยหรืออนุพันธ์ของความเร็วเทียบกับทิศทางที่ไม่ใช่ทิศเดียวกับความเร็วมักมีค่าน้อย การประมาณในกรณีหลังนี้มีความสำคัญทางกลศาสตร์ของของไหล มีการสมมุติให้การไหลมากมายแบ่งเป็นสองอาณาเขต ส่วนที่อยู่ชิดกับผิววัตถุที่ซึ่งเทอมของความหนืดมีความสำคัญ (สมการนาเวียร์-สโตคส์ ต้องถูกนำมาใช้) และส่วนที่อยู่ห่างจากผิววัตถุประมาณได้อย่างถูกต้องด้วยสมการออยเลอร์

#### 2.4 การจำลองการไหลเชิงตัวเลขโดยตรงสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

การจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนนั้นสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท โดยประเภทแรกจะทำการแก้สมการ Navier-Stokes โดยตรงเพื่อหาค่าความเร็วที่เวลาใด ๆ จากนั้นจึงทำการหาค่าความเร็วเฉลี่ยและความเค้นของเรย์โนลด์ ซึ่งจากการแก้สมการ Navier-Stokes โดยตรงนั้นทำให้สามารถคำนวณหาค่าความเร็วได้ครบทั้งสามทิศทาง รวมไปถึงสามารถหาความเค้นของเรย์โนลด์ได้ครบทั้ง 6 ตัว และผลลัพธ์ที่ได้นั้นก็มีความถูกต้องค่อนข้างสูง สำหรับการจำลองเชิงตัวเลขแบบนี้ได้แก่การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation, DNS) ซึ่งเป็นการแก้สมการ Navier-Stokes โดยไม่ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน และ Large-Eddy Simulation (LES) ซึ่งเป็นการแก้สมการ Navier-Stokes โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนช่วยจับสเกลความปั่นป่วนขนาดเล็ก ๆ ส่วนสเกลความปั่นป่วนขนาดใหญ่จะใช้ความละเอียดของกริดในการจับส่วนประเภทที่ 2 นั้นจะทำการแก้สมการ RANS เพื่อทำการหาค่าความเร็วเฉลี่ย แต่เนื่องจากสมการ

RANS นั้นมีจำนวนตัวแปรมากกว่าจำนวนสมการอันเนื่องมาจากเทอมความเค้นของเรย์โนลด์ ดังนั้นในการแก้สมการ RANS จึงจำเป็นที่จะต้องใช้แบบจำลองความปั่นป่วนต่างๆ เข้ามาช่วย เช่นแบบจำลองความปั่นป่วน k-ε หรือแบบจำลองความปั่นป่วน k-ω เป็นต้น การแก้สมการ RANS นั้นมีข้อดีคือจำนวนจุดทั้งหมดที่ใช้ในการคำนวณไม่สูงมากเมื่อเทียบกับ DNS หรือ LES ดังนั้นการนำสมการ RANS ไปใช้แก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนจึงให้ผลลัพธ์ที่เร็วกว่าและสามารถนำไปใช้กับการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้ แต่อย่างไรก็ตามผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการ RANS นั้นค่อนข้างแย่กว่าผลลัพธ์ที่ได้จาก DNS และ LES เนื่องจากแบบจำลองความปั่นป่วนใช้สำหรับสมการ RANS นั้นยังไม่มีประสิทธิภาพมากพอ

การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นเป็นเทคนิค ที่ได้รับการยอมรับว่ามีความถูกต้องของผลลัพธ์มากที่สุดสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน และอาจถือได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นมีความถูกต้องเทียบเท่ากับผลที่ได้จากการทดลอง ดังนั้นจึงอาจถือได้ว่าการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นคือการทำการทดลองประการหนึ่งนั่นเอง อย่างไรก็ตามการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นก็มีข้อจำกัดตรงที่ไม่สามารถนำไปใช้กับการไหลที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน หรือการไหลในงานทางวิศวกรรมได้ เนื่องจากการไหลเหล่านั้นเป็นการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงทั้งสิ้น สาเหตุที่ไม่สามารถนำการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงไปใช้จำลองการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้นั้น เนื่องจากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงจะต้องทำการจับตั้งแต่สเกลที่เล็กที่สุดของความปั่นป่วนไปจนถึงสเกลที่ใหญ่ที่สุดเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องมากที่สุด ซึ่งในการที่จะจับสเกลที่เล็กที่สุดให้ได้นั้น จำเป็นที่จะต้องกำหนดให้ระยะห่างระหว่างโนดที่ใช้ในการคำนวณเล็กเพียงพอ ดังนั้นจึงทำให้จำนวนจุดที่ใช้คำนวณสำหรับการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นมีจำนวนมาก โดยจำนวนจุดทั้งหมดที่ใช้ในการคำนวณนั้นจะแปรผันตามค่าเลขเรย์โนลด์ดังนี้ (Moin and Mahesh, 1998)

$$N \approx Re_r^{2/4} \quad (2.4)$$

เมื่อ N คือจำนวนจุดทั้งหมดที่ควรใช้ในการคำนวณ และ  $Re_r$  คือเลขเรย์โนลด์ของความปั่นป่วน โดยคำนวณมาจากความเร็วปั่นป่วนและความยาวที่เป็นลักษณะเฉพาะของปัญหาการไหลนั้น (Characteristic Length Scale of Flow)

สำหรับสเกลที่ใหญ่ที่สุดของความปั่นป่วนนั้นจะเปลี่ยนไปตามรูปร่างของปัญหา ส่วนสเกลที่เล็กที่สุดของความปั่นป่วนคือสเกลที่เรียกว่าสเกลของ Kolmogorov ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\eta = \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (2.5)$$

เมื่อ  $\eta$  คือสเกลของ Kolmogorov,  $\nu$  คือความหนืดจลศาสตร์ และ  $\varepsilon$  คืออัตราการสูญเสียพลังงานของความปั่นป่วน (Turbulent Dissipation Rate) สำหรับระยะห่างระหว่างโนดที่ใช้ในการคำนวณเพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงมีความถูกต้องมากที่สุด จะแตกต่างกันไปตามระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ ยกตัวอย่างเช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ผลต่างสี่เหลี่ยมแบบตรงกลางที่มีความผิดพลาดอันดับสอง ควรใช้ระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $0.26\eta$ , ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ผลต่างสี่เหลี่ยมแบบตรงกลางที่มีความผิดพลาดอันดับสี่ควรใช้ระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $0.55\eta$  และระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ฟูเรียร์สเปกตรัล (Fourier Spectral) ควรใช้ระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $1.5\eta$  เป็นต้น อย่างไรก็ตามไม่พบขอแนะนำสำหรับระยะห่างระหว่างโนดที่ใช้ในการคำนวณในวิธีโครงข่ายโบลต์ซมันน์

Moin and Mahesh (1998) ได้กล่าวไว้ว่าการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงคือเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย และไม่ใช้ผลเฉลยแม่นยำตรงสำหรับสมการ Navier-Stokes จุดมุ่งหมายของการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงนั้นไม่ใช่ทำเพื่อจำลองการไหลสำหรับการไหลในชีวิตจริง แต่ทำเพื่อศึกษาถึงลักษณะทางฟิสิกส์ของการไหลแบบปั่นป่วนให้เข้าใจยิ่งขึ้น เนื่องจากเราไม่สามารถมองเห็นโครงสร้างของความปั่นป่วนทั้งหมดได้จากการทดลอง และยังสามารถนำข้อมูลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงไปพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับสมการ RANS ได้อีกด้วย

การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงได้ถูกนำมาใช้เป็นครั้งแรกโดย Orszag and Patterson (1972) โดยทำการจำลองปัญหาการไหลที่เรียกว่า Homogeneous Isotropic Turbulence (HIT) ซึ่งเป็นการไหลที่มีลักษณะ Homogeneous ทั้ง 3 ทิศทาง และใช้จำนวนจุดทั้งหมดในการคำนวณเท่ากับ  $32^3$  จุดประสงค์ในการทำการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงครั้งนั้นคือเพื่อแสดงให้เห็นว่าวิธีสเปกตรัล (Spectral Method) สามารถนำไปใช้จำลองการไหลแบบปั่นป่วนในสามมิติได้ อย่างไรก็ตามเนื่องจากประสิทธิภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์ในทศวรรษที่ 70 ยังไม่มีประสิทธิภาพเพียงพอจึงยังไม่สามารถใช้ในการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงกับปัญหาการไหลที่มีผนังได้

การจำลองเชิงตัวเลข โดยตรงสำหรับปัญหาการไหลที่มีผนังนั้น ได้เริ่มทำเป็นครั้งแรกโดย Kim, Moin, and Moser (1987) ที่ใช้วิธีสเปกตรัลทำการจำลองการไหลที่เรียกว่าการไหลในช่องคู่ขนานที่หุดันิ่งในสามมิติ ซึ่งปัญหาการไหลนี้เป็นปัญหาการไหลที่มีลักษณะ Homogeneous อยู่ 2 ทิศทางคือในทิศทางการไหล (Streamwise Direction) และในทิศทางขวางการไหล (Spanwise Direction) โดยในสองทิศทางนี้จะใช้เงื่อนไขขอบเขตแบบวนซ้ำ ส่วนในทิศทางตั้งฉากกับการไหล (Normal Direction) นั้นเป็นผนังซึ่งมีลักษณะเป็น Non-Homogeneous นั้นเอง จุดประสงค์ของการจำลองเชิงตัวเลข โดยตรงสำหรับปัญหานี้ ทำเพื่อศึกษาถึงลักษณะทางฟิสิกส์ของความปั่นป่วนบริเวณใกล้ผนัง ซึ่งในการคำนวณได้ใช้จำนวนจุดทั้งหมดเท่ากับ  $192 \times 129 \times 160$  ในทิศทาง  $x, y, z$  ตามลำดับ และค่าเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 3300 เมื่อคำนวณค่าเลขเรย์โนลด์จากความเร็วที่จุดกึ่งกลางท่อ และความสูงครึ่งหนึ่งของท่อ หรือค่าเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 180 เมื่อคำนวณค่าเลขเรย์โนลด์จากความเร็วเทียบทานเฉลี่ยและความสูงครึ่งหนึ่งของท่อ



### บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

วิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์เป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ค่อนข้างใหม่ สำหรับพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ และเริ่มได้รับความนิยมในการจำลองพฤติกรรมการไหลในปัญหาการไหลแบบต่างๆ ที่มีความซับซ้อน หลักการของวิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์นั้นอ้างอิงมาจากทฤษฎีจลศาสตร์ (Kinetic Theory) และสมการ โบลต์ซมันน์ (Boltzmann Equation) และเนื่องจากสมการ โบลต์ซมันน์ นั้นสามารถอธิบายพฤติกรรมการไหลในระดับไมโคร จึงทำให้วิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์สามารถจำลองพฤติกรรมการไหลได้ทั้งในระดับไมโครและในระดับแมโคร และวิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์ มีจุดเด่นตรงที่ขั้นตอนในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไม่ซับซ้อนมากนัก รวมไปถึงสามารถพัฒนาเพื่อทำการคำนวณแบบขนานได้ค่อนข้างง่าย

#### 3.1 ที่มาของวิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์

วิธี โครงผลึกโบลต์ซมันน์ (Lattice Boltzmann Method, LBM) ได้ถูกพัฒนามาจากวิธี Lattice Gas Cellular Automata (LGCA) ซึ่ง Frisch, Hasslacher, and Pomeau (1986) ได้นำเสนอขึ้นเพื่อจำลองการไหลในสองมิติ โดยมีแนวคิดมาจากการเคลื่อนที่ (Streaming) และการชนกัน (Collision) ของอนุภาค (Particle) ตามหลักการของกฎอนุรักษ์มวลและกฎอนุรักษ์โมเมนตัม และได้กำหนดให้รูปทรงของโครงผลึกเป็นแบบหกเหลี่ยมที่มีลักษณะสมมาตร (Hexagonal Lattice) โดยที่แต่ละ โหนดของโครงผลึกนั้นมีอนุภาคอยู่ทุกตัว ซึ่งเราจะเรียกแบบจำลองนี้ว่า “แบบจำลอง FHP”

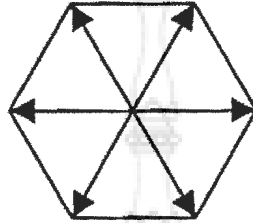
สำหรับวิธี LGCA นี้จะทำการกำหนดเซตของตัวแปรแบบ Boolean ไว้ที่แต่ละ โหนด เรียกว่า Occupation Numbers ( $n_i, i = 1, \dots, 6$ ) เพื่อที่จะบอกว่า ณ เวลาใด ๆ อนุภาคแต่ละตัวอยู่ที่ โหนด นั้นหรือไม่ ซึ่ง  $n_i = 0$  เมื่อไม่มีอนุภาค  $i$  อยู่ที่โหนดนั้น และ  $n_i = 1$  เมื่อมีอนุภาค  $i$  อยู่ที่โหนดนั้น สำหรับขั้นตอนการคำนวณในวิธีนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ ดังนี้

Streaming Step: อนุภาคแต่ละตัวจะเคลื่อนที่ไปยัง โหนดข้างเคียง โดยอนุภาคแต่ละตัวนั้น จะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของความเร็วของอนุภาคแต่ละตัว (Discrete Particle Velocities,  $\vec{e}_i, i = 1, \dots, 6$ )

Collision Step: เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่มาชนกันจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดและทิศทางของความเร็ว ซึ่งจะต้องเป็นไปตามกฎของการชนกันตามแบบจำลองการชนที่ใช้ในวิธี LGCA จากขั้นตอนการคำนวณทั้งสองของวิธี LGCA สามารถที่จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$n_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = (\bar{x}, t) + \Omega_i(n) \quad (3.1)$$

เมื่อ  $\Omega_i$  คือ Collision Operator,  $\Delta t$  คือเวลาที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบการคำนวณ และ  $n$  คือเซตของ Occupation Numbers



ภาพที่ 3.1 แสดงแบบจำลอง FHP LGCA

LGCA มีข้อดีคือการคำนวณในแต่ละรอบนั้นจะไม่มีข้อผิดพลาดอันเนื่องมาจากตัวเลขหลังจุดทศนิยมเลย (Round-off Error) เนื่องจาก Occupation Numbers นั้นมีค่าเป็น 0 หรือ 1 เท่านั้น แต่มีข้อเสียบางประการเช่น (1) เกิด Statistical Noise ซึ่งถูกพบโดย Orszag and Yakhot (1986) และได้มีการแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนด้วยผลการคำนวณเชิงตัวเลขโดย Succi, Santangelo, and Benzi (1988), (2) ไม่สามารถจำลองการไหลที่ค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้, (3) d'Humières, Lallemand, and Frisch (1986) พบว่ามีข้อจำกัดเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อจำลองการไหลในสามมิติเนื่องจากจำนวนข้อมูลที่ถูกเก็บใน Collision Operator มีขนาดใหญ่เกินไป จากข้อเสียที่กล่าวมาจึงทำให้วิธีนี้ไม่เป็นที่นิยมเท่าใดนัก เนื่องจากการไหลที่เกิดขึ้นจริงนั้นส่วนใหญ่เป็นการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงและเป็นการไหลในลักษณะสามมิติ

หลังจากที่ข้อเสียของวิธี LGCA เกี่ยวกับ Statistical Noise ถูกค้นพบได้ไม่นานวิธี LBM จึงได้ ถูกคิดค้นขึ้นเพื่อแก้ไขปัญหานี้โดย McNamara and Zanetti (1988) ซึ่งได้ทำการเปลี่ยนตัวแปรจาก Occupation Numbers ( $n_i$ ) ซึ่งเป็นค่าที่สมมุติขึ้นเป็นค่า Single-Particle

Probability Distribution Function ( $f$ ) ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงความน่าจะเป็นของตำแหน่งอนุภาคแต่ละตัวหลังจากการชนกันของอนุภาค โดยนำค่านี้มาจากตัวแปรที่ใช้ในสมการ โบลต์ซมันน์ส่วนแบบจำลองการชนที่ใช้กับ Collision Operator นั้นยังใช้แบบจำลองการชนลักษณะเดียวกับวิธี LGCA เราเรียกสมการโครงผลึกโบลต์ซมันน์ (Lattice Boltzmann Equation, LBE) แบบนี้ว่า Nonlinear LBE ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) + \Omega_i(f) \quad (3.2)$$

เมื่อ  $f$  คือเซตของค่า Distribution Function ใดๆก็ตาม Nonlinear LBE ยังมีข้อเสียตรงที่ยังไม่สามารถนำไปใช้งานในสามมิติและไม่สามารถจำลองการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้

Higuera and Jimenez (1989) ได้ค้นพบวิธีที่จะลดจำนวนข้อมูลที่ถูเก็บใน Collision Operator ด้วยสมมติฐานที่ว่าค่า Distribution Function ( $f_i$ ) อยู่ในสภาวะใกล้เคียงกับ Local Equilibrium ดังนั้นจึงได้สมการโครงผลึกโบลต์ซมันน์ ที่มีแบบจำลองการชนสำหรับ Collision Operator ใหม่ดังนี้

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) + A_{ij} [f_j(\bar{x}, t) - f_j^{eq}(\bar{x}, t)] \quad (3.3)$$

เมื่อ  $f_j^{eq}$  คือค่า Equilibrium Distribution Function และ  $A_{ij}$  คือ Scattering Matrix ซึ่งค่า Scattering Matrix นี้สามารถหาได้จากค่า Transition Matrix โดยที่ค่า Transition Matrix นั้นสามารถหาได้จากกฎการชนกันในวิธี LGCA และเรียกสมการโครงผลึกโบลต์ซมันน์ที่มีแบบจำลองการชนในลักษณะนี้ว่า Quasi-Linear LBE ซึ่งจากการที่จำนวนตัวแปรใน Collision Operator มีขนาดลดลงจึงทำให้สามารถนำวิธีนี้ไปใช้ในการจำลองการไหลในสามมิติได้

จากการที่ค่า Scattering Matrix และค่า Transition Matrix มีความสัมพันธ์กันในลักษณะของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จึงทำให้ Quasi-Linear LBE มีข้อจำกัดเหมือนกับวิธี LGCA ตรงที่ไม่สามารถจำลองการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้ ดังนั้น Higuera, Succi, and Benzi (1989) จึงได้เปลี่ยนวิธีการหาค่า Scattering Matrix ใหม่ โดยใช้วิธีที่เรียกว่า Spectral Decomposition และจาก Scattering Matrix ที่ได้ใหม่นี้จึงทำให้วิธี LBM สามารถจำลองการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์สูงได้ เราเรียกสมการ โครงผลึกโบลต์ซมันน์ที่หาค่า Scattering Matrix โดยวิธีนี้ว่า Enhanced Collision LBE

