

<http://journal.rmutp.ac.th/>

ผลของแรงต้านอากาศต่อการตกของกรวยกระดาษด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิถีโอ้อัตราเร็วสูง

จิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล* และ วิไลพร ลักษมีวานิชย์

ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
202 ถนนโชตนา ตำบลช้างเผือก อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ 50300

รับบทความ 17 มกราคม 2564 แก้ไขบทความ 7 พฤษภาคม 2564 ตอรับบทความ 4 มิถุนายน 2564

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของแรงต้านอากาศต่อการตกของกรวยกระดาษด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิถีโอ้อัตราเร็วสูง การดำเนินงานวิจัยได้ใช้กล้องวิดีโออัตราเร็วสูงบันทึกการเคลื่อนที่ ด้วยอัตรา 240 ภาพต่อวินาที และใช้โปรแกรมแทรกเกอร์ ในการวิเคราะห์การตกแบบมีแรงต้านของกรวยกระดาษสี่ขนาด (มวลเท่ากันที่ 12 กรัม) และปล่อยที่ระดับความสูง 2.50 เมตร ผลจากการศึกษาพบว่า 1) กรวยกระดาษทั้งสี่ขนาดไม่ได้ตกอย่างอิสระตามแรงโน้มถ่วงของโลก เนื่องจากอัตราเร็วของกรวยกระดาษไม่ได้เป็นสัดส่วนโดยตรงกับเวลา และพบว่ากรวยกระดาษขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร มีการเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ ที่ 4.42 ± 0.03 และ 3.97 ± 0.04 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ มีร้อยละความแตกต่างเฉลี่ยจากค่าทางทฤษฎีร้อยละ 0.87 2) เมื่อศึกษาเส้นทางการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษด้วยนำค่าอัตราเร็วปลายที่เข้าสู่ค่าคงที่จากการทดลองไปแทนค่าในสมการตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา พบว่ามีเส้นทางใกล้เคียงกับเส้นทางจริงซึ่งได้จากการติดตามการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษ 3) การทดลองนี้ทำให้เห็นว่าแรงต้านอากาศที่กระทำต่อกรวยกระดาษแปรผันตามอัตราเร็วกำลังสองโดยพบว่าแรงต้านที่คงที่ในช่วงความเร่งเข้าสู่ศูนย์ มีค่าใกล้เคียงน้ำหนักของกรวยกระดาษ มีร้อยละความแตกต่างอยู่ที่ร้อยละ 2.51 ดังนั้นการศึกษาการตกแบบมีแรงต้านของกรวยกระดาษด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิถีโอ้อัตราเร็วสูงนี้สามารถพิสูจน์ทฤษฎี เป็นแนวทางให้ผู้สอนนำไปอธิบายเพื่อเชื่อมโยงเนื้อหาการตกแบบมีแรงต้านในห้องเรียนกับสถานการณ์จริง

คำสำคัญ : การตกแบบมีแรงต้าน; กรวยกระดาษ; เทคนิคการวิเคราะห์วิถีโอ้อัตราเร็วสูง; อัตราเร็วปลาย; แรงต้านการเคลื่อนที่

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทร: +668 6919 3366, ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์: jiraporn.poon@g.cmru.ac.th

<http://journal.rmutp.ac.th/>

Effect of Dragging Force on Paper Cone Falling Using High-Speed Video Analysis Technique

Jiraporn Poonyawatpornkul* and Vilaiporn Luksameevanish

Department of Physics and General Science, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai
Rajabhat University
202 Chotana road, Chang Puak, Maung, Chiangmai 50300

Received 17 January 2021; Revised 7 May 2021; Accepted 4 June 2021

Abstract

This research was aimed to study of the effect of dragging force on paper cone falling by using the high-speed video analysis technique. Four different sizes of paper cones, ranged from 3.00-5.70 centimeter were used. The cones, having the same mass of 12 g and falling from 2.50 meters height, were recorded for 240 frames per second and then were analyzed using the Tracker Video Analysis software. The results showed that (1) all four different sizes of paper cones were not freely fall with the Earth's gravity, due to indirect proportion with time of theirs speeds. The terminal speed of two large cones having diameter of 5.00 and 5.70 centimeters were 4.42 ± 0.03 and 3.97 ± 0.04 meters per second, respectively. Only 0.87% of these experimental values were different from the theoretical ones. (2) The theoretical trajectory of these cones falling, using the terminal speed from the experimental, agrees with the theoretical ones. (3) The experimental drag force showed a second order function of the paper cone's speed. The evaluated drag force, during terminal area, is approximately equal to the cone weight. Thus, this technique can help students and teachers to visualize simple physics phenomena and relate them to the physics principles learnt in the classroom.

Keywords : Falling with Drag; Paper Cone; High-speed Video Analysis Technique; Terminal Speed; Drag Force

* Corresponding Author. Tel.: +668 6919 3366, E-mail Address: jiraporn.poon@g.cmru.ac.th

1. บทนำ

การตกแบบมีแรงต้านของวัตถุเป็นหัวข้อหนึ่งในรายวิชาฟิสิกส์ที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานสำหรับการประยุกต์ใช้ในกลศาสตร์ขั้นสูงเพื่อเข้าใจและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติ เช่นการกระโดดร่ม การตกของวัตถุหรือเม็ดฝนผ่านอากาศ หรือการตกของวัตถุในของเหลว เป็นต้น เมื่อผู้เรียนเข้าใจลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุอย่างลึกซึ้งจะนำไปสู่การพัฒนาเทคโนโลยีเพื่อเกิดประโยชน์และอำนวยความสะดวกแก่มวลมนุษย์ เช่นการออกแบบร่มชูชีพ (Parachute) บอลลูน (Hot Air Balloon) หรือ อากาศยาน (Aircraft) เป็นต้น การเรียนรู้วิทยาศาสตร์ผ่านการทดลองช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องอย่างลึกซึ้ง ดังคำกล่าวที่ว่า “Learning by Doing” [1] เนื่องจากทักษะการทดลองเป็นการผสมผสานเอาทักษะกระบวนการหลายทักษะไว้รวมกัน เช่นการกำหนดตัวแปร การออกแบบการทดลอง การสังเกตและบันทึกผลการทดลอง รวมถึงการแปลความหมายข้อมูลอย่างถูกต้องและตรงไปตรงมา ทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงและอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติได้อย่างถูกต้อง [2] ดังงานวิจัยของ A. Mooldijk, T. V. D. Valk และ J. Wooning [3] ที่ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างมุมของกรวยกระดาศกับสัมประสิทธิ์ของแรงต้าน ซึ่งส่งผลต่ออัตราเร็วสูงสุดในการตกของกรวยกระดาศ โดยใช้เซนเซอร์ตรวจวัดตำแหน่งกับเวลา เชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์และวิเคราะห์การเคลื่อนที่ด้วยโปรแกรม Coach 5 ผลการทดลองพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงต้านขึ้นอยู่กับมุมของกรวยกระดาศ และเป็นไปตามทฤษฎี นอกจากนี้คณะวิจัยได้ใช้การทดลองนี้ควบคู่กับการสืบเสาะหาความรู้ของนักเรียนเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากการตกของกรวยกระดาศ ทำให้นักเรียนสามารถต่อยอดความรู้จากการทดลองสำหรับหาค่าความเร็วสูงสุดในการตกของกรวยกระดาศได้ แต่อย่างไรก็ตามการทดลองที่เหมาะสมกับการเรียน

