

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการออกแบบระบบควบคุมของเหลว

Mathematical Modelling for Design the Control System of a Liquid

ยุทธนา กันทะพะเยา¹ และ เฉลิมพล เรืองพัฒนาวิวัฒน์^{1*}

¹สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ศูนย์วิจัยและถ่ายทอดเทคโนโลยีพลังงานแสงอาทิตย์

คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ จังหวัดนนทบุรี 11000

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการออกแบบระบบควบคุมของเหลว ระบบประกอบด้วยการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถัง และ 2 ถัง เพื่อยืนยันการได้มาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จึงนำมาออกแบบตัวควบคุมสำหรับชดเชยค่าความผิดพลาดของระบบบนโดเมนความถี่ ประกอบด้วยตัวควบคุมแบบพี พีไอ พีดี และตัวควบคุมแบบพีไอดี ผลการทดสอบการทำงานของระบบมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ การควบคุมของเหลวแบบ 1 ถัง ระบบควบคุมสามารถควบคุมระดับของเหลวให้เข้าสู่เป้าหมายโดยใช้เวลาเท่ากับ 100 วินาที ส่วนกรณีมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ กระทำโดยการเปิด-ปิด วาล์วระบายของเหลวทิ้ง เช่นเดียวกันตัวควบคุมสามารถควบคุมของเหลวให้กลับเข้าสู่สภาวะคงตัวได้ ส่วนการควบคุมของเหลวที่ทำปฏิสัมพันธ์กันระหว่างของเหลว 2 ถัง ผลการทดสอบการทำงานของระบบ ตัวควบคุมสามารถควบคุมของเหลวให้เข้าสู่เป้าหมายได้ ทั้งกรณีที่มีสัญญาณรบกวนและไม่มีสัญญาณรบกวนตามลำดับ

Abstract

This paper presents a mathematical modelling for design the control system of a liquid. The system are consists of one and two tanks of a liquid. To confirm, the achieved mathematical modelling is used to design P, PI, PD, and PID controller in the frequency domain. The experimental results are indicated as the following. An one tank of a liquid controlling, The controller can be control the liquid level to set point, with in 100s. In the case of a disturbance occurs in the system, it is perform by drain a liquid. As same as the controller, it can be control the liquid level into the steady state. In the part of the liquid control, this is the interaction between two tanks. The experimental results of the system operation, the controller can be control the liquid into the set point both occur disturbance and without disturbance, respectively

คำสำคัญ : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การควบคุมของเหลว

Keywords : Mathematic modelling, Liquid control

*ผู้นิพนธ์ประสานงานไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ chal_wiwat@mutnb.ac.th โทร. 0 2969 1369 ต่อ 2923

1. บทนำ

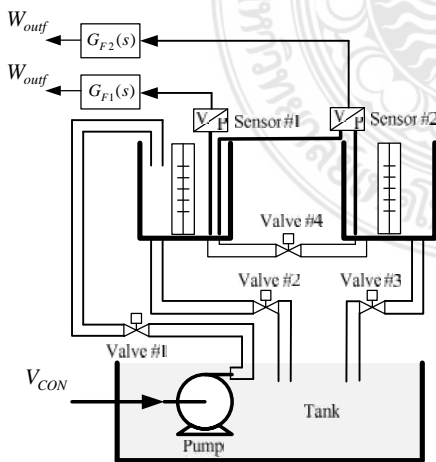
การควบคุมของเหลวเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของกระบวนการผลิตในอุตสาหกรรมหลายประเภท ยกตัวอย่างเช่น อุตสาหกรรมอาหารและยา อุตสาหกรรมสารเคมี อุตสาหกรรมการกลั่นน้ำมันและปิโตรเคมี ดังกล่าวไว้ใน เป็นต้น หากกล่าวถึง ส่วนประกอบของระบบควบคุมของเหลว โดยพื้นฐานแล้วจะประกอบด้วย ถังเก็บของเหลว ป้อนน้ำ ตัวตรวจจับสัญญาณป้อนกลับเพื่อควบคุมการทำงานของระบบดังแสดงรายละเอียดใน สำหรับการออกแบบระบบควบคุมของเหลวประเด็นหลัก คือ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการออกแบบตัวชดเชยค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระบบ ในอดีตมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบควบคุมของเหลวตั้งได้อธิบายไว้ใน ใน ได้นำเสนอการควบคุมระดับและอัตราการไหลของน้ำสำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไม่ได้นำมาออกแบบตัวชดเชยค่าความผิดพลาดของระบบแต่ใช้วิธีการซิกเลอร์-นิโคล (Ziegler-Nichols) สำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการปฏิสัมพันธ์แบบ 2 ถึง ที่นำเสนอไว้ใน นั้นการได้มาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน

จากข้อจำกัดของงานวิจัยดังกล่าวในบทความนี้จึงนำเสนอขั้นตอนวิธีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมของเหลวทั้งแบบ 1 ถึง และ 2 ถึง ซึ่งวิธีการที่นำเสนอไม่ยุ่งยากและซับซ้อน สำหรับการได้มาของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ เพื่อการออกแบบตัวชดเชยค่าความผิดพลาดในระบบควบคุม โดยจะแสดงรายละเอียดในหัวข้อต่อไปนี้

2. วิธีการทดลอง

2.1 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมของเหลว

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญสำหรับการออกแบบระบบควบคุมวงรอบปิด เพื่อให้ระบบดังกล่าวเข้าสู่เป้าหมายที่กำหนด ในบทความนี้ได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมของเหลวแสดงผังภาพบล็อกแสดงดังรูปที่ 1 และระบบที่สร้างขึ้นแสดงดังรูปที่ 2 ระบบที่นำเสนอประกอบด้วย ถังน้ำบรรจุของเหลว 2 ถัง พร้อมถังพักน้ำ ป้อนน้ำ แหล่งจ่ายกำลังไฟฟ้า และตัวตรวจจับระดับของเหลวแบบ 1 ถึงและ 2 ถึง เพื่อนำสัญญาณป้อนกลับไปควบคุมการทำงานของระบบ



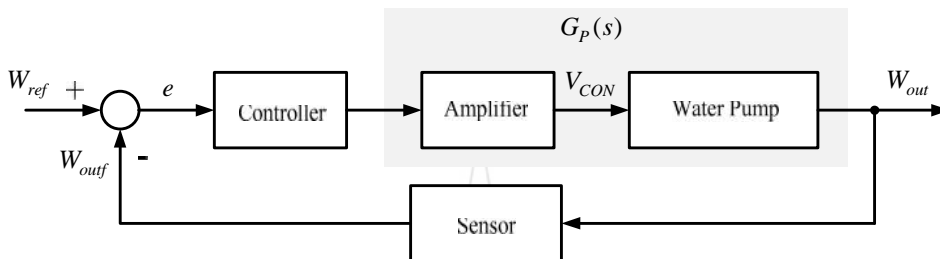
รูปที่ 1 ระบบควบคุมของเหลว



รูปที่ 2 ระบบต้นแบบที่ใช้ทดลอง

สำหรับแผนภาพบล็อกวงรอบปิดการออกแบบระบบควบคุมของเหลวแสดงดังรูปที่ 3 ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่าระบบการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง หากเทียบกับอันดับของระบบควบคุมแล้วคือ ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง หากนำ

ถึงน้ำสองถึงมาต่ออันดับกันก็จะเป็นระบบอันดับสองเป็นต้น ในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึงและ 2 ถึง เพื่อออกแบบค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ในบทความนี้จะใช้ขั้นตอนวิธีการง่ายๆ โดยจะแสดงรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูปที่ 3 แผนภาพบล็อกระบบควบคุม