### 3.2 แบบจำลองการชน Single-Relaxation-Time

แบบจำลองการชน Single-Relaxation-Time (SRT) ที่ใช้ใน LBM คือแบบจำลองการชนที่ชื่อว่าแบบจำลองการชน Lattice BGK ซึ่งถูกคิดขึ้นมาเพื่อลดความยุ่งยากในการหาค่า Scattering Matrix โดยมีกลุ่มวิจัยสองกลุ่มคือกลุ่มของ S. Chen, H. Chen, Martinez, and Matthaeus (1991) และกลุ่มของ Qian, d’Humières, and Lallemand (1992) ที่ได้นำเสนอแนวคิดที่ว่า “เนื่องจากค่าความหนาแน่นของของไหลใน Enhanced Collision LBE นั้นขึ้นอยู่กับค่า Eigen Value ที่ไม่เป็นศูนย์ของ Scattering Matrix เพียงอย่างเดียว” ดังนั้นจึงได้ทำการเปลี่ยนรูปของ Scattering Matrix ให้อยู่ในรูปของ Diagonal Matrix ดังนี้  $A_{ij} \rightarrow -\omega \delta_{ij}$  เมื่อ  $\omega$  คือค่าที่เรียกว่า Inverse Relaxation Time to Local Equilibrium และเป็นค่าคงที่ที่มีค่าเท่ากันทุกตัวตลอดการคำนวณ จึงทำให้ Scattering Matrix เหลือเพียงแถวเดียว ซึ่งสามารถเขียนสมการ โครงผลิตโบลต์ซมันน์ได้ดังนี้

$$f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\bar{x}, t) - f_i^{eq}(\bar{x}, t)], i = 0, \dots, m-1 \quad (3.4)$$

เมื่อ  $\tau$  คือ Relaxation Time ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $1/\omega$  และ  $m$  คือจำนวนทิศทางความเร็วที่อนุภาคเคลื่อนที่ในแต่ละโนด เราเรียก LBE ตามสมการที่ (3.4) นี้ว่า Lattice BGK LBE หรือสมการ LBGK LBE ตามชื่อแบบจำลองการชน BGK ที่ Bhatnagar, Gross, and Krook (1954) ได้นำเสนอเพื่อใช้กับ Collision Operator ในสมการโบลต์ซมันน์ ซึ่งสมการ โครงผลิตโบลต์ซมันน์ที่ใช้แบบจำลองการชน Lattice BGK สำหรับ Collision Operator เป็นรูปสมการที่นิยมใช้มากที่สุดสำหรับวิธี LBM เนื่องจากรูปสมการนั้นอยู่ในรูปสมการพีชคณิตจึงทำให้การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทำได้ง่าย

ขั้นตอนการคำนวณของ Lattice BGK LBE สามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ เหมือนกับวิธี LGCA คือ Streaming Step และ Collision Step ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{Collision Step: } \tilde{f}_i(\bar{x}, t + \Delta t) = f_i(\bar{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\bar{x}, t) - f_i^{eq}(\bar{x}, t)] \quad (3.5a)$$

$$\text{Streaming Step: } f_i(\bar{x} + \bar{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\bar{x}, t + \Delta t) \quad (3.5b)$$

เมื่อ  $\tilde{f}_i$  คือค่า Distribution Function หลังจาก Collision Step

Qian, d’Humières, and Lallemand (1992) ได้ทำการแบ่งประเภทแบบจำลองความเร็วของอนุภาคที่ใช้กับวิธี LBM โดยใช้สัญลักษณ์ DnQm เมื่อ  $n$  คือจำนวนมิติที่ต้องการใช้ในการจำลองการไหล และ  $m$  คือจำนวนทิศทางของความเร็วที่อนุภาคเคลื่อนที่ในแต่ละโนด ซึ่งแบบจำลองความเร็วของอนุภาคที่นิยมใช้ในการจำลองการไหลใน 2 มิติ จะเป็นแบบจำลองความเร็ว

ที่เรียกว่า D2Q9 ส่วนแบบจำลองความเร็วของอนุภาคที่นิยมใช้ในการจำลองการไหลใน 3 มิติ จะเป็นแบบจำลองความเร็วที่เรียกว่า D3Q15, D3Q19 หรือ D3Q27 ซึ่งแบบจำลองความเร็วที่กล่าวมาทั้งหมดนี้มีรูปทรงของโครงผลึกเป็นสี่เหลี่ยมจตุรัสทั้งสิ้น และสามารถหาค่า Equilibrium Distribution Function ได้จาก

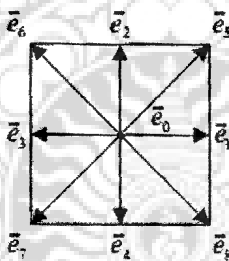
$$f_i^{eq} = \rho w_i \left[ 1 + \frac{3}{c^2} \bar{e}_i \cdot \bar{u} + \frac{9}{2c^4} (\bar{e}_i \cdot \bar{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \bar{u} \cdot \bar{u} \right] \quad (3.6)$$

เมื่อ  $c = \Delta x / \Delta t$  โดยทั่วไปแล้วการคำนวณใน LBM จะนิยามกำหนดให้  $\Delta x = \Delta t = 1$ ,  $\bar{u}$  คือความเร็วแลตทิซของแต่ละ โหนดและอยู่ในรูปของ Lattice Unit,  $\rho$  คือความหนาแน่นและอยู่ในรูปของ Lattice Unit โดยส่วนใหญ่แล้วการกำหนดค่าความหนาแน่นเริ่มต้นเพื่อคำนวณใน LBM จะกำหนดใหม่ค่าเท่ากับ 1 เพื่อความสะดวกในการเปลี่ยนหน่วยไปมาระหว่าง Lattice Unit กับ Physical Unit ส่วน  $w_i$  คือค่า Weighting Factor ซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันขึ้นอยู่กับแบบจำลองความเร็วของอนุภาคที่ใช้

งานวิจัยนี้เลือกแบบจำลองความเร็ว D2Q9 มาใช้ในการจำลองการไหลในสองมิติ ค่า Discrete Particle Velocities และค่า Weighting Factor มีค่าดังนี้

$$\bar{e}_i = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$w_i = \begin{cases} 4/9, & i = 0 \\ 1/9, & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36, & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3.8)$$



ภาพที่ 3.2 แสดง โครงผลึกของแบบจำลองความเร็ว D2Q9 LBM

สำหรับความหนาแน่นและ โมเมนตัมที่อยู่ในรูปของ Lattice Unit นั้นสามารถหาได้จากกฎอนุรักษ์มวลและกฎอนุรักษ์โมเมนตัม ดังนี้

$$\rho = \sum_{i=0}^{m-1} e_i f_i \quad (3.9)$$

ความเร็วเสียง ( $c_s$ ) ในแบบจำลอง D2Q9 มีค่าเท่ากับ  $c/\sqrt{3}$  และจาก Equation of State ของแก๊สในอุดมคติ เราสามารถหาค่าความดันซึ่งอยู่ในรูปของ Lattice Unit ได้ดังนี้

$$P = \rho c_s^2 \quad (3.10)$$

และเราสามารถหาค่าความหนืดจลศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของ Lattice Unit ได้ดังนี้

$$\nu = \left( \tau - \frac{1}{2} \right) c_s^2 \Delta t \quad (3.11)$$

He and Luo (1997) ได้ทำการพิสูจน์ว่าสมการ โครงผลึกโบลต์ซมันน์ที่ใช้แบบจำลองการชน Lattice BGK เป็นรูปพีชคณิตของสมการ โบลต์ซมันน์ที่ใช้แบบจำลองการชน BGK เพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับ LBM ในการนำ LBM ไปใช้งานในการไหลที่มีอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องและเพื่อพัฒนา LBM ไปใช้งานกับระบบกริดที่ไม่สม่ำเสมอได้

### 3.3 หน่วยในวิธีโครงผลึกโบลต์ซมันน์

สำหรับ LBM นั้นค่าของตัวแปรต่างๆ จะถูกทำให้อยู่ในหน่วยที่มีชื่อว่า Lattice Unit คือ การทำให้ตัวแปรไม่มีมิติ (Dimensionless Variable) โดยเทียบกับระยะห่างระหว่างโนด ( $\Delta x$ ), เวลาที่เพิ่มขึ้นในแต่ละรอบการคำนวณ ( $\Delta t$ ) และมวลของอนุภาค ( $\Delta m$ ) สำหรับวิธี LBM นั้นเราสามารถหา  $\Delta x$ ,  $\Delta t$  และ  $\Delta m$  ได้จาก

$$\Delta x = \frac{L^{real}}{N} \quad (3.12)$$

$$\Delta t = \frac{c_s}{c_s^{real}} \Delta x \quad (3.13)$$

$$\Delta m = \rho^{real} \Delta x^3 \quad (3.14)$$

และค่าตัวแปรต่างๆ สามารถทำให้อยู่ในรูปของ Lattice Unit ได้ดังนี้

$$\rho = \rho^{real} \frac{\Delta x^3}{\Delta m} \quad (3.15)$$

$$P = P^{real} \frac{\Delta x^2 \Delta t^2}{\Delta x \Delta m} \quad (3.16)$$

$$\bar{u} = \bar{u}^{real} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.17)$$

$$\bar{v} = \bar{v}^{real} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (3.18)$$

เมื่อ  $L$  คือความยาวของ โดเมนที่พิจารณา,  $N$  คือจำนวนโครงผลึก (Lattice) ที่ใช้ในการคำนวณ ส่วนตัวแปรที่มีตัวยกค่าว่า “real” เป็นตัวแปรที่อยู่ในรูปที่มีมิติตามหลักการทางฟิสิกส์