การสอนลักษณะนี้ค่อนข้างมีน้อย บางครั้งก่อให้เกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อน โดยผู้เรียนบางคนเข้าใจว่าวัตถุที่อยู่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกต่างก็ตกลงบนพื้นโลกในลักษณะเดียวกันคือตกด้วยความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก เช่น ผู้เรียนอธิบายว่า “เมื่อปล่อยวัตถุที่มาจากโลหะและสำลีย่างละ 1 กิโลกรัมพร้อมกัน วัตถุทั้งสองตกลงมาด้วยความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกตลอดการเคลื่อนที่เหมือนกัน ส่งผลให้วัตถุทั้งสองตกลงพื้นพร้อมกัน” [4] จากการให้เหตุผลดังกล่าวทำให้เห็นว่าผู้เรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแรงต้านที่กระทำต่อวัตถุ จึงไม่สามารถอธิบายและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างปรากฏการณ์ทางธรรมชาติจริงกับทฤษฎีทางฟิสิกส์ได้ สาเหตุอาจเป็นเพราะความขาดแคลนสื่อการสอนหรือกิจกรรมการทดลองที่เหมาะสม สำหรับเชื่อมโยงหลักการทางทฤษฎีกับปรากฏการณ์ธรรมชาติของการตกแบบมีแรงต้านของวัตถุ จากตัวอย่างงานวิจัยที่พบความเข้าใจคลาดเคลื่อนในลักษณะดังกล่าว จึงมีนักวิจัยทางฟิสิกส์ศึกษาได้หาแนวทางในการแก้ไขปัญหาโดยนำเทคนิคการถ่ายภาพวิดีโออัตราเร็วสูงเข้ามามีบทบาทในวงการการศึกษามากขึ้นเนื่องจากสามารถติดตามการเคลื่อนที่จริงของวัตถุ สามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ได้อย่างละเอียด อีกทั้งยังช่วยให้ประหยัดเวลาในการทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง [5] ดังตัวอย่างการศึกษาต่อไปนี้ S. Phommarach และ P. Wattanakasiwich [6] ได้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงในการศึกษาการกลิ้งของทรงกระบอกตันและกลวงเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนและช่วยอธิบายผลของความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของทรงกระบอกทั้งสองลักษณะส่งผลให้สามารถหามุมวิกฤตที่ทำให้ทรงกระบอกทั้งสองกลิ้งโดยไม่ไถลได้ โดยค่าจากการคำนวณทางทฤษฎีของมุมวิกฤตมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลอง ผลจากการวิจัยนี้ถูกนำไปอธิบายประกอบการสัมภาษณ์ นักศึกษาชั้นปีที่ 1 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย

เชียงใหม่ และพบว่านักศึกษาส่วนใหญ่มีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรื่องโมเมนต์ความเฉื่อย บทบาทของแรงเสียดทานที่มีต่อการกลิ้ง งานในการกลิ้ง รวมถึงความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของทรงกระบอกแบบต่าง ๆ เป็นต้น การศึกษาอีกด้านหนึ่งของงานวิจัยนี้เป็นการนำข้อมูลจากการสัมภาษณ์ไปออกแบบชุดอุปกรณ์สาธิตการเคลื่อนที่แบบกลิ้ง วิดีโอการสาธิตและใบกิจกรรม เพื่อประกอบการบรรยายเชิงปฏิบัติสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้สื่อสาธิตประกอบการบรรยายมีประสิทธิภาพมากกว่าการสอนแบบบรรยายเพียงอย่างเดียว L. K. Wee et al. [7] ได้รายงานเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมแทรกเกอร์วิเคราะห์วิดีโอการเคลื่อนที่สำหรับการเรียนการสอนเรื่องการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ในวิชาฟิสิกส์อย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ร่วมกับการใช้โปรแกรมแทรกเกอร์ในการแก้ไขความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่พบทั่วไปเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ โดยกิจกรรมได้กำหนดให้นักเรียนทดสอบสมมติฐานของพวกเขาโดยการสร้างแบบจำลองและเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์วิดีโอของการเคลื่อนที่จริง ผลการวิจัยเบื้องต้นชี้ให้เห็นว่าผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางฟิสิกส์เชิงนามธรรมกับชีวิตจริงผ่านการสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ร่วมกับการวิเคราะห์วิดีโอ เป็นวิธีที่สร้างสรรค์และมีประสิทธิภาพในการเรียนรู้เรื่องการเคลื่อนที่แบบโพรเจกไทล์ J. Poonyawatpornkul และ P. Wattanakasiwich [8] ได้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูง ในการศึกษาการเคลื่อนที่แบบสั้นของวัตถุติดสปริงในกลีเซอริน พบว่าเทคนิคนี้สามารถทำให้เห็นภาพการสั้นของวัตถุติดสปริงในกลีเซอรินที่อุณหภูมิต่างกัน มีสามลักษณะสำคัญคือ การเคลื่อนที่แบบหน่วงน้อย (Underdamping) การหน่วงวิกฤต (Critical Damping) และการหน่วงเกิน (Overdamping) นอกจากนี้เมื่อนำผลการทดลองมาเปรียบเทียบกับค่า