### 3.4 เงื่อนไขขอบเขต

การกำหนดเงื่อนไขที่ขอบสำหรับ LBM ในแบบจำลองการชน SRT Lattice BGK นั้นจะกำหนดผ่านค่า Distribution Function ( $f_i$ ) หลังจาก Collision Step หลังจากนั้นจึงคำนวณในส่วน Streaming Step ต่อไป ซึ่งการเลือกใช้เงื่อนไขขอบเขตที่มีค่าความถูกต้องสูงและเหมาะสมกับสถานะของปัญหาการไหลจริงจะทำให้ผลการคำนวณที่ได้มีความถูกต้องสูง สำหรับประเภทของเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ เงื่อนไขขอบเขตแบบผนังที่ไม่มีการเคลื่อนที่ (Stationary Wall Boundary Condition) เงื่อนไขขอบเขตแบบนี้เป็นการกำหนดให้ความเร็วที่ผนังเป็นศูนย์ ใน LBM นั้นเราสามารถหาค่า  $f_i$  ที่ออกมาจากผนังได้จากหลักการที่ว่า เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่มาถึงผนัง อนุภาคนั้นจะสะท้อนกลับไปยัง Fluid Node ด้วยความเร็วที่มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของความเร็วที่อนุภาคเคลื่อนที่มายังผนัง ใน LBM เราเรียก Boundary Condition แบบนี้ว่า Bounce-Back Boundary Condition ดังแสดงในภาพที่ 3.3

$$\tilde{f}_i(\bar{x}, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\bar{x}, t + \Delta t), \bar{e}_i = -\bar{e}_i \quad (3.19)$$

อย่างไรก็ตาม Bounce-Back Boundary Condition มีข้อเสียตรงที่ความถูกต้องที่ได้มีค่าความถูกต้องเพียง First-Order Accuracy ดังนั้นจึงได้ทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตตามวิธีของ Yu, Mei, and Shyy (2003) ซึ่งการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบนี้จะทำให้มีค่าความถูกต้องมากขึ้นเป็น Second-Order Accuracy หลักการของวิธีนี้จะสมมติให้มีผนังอยู่ระหว่าง Fluid Node และ Solid Node โดยระยะระหว่าง Fluid Node และผนังมีค่าเท่ากับ  $\delta \Delta x$  เมื่อ  $\delta = |x_f - x_w| / |x_f - x_b|, 0 \leq \delta \leq 1$  ดังแสดงในรูปที่ 3.6 ในที่นี้กำหนดให้  $\delta = 0.5$  ขั้นตอนการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต สามารถทำได้ดังนี้

หาค่า  $f_i$  ที่เข้าสู่ผนัง

$$\tilde{f}_i(\bar{x}_w, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\bar{x}_f, t + \Delta t) + \delta [\tilde{f}_i(\bar{x}_b, t + \Delta t) - \tilde{f}_i(\bar{x}_f, t + \Delta t)] \quad (3.20)$$

ซึ่งค่า  $\tilde{f}_i(\bar{x}_b, t + \Delta t)$  หาได้จากการประมาณค่านอกช่วง (Extrapolation) จากนั้นใช้ Bounce-Back Boundary Condition ในการหา  $f_i$  ที่ออกจากผนังดังนี้

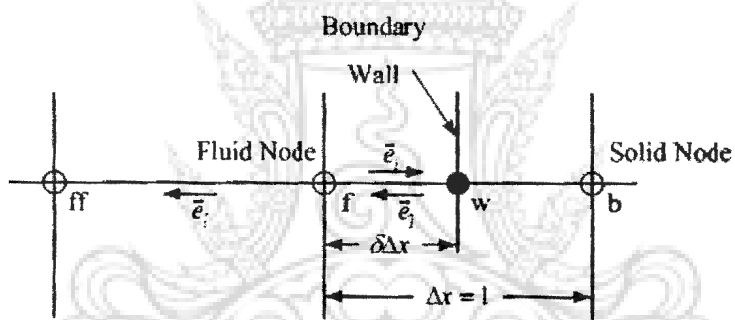
$$\tilde{f}_i(\bar{x}_w, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\bar{x}_f, t + \Delta t) \quad (3.21)$$

หลังจาก Streaming Step ทำการหา  $f_i$  ที่ Fluid Node ดังนี้

$$\tilde{f}_i(\bar{x}_w, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\bar{x}_f, t + \Delta t) + \frac{\delta}{1 + \delta} [\tilde{f}_i(\bar{x}_b, t + \Delta t) - \tilde{f}_i(\bar{x}_f, t + \Delta t)] \quad (3.22)$$



ภาพที่ 3.3 แสดง Bounce-Back Boundary Condition



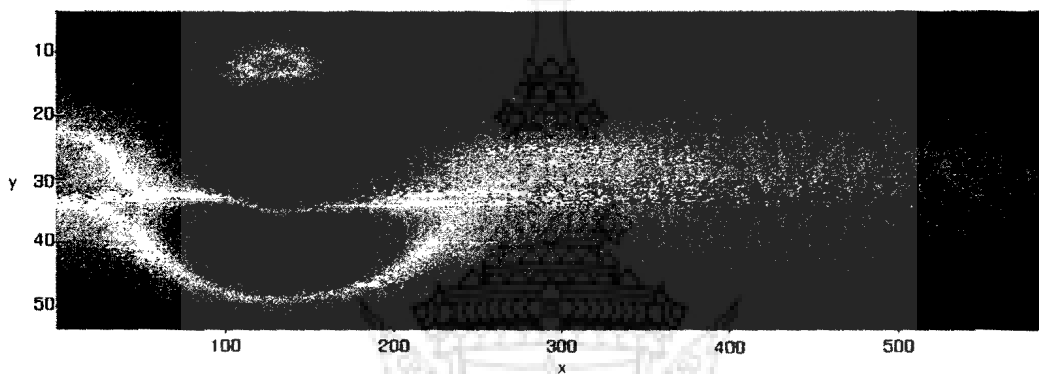
ภาพที่ 3.4 แสดงเงื่อนไขขอบเขต

## บทที่ 4

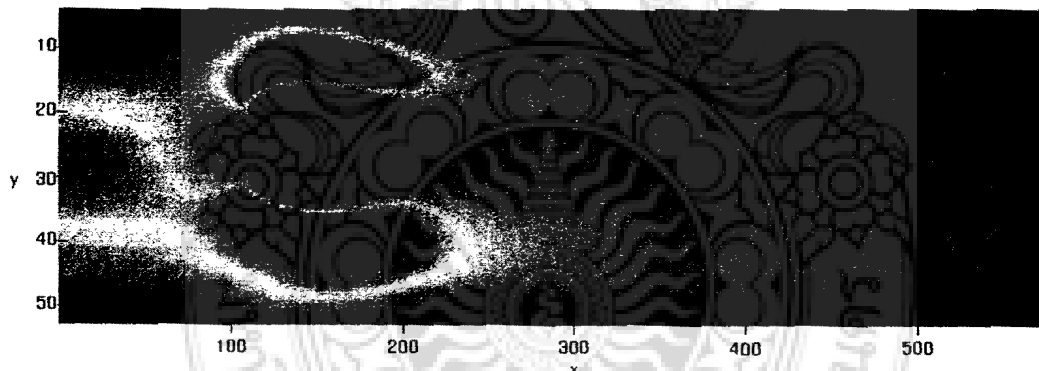
### ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการจำลองการไหลของของไหล โดยวิธีโครงสร้างผลึกของโบลต์ซมันน์ กำหนดค่าให้ของไหลไหลในท่อ ผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมจำนวน 1 อัน ใช้โปรแกรม MATLAB ในการจำลองรูปแบบการไหล เพื่อแสดงการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ( $R_e$ ) ต่างๆ กัน ผลการทดลองแสดงดังนี้

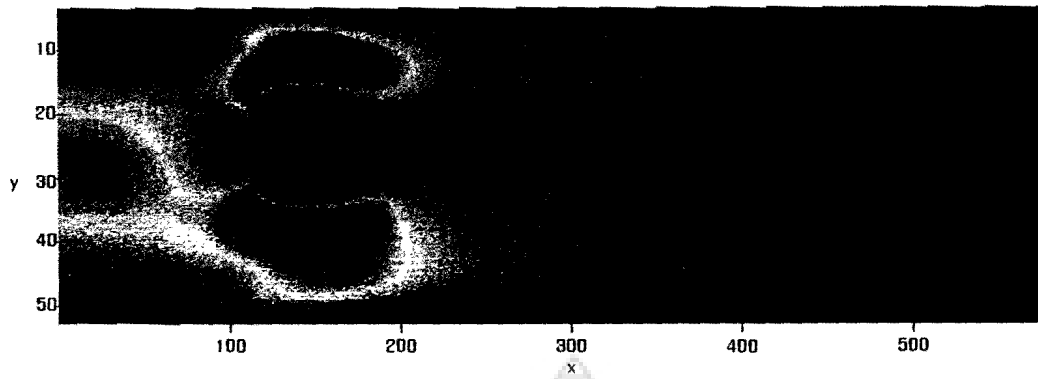
#### 4.1 ผลการจำลองการไหลที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ต่ำกว่า 1,000



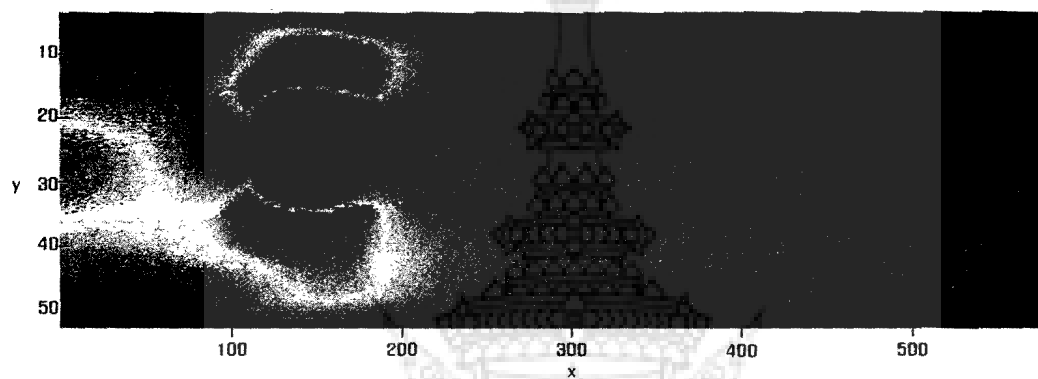
ภาพที่ 4.1 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 1$



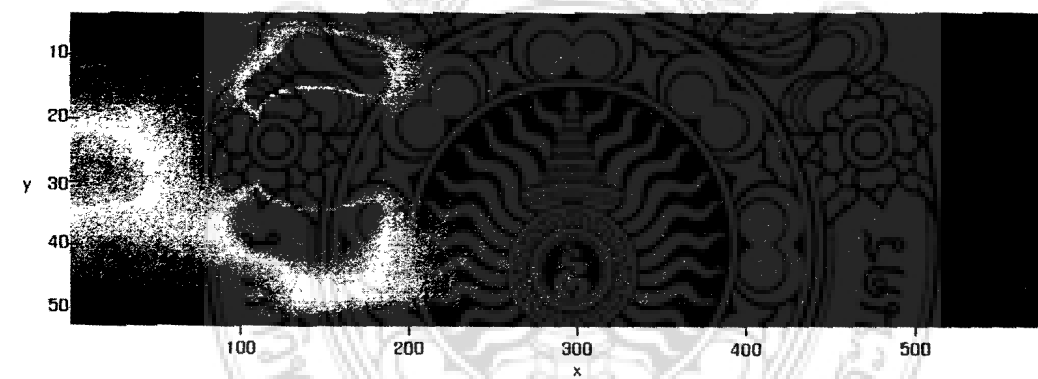
ภาพที่ 4.2 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 30$



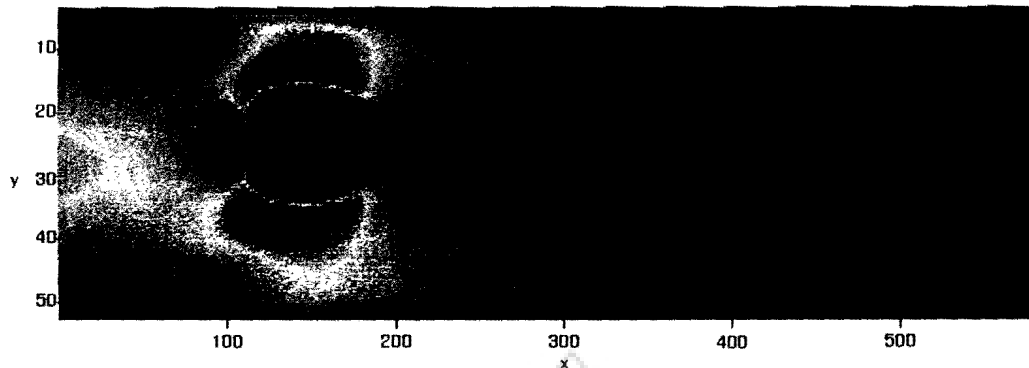
ภาพที่ 4.3 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 60$



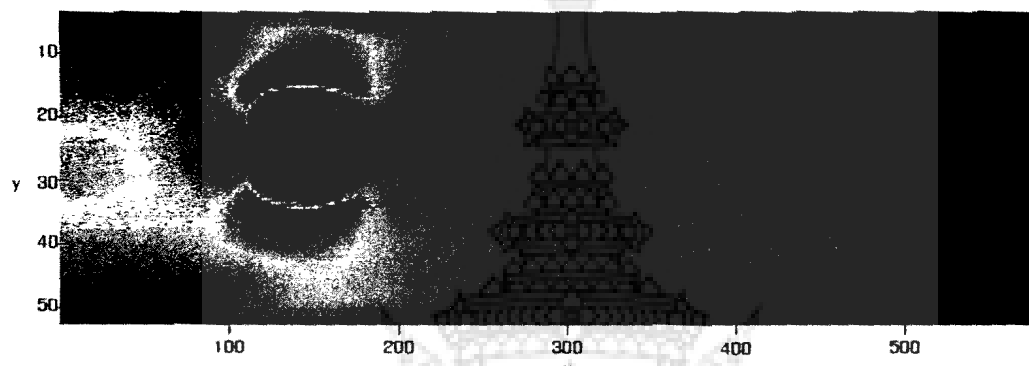
ภาพที่ 4.4 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 90$



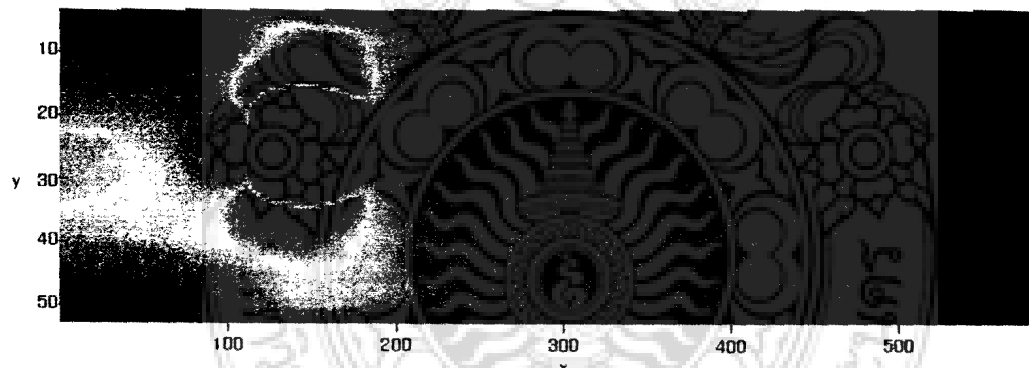
ภาพที่ 4.5 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 120$



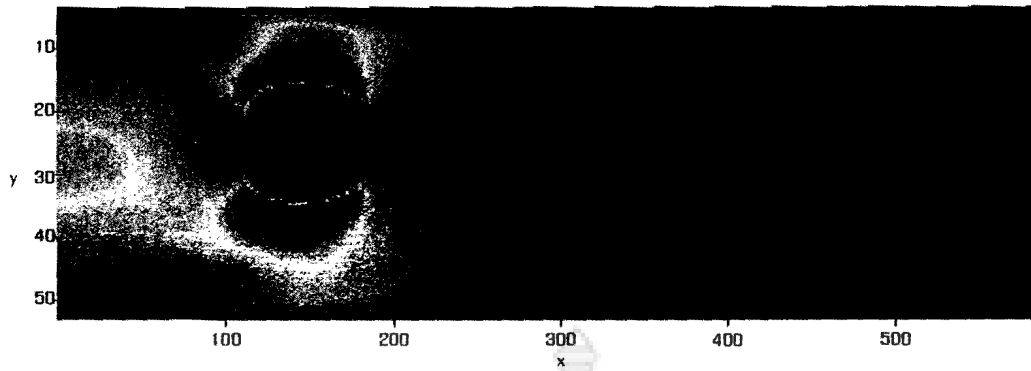
ภาพที่ 4.6 รูปแบบการไหลดีค่า  $R_c = 150$



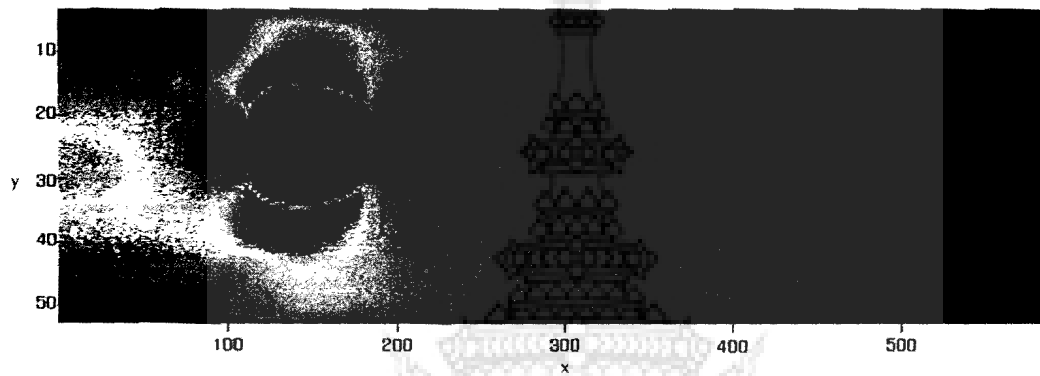
ภาพที่ 4.7 รูปแบบการไหลดีค่า  $R_c = 180$



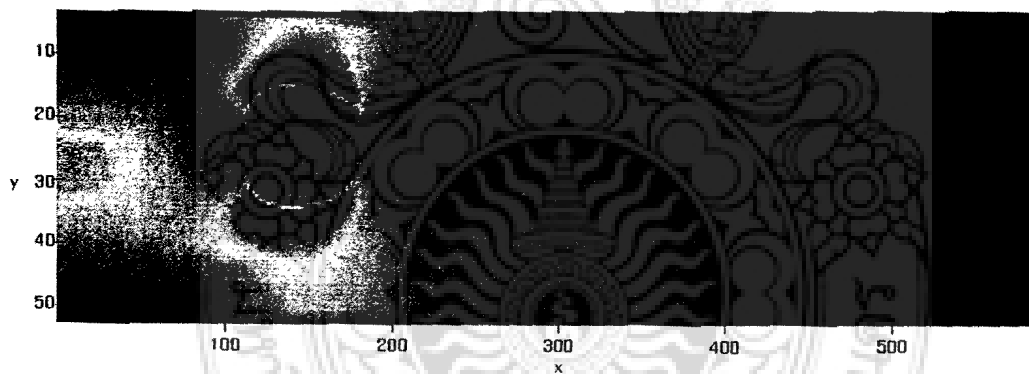
ภาพที่ 4.8 รูปแบบการไหลดีค่า  $R_c = 210$