ทางทฤษฎีของตัวแปรที่เกี่ยวข้องพบว่ามีความคลาดเคลื่อนเล็กน้อย J. Poonyawatpornkul และ V. Luksameevanish [9] ได้ศึกษาการไหลลงพื้นเอียงของแผ่นไม้ มวล 46.3 กรัม ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูง ด้วยอัตราการบันทึกภาพ 120 ภาพต่อวินาที การศึกษาพบว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตมีค่า 0.40 และ 0.48 ตามลำดับ มุมวิกฤตที่ทำให้แผ่นไม้เริ่มไหลลงพื้นเอียงมีค่าประมาณ 25.66 ± 0.23 องศา โดยพลังงานกลรวมในระบบของมีค่าลดลง เนื่องจากมีแรงเสียดทาน เมื่อแผ่นไม้เกิดการไหลลงเนื่องจากแรงเสียดทานมีค่าเพิ่ม และเมื่อรวมค่างานเนื่องจากแรงเสียดทานกับพลังงาน จะได้ค่าพลังงานรวมค่อนข้างคงที่แสดงให้เห็นว่า ระบบนี้สอดคล้องกับทฤษฎีการอนุรักษ์พลังงาน การใช้เทคโนโลยีวิดีโออัตราเร็วสูงสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการทดลองในห้องปฏิบัติการ อีกทั้งสามารถเชื่อมโยงหลักการทางทฤษฎีกับสถานการณ์จริง ทำให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นภาพการเคลื่อนที่ที่เป็นนามธรรมได้ และสามารถต่อยอดประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางฟิสิกส์เพื่อพัฒนาเป็นเทคโนโลยีขั้นสูงต่อไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจใช้เทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงเพื่อศึกษาการตกแบบมีแรงต้านของกรวยกระดาษ พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลทางทฤษฎีกับผลการทดลองสำหรับการเชื่อมโยงทฤษฎีกับการเคลื่อนที่จริง

2. ระเบียบวิธีวิจัย

การศึกษาผลของแรงต้านอากาศต่อการตกของกรวยกระดาษ เป็นการประยุกต์ใช้เทคโนโลยีการถ่ายภาพวิดีโออัตราเร็วสูง หรือที่เรียกว่าเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงมาศึกษาลักษณะการตกแบบมีแรงต้านของกรวยกระดาษขนาดที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลทางทฤษฎีกับผลการทดลอง เพื่อให้เห็นถึงความแม่นยำในการใช้เทคนิคนี้ในการศึกษาทดลองทางฟิสิกส์ การดำเนินงานวิจัยประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นตอนการวิจัย

การจัดเตรียมวัสดุและอุปกรณ์เพื่อบันทึกภาพวิดีโอการเคลื่อนที่เป็นขั้นตอนสำคัญ ต้องระมัดระวังในการจัดเตรียมเพื่อลดความคลาดเคลื่อนที่จะส่งผลต่อการวิเคราะห์ผลการทดลอง โดยรายละเอียดการจัดเตรียมอุปกรณ์และการบันทึกวิดีโอการเคลื่อนที่ดังนี้

2.1.1 การเตรียมวัสดุที่ใช้ในการศึกษาการเคลื่อนที่

จัดเตรียมลูกบอลเหล็ก มวล 39.5 กรัม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.00 เซนติเมตร และกรวยกระดาษมวลเท่ากัน (12 กรัม) ขนาดต่างกัน 4 ขนาด โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.00 3.60 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร กำหนดชื่อเงื่อนไขเป็น C30 C36 C50 และ C57

2.1.2 การเตรียมอุปกรณ์การบันทึกวิดีโอ

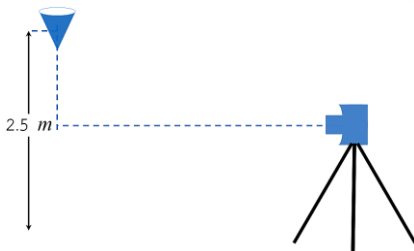
1) กำหนดจุดปล่อยกรวยกระดาษ โดยวัดระยะความสูงจากพื้นถึงจุดศูนย์กลางมวลประมาณ 2.50 เมตร

2) ติดตั้งกล้องให้สูงจากพื้นเป็นระยะครึ่งหนึ่งของระยะความสูงการปล่อยกรวยกระดาษ และให้กล้องอยู่ห่างจากฉากในระยะที่กล้องสามารถถ่ายได้ครอบคลุมการตกของกรวย ตั้งแต่จุดปล่อยถึงพื้น

3) ตั้งค่าอัตราเร็วการบันทึกภาพ 240 ภาพต่อวินาที จากกล้องวิดีโออัตราเร็วสูง (Casio EX-FH100)

4) ทำการบันทึกวิดีโอการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษและลูกบอล

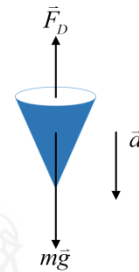
ภาพจำลองติดตั้งอุปกรณ์และการบันทึกภาพวิดีโอการตกของกรวยกระดาษแสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ภาพจำลองติดตั้งอุปกรณ์และการบันทึกภาพวิดีโอการตกของกรวยกระดาษ

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลจากการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษ โดยพิจารณาจากทฤษฎีการตกแบบมีแรงต้าน ดังนี้ เมื่อวัตถุตกจากที่สูงในอากาศนี้ด้วยอัตราเร็วต้นเป็นศูนย์และมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ซึ่งทำให้เกิดแรงต้านอากาศที่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราเร็วกำลังสอง ($F_D = kv^2$) แต่มีทิศทางตรงข้าม เมื่อมีแรงต้านอากาศมากกระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลงจนกระทั่งแรงต้านมีค่าเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ ขณะนี้วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ หรืออัตราเร่งของวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ ($a = 0$) เรียกว่า อัตราเร็วที่เข้าสู่ค่าคงที่นี้ว่าอัตราเร็วปลาย (terminal speed, v_t) จากหลักการดังกล่าวสามารถพิจารณาการตกของวัตถุภายใต้แรงต้านอากาศ ดังรูปที่ 2 โดยใช้กฎข้อสองของนิวตัน



รูปที่ 2 แรงกระทำต่อวัตถุขณะวัตถุตกลงสู่พื้น

จากรูปที่ 2 จะได้แรงลัพธ์กระทำต่อกรวยกระดาษ แสดงดังสมการที่ (1)

$$mg - F_D = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

ขณะที่วัตถุเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ นั่นคือ $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\text{จะได้ } v_t^2 = \frac{mg}{\kappa}$$