ภาพที่ 4.9 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 250$

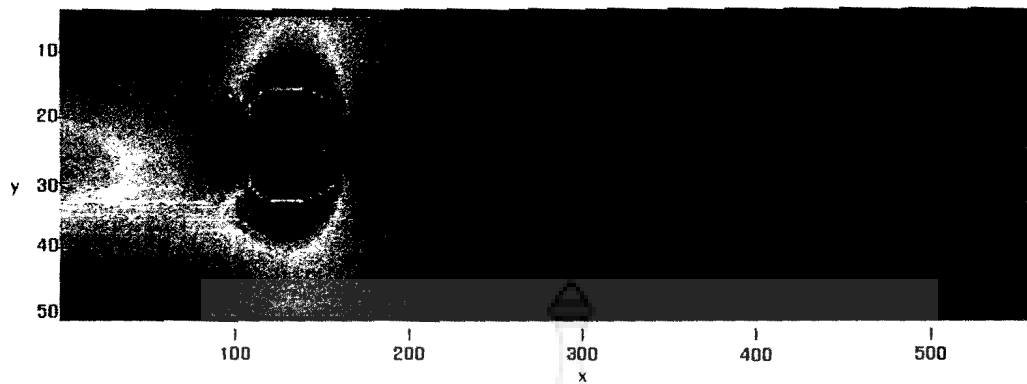


ภาพที่ 4.10 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 300$

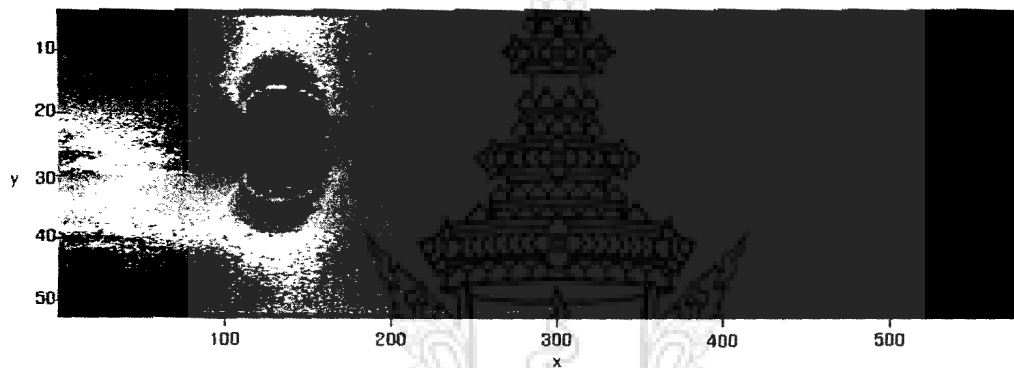


ภาพที่ 4.11 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 500$

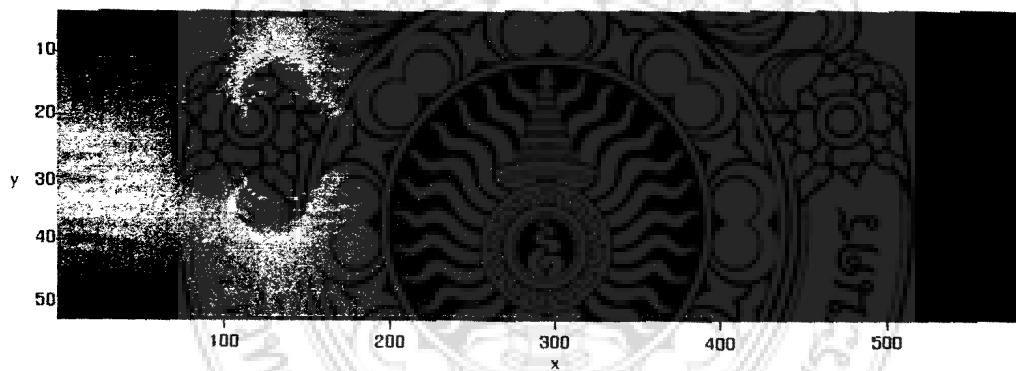
#### 4.2 ผลการจำลองการไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ 1,000 ขึ้นไป



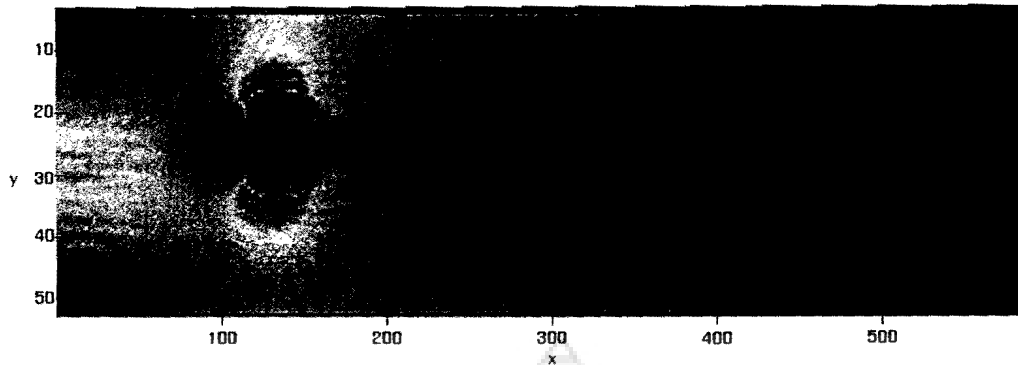
ภาพที่ 4.12 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 1000$



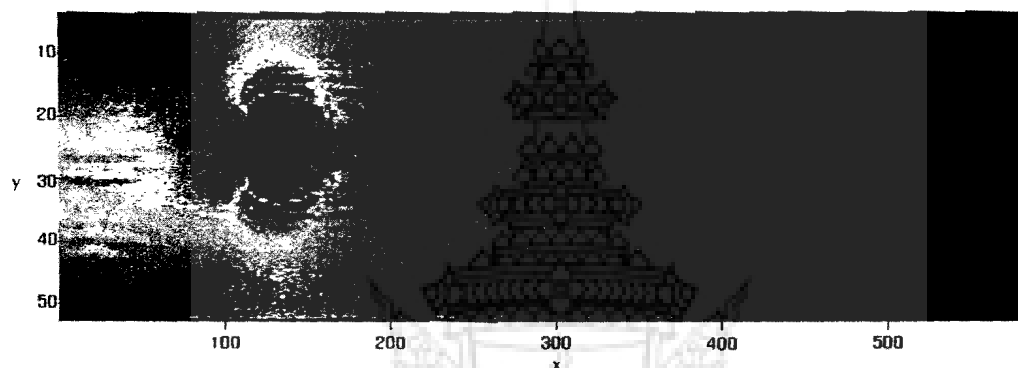
ภาพที่ 4.13 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 2000$



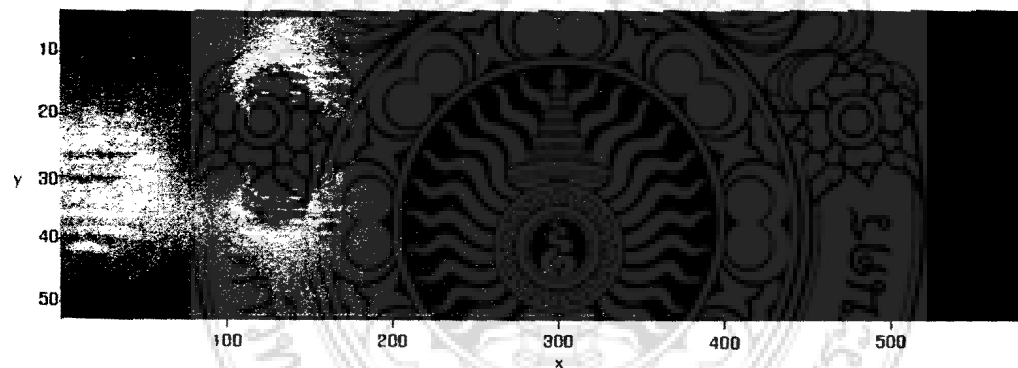
ภาพที่ 4.14 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 3000$



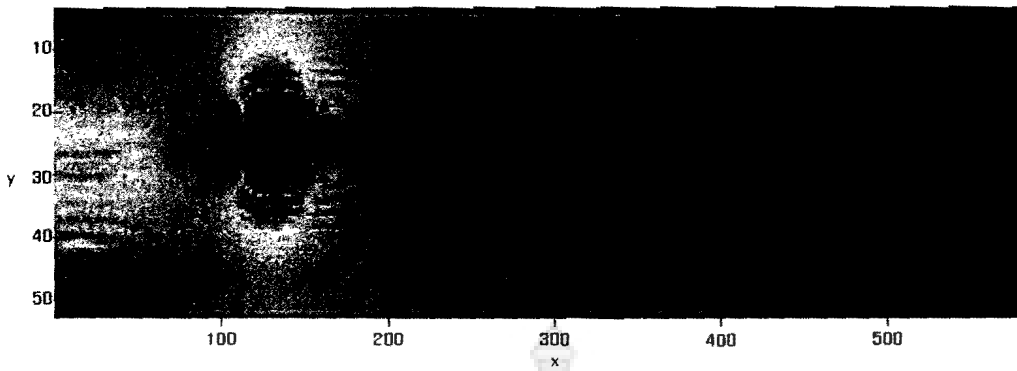
ภาพที่ 4.15 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 4000$



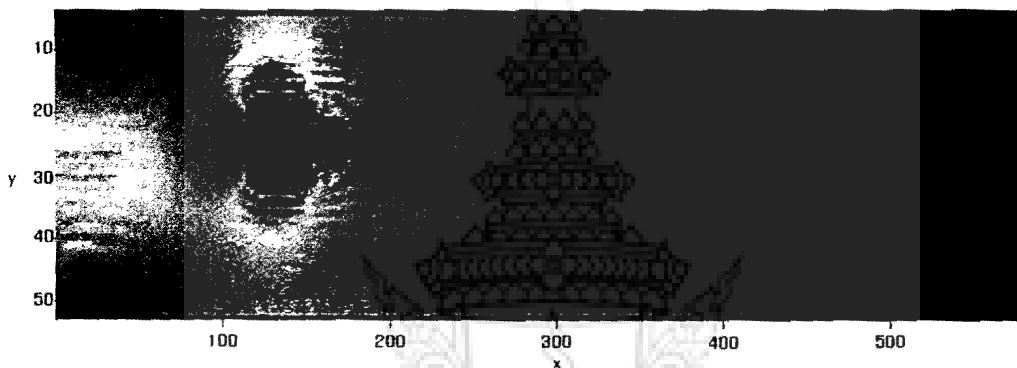
ภาพที่ 4.16 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 5000$



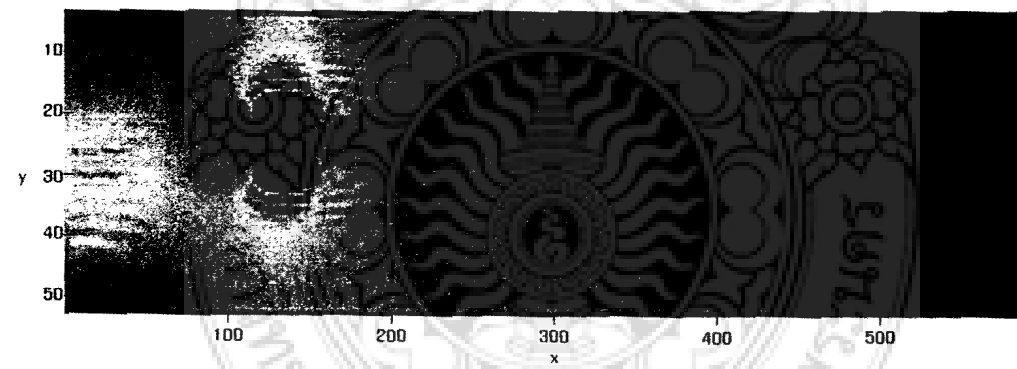
ภาพที่ 4.17 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 6000$



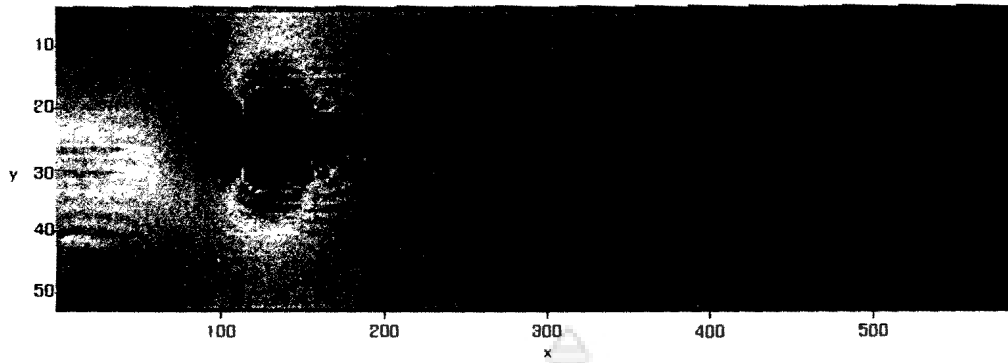
ภาพที่ 4.18 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 7000$



ภาพที่ 4.19 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 8000$



ภาพที่ 4.20 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_c = 9000$



ภาพที่ 4.21 รูปแบบการไหลที่ค่า  $R_e = 10000$

จากผลการทดลองจะเห็นว่าที่ค่า  $R_e$  ต่ำการไหลจะราบเรียบ (Lamina flow) และถ้าเพิ่มค่า  $R_e$  ให้สูงขึ้นการไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulence flow) เนื่องจากค่า  $R_e$  บอกถึงคุณสมบัติความหนืดของของไหล อย่างไรก็ตามยังมีปริมาณอื่นๆ ที่มีผลต่อรูปแบบการไหลเช่น ความเร็ว ลักษณะเส้นทางการไหล สิ่งกีดขวาง เป็นต้น โดยการจำลองการไหลนี้กำหนดไว้ให้คงที่



## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

การจำลองการไหลของของไหลด้วยวิธีโครมพลิกของโบลต์ซมันน์ เป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นเพื่อจำลองการไหลของของไหลในธรรมชาติ โดยส่วนใหญ่ปรากฏการณ์เหล่านี้มักก่อตัวแบบไม่เชิงเส้น การศึกษาจึงค่อนข้างยากและใช้เวลานาน แต่ด้วยปัจจุบันวิทยาการด้านคอมพิวเตอร์ได้พัฒนาให้มีความสามารถมากขึ้น ประมวลผลได้เร็วขึ้น วิธีโครมพลิกของโบลต์ซมันน์จึงถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลาย

การจำลองการไหลของของไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นับเบอร์ ( $R_e$ ) ต่างๆ ดังผลการทดลองนั้น พบว่ารูปแบบการไหลจะเป็นได้ทั้งแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน กล่าวคือ ค่า  $R_e$  มีผลต่อรูปแบบการไหล เนื่องจาก  $R_e = \frac{VD}{\nu}$  เมื่อ  $V$  คือ ความเร็วของของไหล,  $D$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ และ  $\nu$  คือ ค่าความหนืดจลน์ของของไหล ซึ่งการจำลองการไหลได้กำหนดให้  $V$  และ  $D$  คงที่ ดังนั้นเมื่อ  $R_e$  มีค่าน้อย  $\nu$  จะมีค่ามาก และถ้า  $R_e$  มาก  $\nu$  จะมีค่าน้อย หรือกล่าวได้ว่า  $R_e$  แปรผกผันกับค่าความหนืดจลน์ ส่วนรูปแบบการไหลทั้งสองแบบสอดคล้องกับค่า  $R_e$  ของของไหล  $R_e$  ต่ำ จะทำให้การไหลเป็นแบบราบเรียบ เพราะของไหลมีความหนืดมาก และ  $R_e$  สูงการไหลจะเป็นแบบปั่นป่วน เนื่องจากของไหลมีความหนืดน้อย

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

วิธีโครมพลิกของโบลต์ซมันน์ที่ใช้ในการวิจัยนี้ กำหนดให้เงื่อนไขขอบเขตการไหลคงที่ผนังท่อที่ของไหลไหลผ่านเป็นแบบราบเรียบความเร็วของของไหลคงที่ ซึ่งเงื่อนไขดังกล่าวมีผลต่อรูปแบบการไหล เช่นเดียวกับค่า  $R_e$  การปรับเปลี่ยนเงื่อนไขขอบเขตให้หลากหลายมากขึ้น จะทำให้การศึกษาสมบูรณ์มากกว่านี้ และทำให้การจำลองการไหลใกล้เคียงกับความเป็นจริง ซึ่งยังต้องทำการศึกษาต่อไป

บรรณานุกรม



### บรรณานุกรม

- วิศิษฏ์ จาตุรमान, ขวัญชัย สันทิพย์สมบุญ. (2538). กลศาสตร์ของไหล. ซีเอ็ดยูเคชั่น กรุงเทพฯ.
- วัชพล โรจนรัตน์นางกูร. (2551). การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรงสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในท่อที่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้วิธีโครงผลึกโบลต์ซมันน์. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี. นครราชสีมา.
- สมบุญ พรพิเนตพงศ์, ปิฎญารักษ์ งามศรีตระกูล, วิทยา จงเจริญ. (2541). พลศาสตร์ของของไหล. แมคกรอ-ฮิล อินเตอร์เนชันแนล. กรุงเทพฯ.
- สุนันท์ ศรีธนิศย์. (2546). กลศาสตร์ของไหล. สำนักพิมพ์ สสท. กรุงเทพฯ.
- Chen, S., Chen, H., Martinez, D., and Matthaeus, W. (1991). Lattice Boltzmann model for simulation of magnetohydrodynamics. *Physical Review Letters*. 67(27): 3776-3779.
- d’Humières, D., Lallemand, P., and Frisch, U. (1986). Lattice gas models for 3D hydrodynamics. *Europhysics Letters*. 2: 291-297.
- Higuera, F., and Jimenez, J. (1989). Boltzmann approach to lattice gas simulations. *Europhysics Letters*. 9: 663-668.
- Higuera, F., Succi, S., and Benzi, R. (1989). Lattice gas dynamics with enhanced collisions. *Europhysics Letters*. 9: 345-349.
- Kim, J., Moin, P., and Moser, R. (1987). Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*. 177: 133-166.
- McNamara, G., and Zanetti, G. (1988). Use of the Boltzmann equation to simulate lattice gas automata. *Physical Review Letters*. 61(20): 2332-2335.
- Moin, P., and Mahesh. K. (1998). Direct numerical simulation: A tool in turbulence research. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 30: 539-578.
- Orszag, S. A., and Patterson, G. S. (1972). Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence. *Physical Review Letters*. 28(2): 76-79.
- Orszag, S. A., and Yakhot, V. (1986). Reynolds number scaling of cellular automaton hydrodynamics. *Physical Review Letters*. 56(16): 1691-1693.
- Succi, S., Santangelo, P., and Benzi, R. (1988). High resolution lattice gas simulation of two-dimensional lattice gas turbulence. *Physical Review Letters*. 60(26): 2738-2740.
- White, F. M. (2003). *Fluid Mechanics* (5th ed.). Singapore: McGraw-Hill.