กำหนดให้ ค่าคงที่ $\kappa = \frac{1}{2} C_D \rho A$

ดังนั้น

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{C_D \rho A}} \quad (2)$$

จากสมการที่ (1) และ (2) สามารถอินทิเกรตหาสมการอัตราเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจะได้

$$v(t) = v_t \left(\frac{1 - e^{-2v_t \left(\frac{kt}{m}\right)}}{1 + e^{-2v_t \left(\frac{kt}{m}\right)}} \right) = \tanh\left(\frac{gt}{v_t}\right) \quad (3)$$

เมื่ออินทิเกรตสมการที่ (3) จะได้สมการตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังสมการ (4)

$$y(t) = \frac{v_t^2}{g} \ln \left[\cosh\left(\frac{gt}{v_t}\right) \right] \quad (4)$$

โดยที่

m = มวลของวัตถุ (กิโลกรัม)

g = ค่าอัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (เมตรต่อวินาทีกำลังสอง)

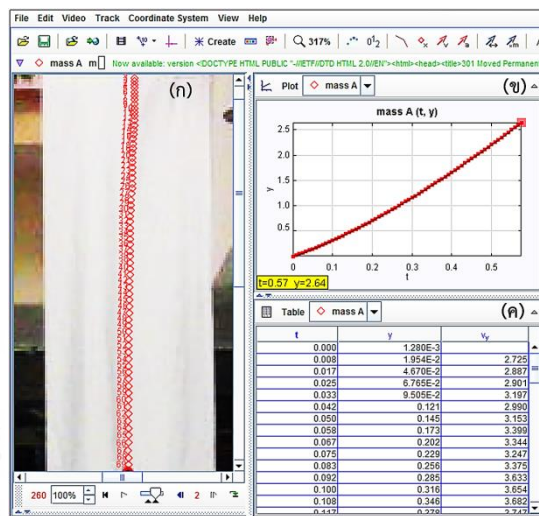
C_D = ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านอากาศ (นิวตันต่อตารางเมตร)

ρ = ความหนาแน่นของอากาศ (กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)

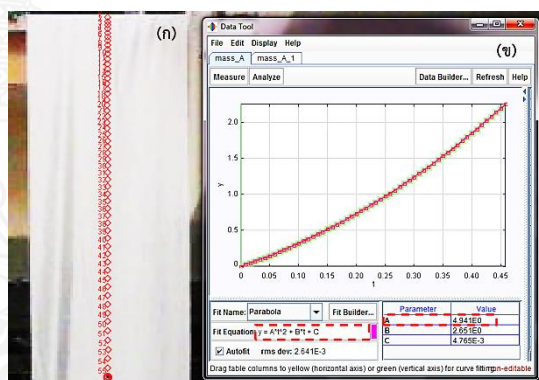
A = พื้นที่หน้าตัดของวัตถุ (ตารางเมตร)

การวิเคราะห์ข้อมูลจากการเคลื่อนที่จริงของกรวยกระดาษทั้งสี่ขนาดและลูกบอลด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูง จะได้เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ได้จากติดตามตำแหน่งด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์ (Tracker) แสดงดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4

การติดตามการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษ แสดงดังรูปที่ 3(ก) จะเห็นว่าตำแหน่งกรวยกระดาษติดกันในช่วงแรกและห่างกันมากขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป



รูปที่ 3 การติดตามการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษ



รูปที่ 4 การติดตามและวิเคราะห์หาอัตราเร่งของลูกบอล

นั่นคือกรวยกระดาษเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วมากขึ้น และช่วงปลายของการเคลื่อนที่แต่ละตำแหน่งมีระยะห่างใกล้เคียงกัน แสดงว่าช่วงปลายของการเคลื่อนที่อัตราเร็วของกรวยกระดาษมีค่าใกล้เคียงกัน เส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งตามแนวตั้งกับเวลาดังรูปที่ 3(ข) จะทำให้เห็นภาพการเคลื่อนที่ชัดเจนมากขึ้น และนอกจากนี้การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์สามารถได้ชุดข้อมูลเป็นเวลา (t) ตำแหน่งตามแนวตั้ง (y) และอัตราเร็วตามแนวตั้ง (v_y) ดังรูปที่ 3(ค) โดยสามารถคัดลอกชุดข้อมูลนี้แล้วนำไปวิเคราะห์ในโปรแกรมอื่น ๆ ได้เช่น Microsoft excel สามารถวิเคราะห์และเปรียบเทียบลักษณะการเคลื่อนที่ของ

กรวยกระดาศเงื่อนไขอื่น ๆ เพื่อหาอัตราเร็วปลาย (Terminal speed, v_t) เชื่อมโยงเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงนี้กับค่าทางทฤษฎีโดยใช้สมการที่ (2) ถึง (4)

ตัวอย่างเส้นทางการเคลื่อนที่ของลูกบอล แสดงดังรูปที่ 4(ก) จะเห็นว่าระยะระหว่างตำแหน่งของลูกบอลห่างกันมากขึ้นตลอดการเคลื่อนที่ นั่นแสดงว่าลูกบอลเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเพิ่มขึ้นตลอดเวลาหรือเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งนั่นเอง ชุดข้อมูลที่ได้เป็นตำแหน่งกับเวลา แสดงเป็นสัญลักษณ์ □□ ในหน้าตาใหม่ ดังรูปที่ 4(ข) ซึ่งเป็นชุดข้อมูลตำแหน่งตามแนวดิ่งกับเวลาของลูกบอล การวิเคราะห์ข้อมูลตำแหน่งกับเวลาด้วยโปรแกรมแทรกเกอร์นี้ สามารถหาค่าอัตราเร่งของลูกบอล ได้ด้วยการเลือกสมการในโปรแกรมแทรกเกอร์ ให้ตรงกับลักษณะการเคลื่อนที่ จากกราฟข้อมูลตำแหน่งกับเวลาของลูกบอล มีลักษณะเป็นเส้นโค้งพาราโบลา ดังนั้นแบบจำลองสมการที่เลือกใช้ คือ $y = A*t^2 + B*t + C$ จะเกิดเส้นกราฟที่เหมาะสม (fit) ทับกับข้อมูลการทดลองตำแหน่งกับเวลาพอดี (เส้นกราฟที่ข) เมื่อเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองกับสมการการเคลื่อนที่ $s = ut + (1/2)at^2 + s_0$ พบว่าค่าอัตราเร่ง (a) มีค่าเท่ากับ $2A$ และ A ในรูปที่ 4(ข) มีค่าเท่ากับ 4.94 ดังนั้นอัตราเร่งของลูกบอลมีค่าเท่ากับ 9.88 m s^{-2} และพบค่า rms. dev. (Root Mean Square Deviation) เท่ากับ 2.64×10^{-3} ซึ่งเป็นค่าน้อยมาก แสดงว่าการ fit ข้อมูลการทดลองด้วยแบบจำลองดังกล่าวมีความเบี่ยงเบนน้อยมาก [10]

3. ผลการศึกษาและอภิปรายผล

3.1 อัตราเร็วปลายเข้าสู่ค่าคงที่

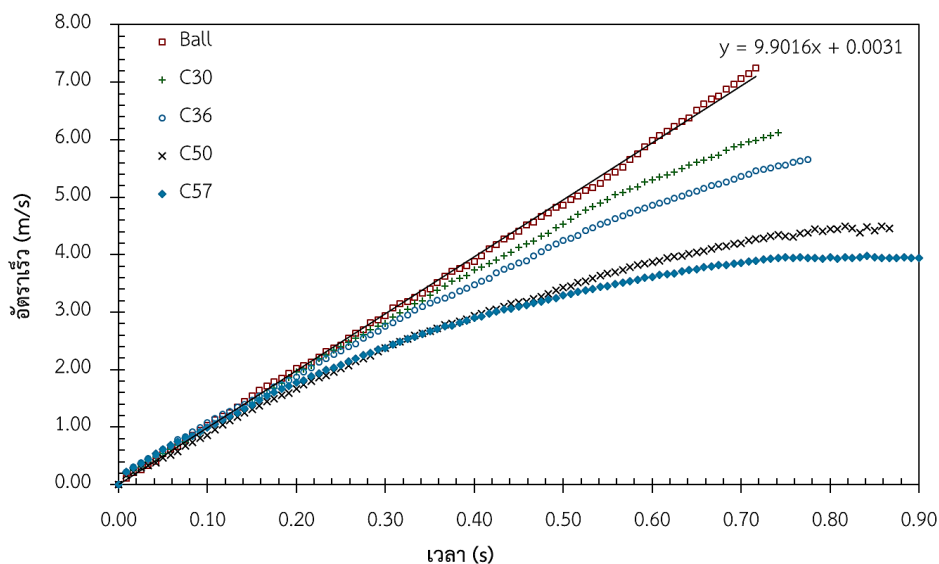
จากการติดตามการเคลื่อนที่ของลูกบอลและกรวยกระดาศทั้งสองขนาด ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงที่บันทึกการเคลื่อนที่เงื่อนไขละ 3 วิดีโอ และนำค่าเฉลี่ยของชุดข้อมูลแต่ละเงื่อนไขมาวิเคราะห์ พบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วกับเวลาการเคลื่อนที่

ของลูกบอลเปรียบเทียบกับกรวยกระดาศ มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ดังกล่าวของลูกบอลมีลักษณะเป็นเส้นตรง แสดงให้เห็นว่าอัตราเร็วเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับเวลา อัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วคือ อัตราเร่งของลูกบอลซึ่งได้ค่าคงที่เท่ากับ 9.90 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง (ค่าเฉลี่ยจากการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมแทรกเกอร์ 3 ไฟล์) เป็นค่าที่ใกล้เคียงกับอัตราเร่งโน้มถ่วงของโลก (9.81 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง) หรือมีร้อยละความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.91 แสดงว่า “ลูกบอลตกอย่างอิสระภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก” หรือกล่าวได้ว่า “แรงต้านอากาศกระทำต่อลูกบอลน้อยมาก จนอาจประมาณได้ว่าเท่ากับศูนย์” การเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วกับเวลาของลูกบอลดังกล่าวแตกต่างกรณีการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาศที่อัตราเร็วไม่ได้เป็นสัดส่วนโดยตรงกับเวลา โดยเฉพาะในช่วงเวลาหลังจาก 0.20 วินาทีของการเคลื่อนที่ แสดงให้เห็นว่าอัตราเร่งของกรวยกระดาศไม่ได้คงที่เช่นเดียวกับลูกบอล นั่นคือแรงที่กระทำต่อกรวยกระดาศมีทั้งแรงโน้มถ่วงของโลกและแรงต้านอากาศ จึงส่งผลให้ลักษณะกราฟไม่เป็นเส้นตรงและใช้เวลาในการเคลื่อนที่จากจุดปล่อยถึงพื้น (2.50 เมตร) มากกว่าหรือเท่ากับ 0.75 วินาที ซึ่งนานกว่าการเคลื่อนที่ของลูกบอลที่ใช้เวลาเพียง 0.7 นอกจากนี้ยังพบอัตราเร็วของกรวย C50 และ C57 เข้าสู่ค่าคงตัวที่ประมาณ 4.42 ± 0.03 และ 3.97 ± 0.04 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ โดยกรวย C57 ซึ่งมีขนาดใหญ่กว่ามีการเข้าสู่อัตราเร็วคงที่ก่อนกรวย C50 ในขณะที่กรวยกระดาศ C30 และ C36 ที่มีขนาดเล็กกว่าใช้เวลาในการตกลงถึงพื้นก่อนกรวย C50 และ C57 ไม่ปรากฏระนาบของอัตราเร็วคงตัว นั่นหมายความว่าหากต้องการเห็นช่วงอัตราเร็วปลายคงที่ของกรวยกระดาศทั้งสองควรจัดให้มีระยะการเคลื่อนที่ที่มากกว่าระยะ 2.50 เมตร