ภาคผนวก



## โปรแกรมการจำลองการไหลด้วยวิธีทรงผลึกบอลต์ซมันน์

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% cylinder.m: Channel flow past a cylindrical obstacle, using a LB method
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Lattice Boltzmann sample, written in C
% Copyright (C) 2006 Jonas Latt
% Address: Rue General Dufour 24, 1211 Geneva 4, Switzerland
% E-mail: Jonas.Latt@cui.unige.ch
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% This program is free software; you can redistribute it and/or
% modify it under the terms of the GNU General Public License
% as published by the Free Software Foundation; either version 2
% of the License, or (at your option) any later version.
% This program is distributed in the hope that it will be useful,
% but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
% MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
% GNU General Public License for more details.
% You should have received a copy of the GNU General Public
% License along with this program; if not, write to the Free
% Software Foundation, Inc., 51 Franklin Street, Fifth Floor,
% Boston, MA 02110-1301, USA.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
% GENERAL FLOW CONSTANTS
lx    = 250;
ly    = 81;    %number of grid
obst_x = lx/5+1; % position of the cylinder; (exact
obst_y = ly/2+1; % y-symmetry is avoided)
obst_r = ly/5; % radius of the cylinder (9.2)

```

```

d = 12;      %the width of square obstacle
uMax = 0.02; % maximum velocity of Poiseuille inflow
Re = 7000;  % Reynolds number
%nu = uMax * 2.*obst_r / Re; % kinematic viscosity for cylinder
nu = uMax * d / Re; % kinematic viscosity for square
omega = 1. / (3*nu+1./2.); % relaxation parameter
maxT = 200000; % total number of iterations
tPlot = 50; % cycles

% D2Q9 LATTICE CONSTANTS
t = [4/9, 1/9,1/9,1/9,1/9, 1/36,1/36,1/36,1/36];
cx = [ 0, 1, 0, -1, 0, 1, -1, -1, 1];
cy = [ 0, 0, 1, 0, -1, 1, 1, -1, -1];
opp = [ 1, 4, 5, 2, 3, 8, 9, 6, 7];
col = [2:(ly-1)];

[y,x] = meshgrid(1:ly,1:lx);
%--- For cylinder -----
%obst = (x-obst_x).^2 + (y-obst_y).^2 <= obst_r.^2;
%-----
%--- For Random -----
%obst = rand(lx,ly)>0.99; %extremely porous random domain
%-----
%--- For Square Chanel -----
uuu = SquareChanel(lx,ly);
obst = uuu;
%-----
obst(:,[1,ly]) = 1;
bbRegion = find(obst);
% INITIAL CONDITION: (rho=0, u=0) ==> fln(i) = t(i)
fln = reshape( t * ones(1,lx*ly), 9, lx, ly);
% MAIN LOOP (TIME CYCLES)

```

```

cyclex = 0;
for cycle = 1:maxT
    % MACROSCOPIC VARIABLES
    rho = sum(fIn);
    ux = reshape ( ...
        (cx * reshape(fIn,9,lx*ly)), 1,lx,ly) ./rho;
    uy = reshape ( ...
        (cy * reshape(fIn,9,lx*ly)), 1,lx,ly) ./rho;
    % MACROSCOPIC (DIRICHLET) BOUNDARY CONDITIONS
    % Inlet: Poiseuille profile
    L = ly-2; y = col-1.5;
    ux(:,1,col) = 4 * uMax / (L*L) * (y.*L-y.*y);
    uy(:,1,col) = 0;
    rho(:,1,col) = 1 ./ (1-ux(:,1,col)) .* ( ...
        sum(fIn([1,3,5],1,col)) + ...
        2*sum(fIn([4,7,8],1,col)) );
    % Outlet: Zero gradient on rho/ux
    rho(:,lx,col) = rho(:,lx-1,col);
    uy(:,lx,col) = 0;
    ux(:,lx,col) = ux(:,lx-1,col);
    % COLLISION STEP
    for i=1:9
        cu = 3*(cx(i)*ux+cy(i)*uy);
        fEq(i,,:) = rho .* t(i) .* ...
            ( 1 + cu + 1/2*(cu.*cu) ...
                - 3/2*(ux.^2+uy.^2) );
        fOut(i,,:) = fIn(i,,:) - ...
            omega .* (fIn(i,;)-fEq(i,;));
    end
    % MICROSCOPIC BOUNDARY CONDITIONS

```

```

for i=1:9
    % Left boundary
    fOut(i,1,col) = fEq(i,1,col) + ...
        18*t(i)*cx(i)*cy(i)* ( fln(8,1,col) - ...
        fln(7,1,col)-fEq(8,1,col)+fEq(7,1,col) );
    % Right boundary
    fOut(i,lx,col) = fEq(i,lx,col) + ...
        18*t(i)*cx(i)*cy(i)* ( fln(6,lx,col) - ...
        fln(9,lx,col)-fEq(6,lx,col)+fEq(9,lx,col) );
    % Bounce back region
    fOut(i,bbRegion) = fln(opp(i),bbRegion);
end
% STREAMING STEP
for i=1:9
    fln(i,,:) = ...
        circshift(fOut(i,,:), [0,cx(i),cy(i)]);
end
%--- Define name for SAVE ----
str = num2str(cycle);
name1 = strcat('uxx_',str);
name2 = strcat('uyy_',str);
name3 = strcat('ur_',str);
name4 = strcat('rho_',str);
% VISUALIZATION
%if (cycle > 2000)
    if (mod(cycle,tPlot)==0)
        u = reshape(sqrt(ux.^2+uy.^2),lx,ly);
        uxx = reshape(ux,lx,ly);
        uyy = reshape(uy,lx,ly);
        rhos = reshape(rho,lx,ly);
    end
end

```

```
u(bbRegion) = nan;
%    %---- SAVE in mat-file format ----
%    save(name1,'uxx');
%    save(name2,'uyy');
%    save(name3,'u');
%    save(name4,'rho');
%---- Comparision Plot -----
%subplot(211)
%imagesc(u',[0 0.03]);colorbar;
imagesc(u');%colorbar;
%subplot(212)
%contour(u');colorbar;
title(cycle);
axis equal off; drawnow
end
%end
cyclex = cyclex+1
end
```



## ประวัติผู้วิจัย

### หัวหน้าโครงการวิจัย

- ชื่อ – นามสกุล (ภาษาไทย) นายพลกฤษณ์ คุ้มกล้า  
ชื่อ – นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Mr.Ponlakrit Kumklam
- เลขหมายบัตรประจำตัวประชาชน 3-1805-00593-98-5
- ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์
- หน่วยงานที่อยู่ที่สามารถติดต่อได้สะดวก พร้อมหมายเลขโทรศัพท์ โทรสาร และ e-mail
  - คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร
  - โทรศัพท์ 0-2913-2424 โทรสาร 0-2913-2424 ต่อ 105
  - E-mail: kumklam@yahoo.com
- ประวัติการศึกษา
  - 2544 วิทยาศาสตรบัณฑิต (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยนเรศวร
  - 2547 วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (ฟิสิกส์ประยุกต์) มหาวิทยาลัยนเรศวร
- สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ (แตกต่างจากวุฒิการศึกษา) ระบุสาขาวิชาการ
  - Linear Integrated Circuit, Array Theory, Acoustic Beam Steering
- ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัยทั้งภายในและภายนอกประเทศ
  - การวัดความเร็วรอบของมอเตอร์ไฟฟ้าด้วยการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน  
ปีที่เผยแพร่ : 2546
  - การปรับเปลี่ยนทิศทางของลำคลื่นเสียงด้วยการปรับเปลี่ยนเฟส  
ปีที่เผยแพร่ : 2547
  - ความคาดหวังในด้านบริการวิชาการและกิจกรรมนักศึกษาของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร  
ปีที่เผยแพร่ : 2551
  - ความตระหนักทางจริยศาสตร์สิ่งแวดล้อมของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนครต่อปัญหาการทิ้งขยะ  
ปีที่เผยแพร่ : 2551
  - การสร้างสัญญาณไซน์นูนชอคอลด้วยออสซิลเลเตอร์แบบเวมบริดจ์  
ปีที่เผยแพร่ : 2552

### ผู้ร่วมโครงการวิจัย

1. ชื่อ – นามสกุล (ภาษาไทย) ผู้ช่วยศาสตราจารย์สลักจิต พุกจรูญ  
ชื่อ – นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Asst.Prof.Salakchit Pukjaroon  
รหัสนักวิจัย 00133847
2. เลขหมายบัตรประจำตัวประชาชน 3-1020-02153-17-9
3. ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์
4. หน่วยงานที่อยู่ที่สามารถติดต่อได้สะดวก พร้อมหมายเลขโทรศัพท์ โทรสาร และ e-mail
  - คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร
  - โทรศัพท์ 0-2913-2424 โทรสาร 0-2913-2424 ต่อ 105
  - E-mail: p.salakchit@yahoo.com
5. ประวัติการศึกษา
  - วิทยาศาสตรบัณฑิต (วิทยาศาสตร์ทั่วไป) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
  - วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (พันธุศาสตร์) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
6. สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ (แตกต่างจากวุฒิการศึกษา) ระบุสาขาวิชาการ
  - Plant breeding, Mechanical Physics, Environmental and Resource Management
7. ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัย
  - โครงการขยะหอม  
ปีที่เผยแพร่ : 2548  
การเผยแพร่ : โทรทัศน์ วิทยุ หนังสือพิมพ์ และอินเทอร์เน็ต
  - เทคนิคการใช้แผนผังโนมตีในการศึกษาการปรับโครงสร้างความรู้สึกลและการเปลี่ยนโนมตีในวิชา "สิ่งแวดล้อมและการจัดการทรัพยากร" ของนักศึกษา ระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร วิทยาเขต พณิชการพระนคร  
ปีที่เผยแพร่ : 2548  
การเผยแพร่ : วารสารวิจัยและฝึกอบรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล ปีที่ 8 ฉบับที่ 2 (มกราคม – เมษายน 2548)
  - ความคาดหวังในด้านบริการวิชาการและกิจการนักศึกษาของนักศึกษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร  
ปีที่เผยแพร่ : 2551

- ความตระหนักทางจริยศาสตร์สิ่งแวดล้อมของนักศึกษามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนครต่อปัญหาการทิ้งขยะ  
ปีที่เผยแพร่ : 2551
- การสร้างสัญญาณไซน์นุซอคอลด้วยออสซิลเลเตอร์แบบเวมบริดจ์  
ปีที่เผยแพร่ : 2552