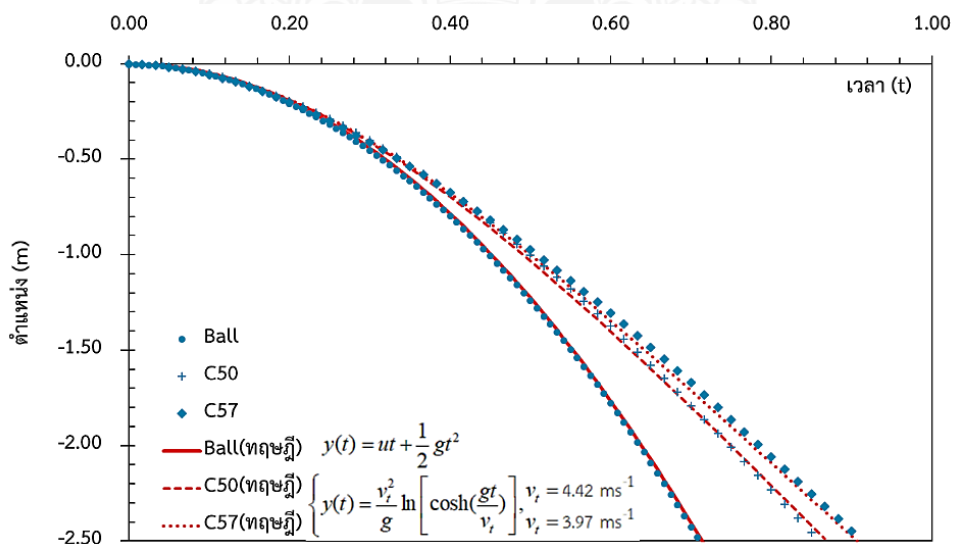
งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบอัตราเร็วปลายคงที่ของกรวยกระดาศ C50 และ C57 จากการเคลื่อนที่จริงกับ

ค่าได้จากการคำนวณจากสมการอัตราเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในสมการที่ (2) เมื่อกำหนดให้สัมประสิทธิ์แรงต้านอากาศ (C_D) ของทรงกรวย มีค่าเท่ากับ 0.5 [11] ความหนาแน่นของอากาศ (ρ) ขณะทดลองที่ 30 องศาเซลเซียสมีค่าเท่ากับ 1.164 kg/m^3 และพื้นที่หน้าตัด

ของแต่ละกรวยที่เคลื่อนที่ผ่านอากาศมีค่าเท่ากับ 2.00×10^{-3} และ 2.55×10^{-3} ตารางเมตร ส่งผลให้อัตราเร็วปลายเชิงทฤษฎีของกรวยทั้งสองมีค่าเท่ากับ 4.49 และ 3.98 เมตรต่อวินาที ตามลำดับ หรือค่าร้อยละของความแตกต่างเฉลี่ยเทียบกับผลการทดลองเท่ากับ 0.87



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วกับเวลาของลูกบอลและกรวยกระดาษเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.00 3.60 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร ด้วยชื่อ Ball C30 C36 C50 และ C57 ตามลำดับ



รูปที่ 6 การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งกับเวลาจากการทดลองและทางทฤษฎีของลูกบอล กรวยกระดาษเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร

3.2 เส้นทางการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษที่เข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่

จากการติดตามการเคลื่อนที่ของลูกบอล และกรวยกระดาษกรวยกระดาษ C50 และ C57 ซึ่งพบตำแหน่งที่กรวยกระดาษเข้าสู่ค่าคงที่ ไปวิเคราะห์และเปรียบเทียบกับค่าคำนวณทางทฤษฎี พบความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งกับเวลาแสดงดังรูปที่ 6

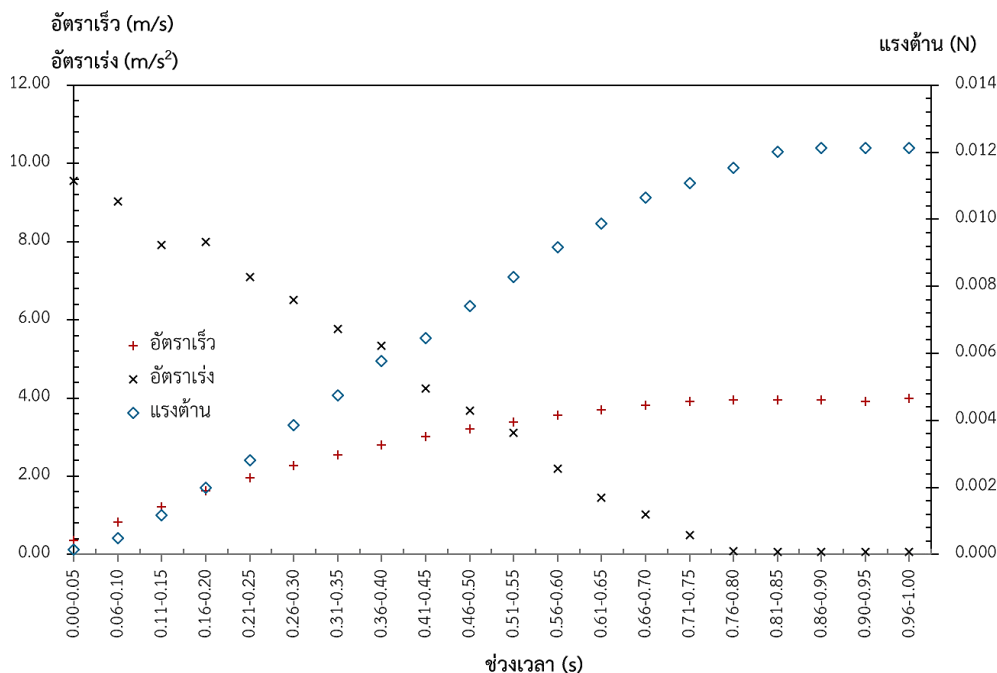
จากรูปที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งกับเวลาของลูกบอล กรวยกระดาษ C50 และ C57 จะเห็นว่าช่วงแรกของการเคลื่อนที่ของลูกบอลซึ่งตกอย่างอิสระและกรวยกระดาษที่มีผลจากแรงต้านอากาศแต่ละตำแหน่งค่อนข้างติดกัน แสดงว่าช่วงแรกวัตถุทั้งสองชนิดมีอัตราเร็วต่ำ และตำแหน่งของลูกบอลจะค่อย ๆ ห่างกันมากขึ้นตลอดการเคลื่อนที่ แสดงว่าลูกบอลเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเพิ่มขึ้น (เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง) แต่สำหรับกรวยกระดาษช่วงปลายของการเคลื่อนที่ระยะห่างของแต่ละตำแหน่งใกล้เคียงกัน นั่นคือ ช่วงปลายของการเคลื่อนที่กรวยกระดาษมีอัตราเร็วที่ค่อนข้างคงที่ โดยกรวยกระดาษทั้งสองขนาดมีลักษณะการเคลื่อนที่คล้ายคลึงกัน เพียงแต่เข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ที่เวลาและค่าที่แตกต่างกัน

เมื่อนำค่าตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลาซึ่งคำนวณได้จากทฤษฎีการเคลื่อนที่สำหรับการตกอย่างอิสระ ($y(t) = ut + (1/2)gt^2$) ได้กราฟที่แทนด้วยสัญลักษณ์ — และแทนค่าอัตราเร็วปลายที่เข้าสู่ค่าคงที่ที่ได้จากการทดลองของกรวย C50 และ C57 (4.42 ± 0.03 และ 3.97 ± 0.04 เมตรต่อวินาที) แทนค่าลงในสมการที่ (4) $y(t) = \frac{v_t^2}{g} \ln \left[\cosh \left(\frac{gt}{v_t} \right) \right]$ ได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งตามแนวตั้ง ณ เวลาใด ๆ ซึ่งเป็นค่าทางทฤษฎี แสดงด้วยสัญลักษณ์ — และ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 6 จะเห็นว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งตามแนวตั้ง ณ เวลาใด ๆ ที่ได้จากการติดตามการเคลื่อนที่จริงกับค่าทางทฤษฎีมีค่าและลักษณะใกล้เคียงกันทั้งลูกบอลและกรวย

กระดาษ แสดงให้เห็นว่าการศึกษ้อัตราเร็วปลายคงที่ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงสามารถพิสูจน์ทฤษฎีได้อย่างชัดเจน

3.3 การวิเคราะห์ อัตราเร็ว อัตราเร่ง และแรงต้านของกรวยกระดาษขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.70 เซนติเมตร

เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ของอัตราเร่ง อัตราเร็ว และแรงต้านอากาศ ที่กระทำต่อระบบการตกแบบมีแรงต้านได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ข้อมูลดังกล่าวของกรวยกระดาษ C57 จึงถูกนำมาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยทุก ๆ ช่วงเวลา 0.05 วินาที ตลอดการเคลื่อนที่ ดังแสดงรูปที่ 7 โดยข้อมูลอัตราเร็วและอัตราเร่งได้จากการตำแหน่งการติดตามการเคลื่อนที่อย่างละเอียดจากการวิเคราะห์วิดีโอ ส่วนขนาดของแรงต้านการเคลื่อนที่วิเคราะห์จากสมการ $F_D = (1/2)C_D\rho Av^2$ จากแผนภาพดังกล่าวพบว่า ในช่วง 0.05 วินาทีแรกของการเคลื่อนที่กรวยกระดาษเริ่มตกด้วยอัตราเร่งโน้มถ่วงของโลก (มีค่าประมาณ 9.81 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง) และมีค่าลดลงอย่างต่อเนื่องจนมีค่าเท่ากับศูนย์หลังจากวินาทีที่ 0.76 ไปจนถึงสิ้นสุดการเคลื่อนที่ ในขณะที่อัตราเร็วของกรวยกระดาษมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0.20 วินาทีแรก และหลังจากนั้นอัตราเร็วมีการเปลี่ยนแปลงน้อยลงและที่วินาทีที่ 0.80 วินาที กรวยกระดาษจะเข้าสู่อัตราเร็วคงตัว (อัตราเร็วไม่เปลี่ยนแปลง) ด้วยค่าประมาณ 3.97 m/s เช่นเดียวกับแรงต้านอากาศที่กระทำต่อกรวยกระดาษที่ช่วงแรกมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนเข้าสู่ค่าคงตัวที่ประมาณ 0.0121 นิวตัน ที่วินาทีที่ 0.80 วินาทีเช่นกัน แรงต้านอากาศที่วิเคราะห์ได้แตกต่างจากน้ำหนักของกรวยกระดาษร้อยละ 2.51 (น้ำหนักของกรวยกระดาษมีค่าเท่ากับ 0.0118 นิวตัน พิจารณาจากมวล 12 กรัมและอัตราเร่งโน้มถ่วงของโลก 9.81 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง) นั่นแสดงให้เห็นว่าผลการวิจัยสอดคล้องกับการวิเคราะห์หลักการเคลื่อนที่ที่มีแรงต้านตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน



รูปที่ 7 อัตราเร่ง อัตราเร็ว และแรงต้านการเคลื่อนที่ ของการตกกรวยกระดาษ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.70 เซนติเมตร ณ ช่วงเวลาทุก ๆ 0.05 วินาที

4. สรุป

การศึกษาการตกของกรวยกระดาษด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูง ที่บันทึกภาพการเคลื่อนที่ ในอัตรา 240 ภาพต่อวินาที บันทึกการเคลื่อนที่ของลูกบอลและกรวยกระดาษขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางต่างกันสี่ขนาด คือ 3.00 3.60 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร ปล่อยที่ระยะความสูงประมาณ 2.50 เมตร แล้วนำไปวิเคราะห์หาตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และจากผลการวิจัยพบว่า

กรวยกระดาษทั้งสี่ขนาด เคลื่อนที่ตกลงมาด้วยอัตราเร่งเฉลี่ยน้อยกว่าอัตราเร่งโน้มถ่วงของโลก เนื่องจากมีแรงต้านอากาศมากระทำต่อกรวยกระดาษตลอดการเคลื่อนที่ เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของกรวยกระดาษขนาดเล็กที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.00 และ 3.60 เซนติเมตร พบว่าไม่ปรากฏตำแหน่งที่ทำให้กรวยทั้งสองเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ นั่นแสดงว่าความสูงของตำแหน่งปล่อยไม่เพียงพอสำหรับการสังเกตช่วงท้ายที่

กรวยเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ แต่กรวยขนาดใหญ่ขึ้นมาได้แก่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.00 และ 5.70 เซนติเมตร พบว่ามีการเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ด้วยค่าที่แตกต่างกัน กล่าวคือ กรวยกระดาษขนาดใหญ่ที่สุดจะเข้าสู่ตำแหน่งที่มีอัตราเร็วคงที่ก่อนขนาดรองลงมา ซึ่งเห็นได้อย่างชัดเจน และการเข้าสู่อัตราเร็วปลายคงที่ของกรวยที่มีขนาดใหญ่ขึ้นจะมีอัตราเร็วปลายคงที่ ที่มีค่าน้อยลงทั้งวิธีที่ได้จากทฤษฎีและจากการทดลอง โดยร้อยละความแตกต่างเฉลี่ยของทั้งสองวิธีเท่ากับร้อยละ 0.87 และเมื่อนำค่าอัตราเร็วปลายที่เข้าสู่ค่าคงที่ของกรวยกระดาษทั้งสองขนาดที่ได้จากการทดลอง (4.42 ± 0.03 และ 3.97 ± 0.04 เมตรต่อวินาที) แทนค่าในสมการของตำแหน่งที่เป็นฟังก์ชันของเวลา พบว่ากราฟความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งตามแนวดิ่ง ณ เวลาใด ๆ ที่ได้จากการติดตามการเคลื่อนที่จริงกับค่าทางทฤษฎีมีค่าและลักษณะใกล้เคียงกัน ในการศึกษาการตกแบบมีแรงต้านของกรวยกระดาษกรณีศึกษาขนาดเส้นผ่าน

ศูนย์กลาง 5.70 เซนติเมตร พบว่าในขณะที่กรวย กระทบตกลงมาช่วงแรกของการเคลื่อนที่อัตราเร่งของ กรวยกระทบมีค่าลดลง แต่อัตราเร็วและแรงต้านมีค่า เพิ่มขึ้น จนกระทั่งเข้าสู่ค่าคงที่เมื่ออัตราเร็วเข้าสู่ศูนย์ ซึ่ง แรงต้านที่ คงที่ นั้นมีค่าใกล้เคียงน้ำหนักของกรวย กระทบ โดยพบร้อยละความแตกต่างของแรงทั้งสองอยู่ที่ ร้อยละ 2.51 สอดคล้องกับทฤษฎีการตกแบบมีแรงต้าน ของวัตถุ

การศึกษาการตกแบบมีแรงต้านของกรวย กระทบด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงใน ครั้งนี้ ทำให้สามารถสังเกตเห็นเส้นทางการเคลื่อนที่ของ กรวยกระทบแต่ละตำแหน่งได้อย่างชัดเจน นำไปสู่การ วิเคราะห์หาแรงต้านอากาศที่กระทำต่อกรวยกระทบ ซึ่งแตกต่างจากการเคลื่อนที่ของลูกบอลที่ปราศจากผล ของแรงต้านอากาศ ตลอดจนสามารถวิเคราะห์หาค่า อัตราเร็วปลายได้อย่างชัดเจน ซึ่งต่างจากการใช้ เซนเซอร์เชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ ที่ได้ข้อมูลเฉพาะค่า ตำแหน่งกับเวลา ดังการศึกษาของ A. Mooldijk, T. V. D. Valk และ J. Wooning [3] อีกทั้งแตกต่างจาก การศึกษาก่อนหน้านี้ที่ได้ใช้เทคนิคนี้กับสถานการณ์อื่น ๆ เช่น การศึกษาการกลิ้งของทรงกระบอกตันและกลวง เคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ การเคลื่อนที่แบบสั้นของวัตถุ ดิสสปริง การไหลลงพื้นเอียง เป็นต้น

ดังนั้นการศึกษากการตกแบบมีแรงต้านของกรวย กระทบด้วยเทคนิคการวิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูงนี้ สามารถวิเคราะห์สถานการณ์จริง ในการพิสูจน์ทฤษฎี และเป็นแนวทางให้ผู้สอนนำไปอธิบายเพื่อเชื่อมโยง เนื้อหาการตกแบบมีแรงต้านในห้องเรียนกับสถานการณ์ จริง และสามารถช่วยผู้เรียนให้เข้าใจเนื้อหาได้อย่าง ลึกซึ้ง

5. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัย ราชภัฏเชียงใหม่ที่ให้การสนับสนุน และขอขอบคุณ

นางสาวมารีชา ชาวसान สำหรับข้อมูลพื้นฐานที่เป็น ประโยชน์

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] C. A. Jara, F. A. Candelas, S. T. Puente and F. Torres, "Hands-on experiences of undergraduate students in Automatics and Robotics using a virtual and remote laboratory," *Computers & Education*, vol. 57, no. 4, pp. 2451-2461, 2011.
- [2] N. Hirça, "The influence of hands on Physics experiments on scientific process skills according to prospective teachers' experiences," *European Journal of Physics Education*, vol. 4, no. 1, pp. 1-9, 2013.
- [3] A. Mooldijk, T. V. D. Valk and J. Wooning, "Top angle and the maximum speed of falling cones," *Science education international*, vol. 17, no. 3, pp. 161-169, 2006.
- [4] Y. J. Chiu and F. Y. Chen, "Students' misunderstanding of Galileo's experiment on the leaning tower of Pisa," in *Proceeding of The International Conference New Perspectives in Science Education*, Italy, 2012. pp. 1-5.
- [5] P. Wattanakasiwich and J. Poonyawatpornkul, "High-speed video analysis in Mechanics," *Srinakharinwirot Science Journal*, vol. 28, no. 2, pp. 211-232, 2012.
- [6] S. Phommarach and P. Wattanakasiwich and I. D. S. Johnston, "Video analysis of rolling cylinders," *Physics Education*, vol. 47, no. 2, pp. 189-196, 2012.

- [7] L. K. Wee, C. Charles, G. H. Goh, S. Tan and T. L. Lee "Using Tracker as a pedagogical tool for understanding projectile motion," *Physics Education*, vol. 47, no. 4, pp. 448-455, 2012.
- [8] J. Poonyawatpornkul and P. Wattanakasiwich, "High- speed video analysis of damped harmonic motion," *Physics Education*, vol. 48, no. 6, pp. 782-789, 2013.
- [9] J. Poonyawatpornkul and V. Luksameevanish, "High speed video technique analysis of an object moving on an inclined plane," *Naresuan University International Journal of Science*, vol. 15, no. 2, pp. 16-24, 2018.
- [10] G. R. Kneller, "Using quaternions to calculate RMSD," *Journal of Computational Chemistry*, vol. 25, no. 16, pp. 1-9, 2004.
- [11] A. Ahmad and R. M. Mourya, "Testing and Analysis of Spherical and Aerodynamic Helmet in open Circuit Low Speed Wind Tunnel," *International Journal of Engineering Research and Technology*, vol. 9, no. 1, pp. 233-238, 2020.