เริ่มจากทดสอบการทำงานของระบบโดยให้ระบบทำงานซึ่งใส่เฉพาะค่าอัตราขยายเข้าไปในระบบการควบคุม โดยกำหนดให้ระบบเข้าสู่ภาวะคงตัว (W_{out}) เท่ากับ 4 V ซึ่งเป็นความสูงของเหลวเท่ากับ 3.5 นิ้ว สำหรับพิจารณาผลการตอบสนองของระบบแสดงดังรูปที่ 4 และ 5 ตามลำดับ จากนั้นใช้สมการที่ 1 เพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมของเหลว เมื่อกำหนดให้ค่าอัตราขยายคือค่าสัญญาณแบบขั้น ดังนั้นจึงแทนอินพุตที่ป้อนเข้าไปในระบบด้วยสัญญาณแบบขั้น (1/s) เขียนสมการของระบบได้ดังสมการที่ 2

$$G_P(s) = \frac{K}{(s+a)} \tag{1}$$

$$G_P(s) = \frac{K}{s(s+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+a} = \frac{K/a}{s} - \frac{K/a}{s+a} \tag{2}$$

การหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง จากคุณลักษณะของระบบอันดับหนึ่งสัญญาณเอาต์พุตที่ 63% มีค่าเท่ากับ 2.52 V จากรูปที่ 4 สามารถหาค่าคงตัวทางเวลา (Time constant) ได้เท่ากับ 70s สำหรับความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์ a กับค่าคงตัวทางเวลาของระบบอันดับหนึ่งแสดงดังสมการที่ 3 ซึ่งได้อธิบายไว้

$$a = \frac{1}{\text{Time constant}} \tag{3}$$

ดังนั้น

$$a = \frac{1}{70} = 0.014$$

ต่อไปหาค่าพารามิเตอร์ K จากสมการที่ 2 ผลการตอบสนองของระบบ จะเข้าสู่ภาวะอยู่ตัวโดยพิจารณาจากรูปที่ 4 เท่ากับ 4 V ดังนั้น

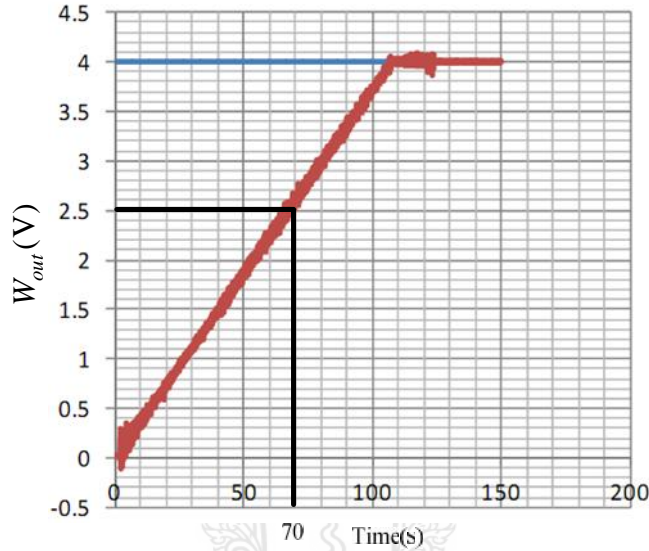
$$\frac{K}{a} = 4$$

จะได้ค่าพารามิเตอร์ K เท่ากับ 0.056 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง เขียนได้ดังสมการที่ 4

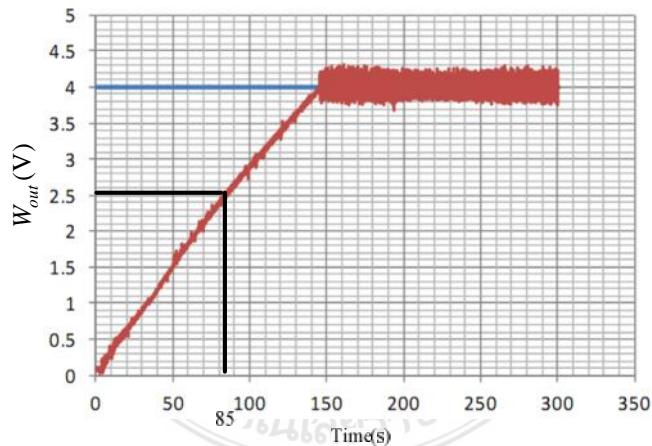
$$G_P(s) = \frac{0.056}{s+0.014} \tag{4}$$

ในทำนองเดียวกันการหาฟังก์ชันถ่ายโอนการปฏิสัมพันธ์ของเหลวแบบ 2 ถึง ก็ใช้หลักการเดียวกับการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง จากข้อมูลผลการตอบสนองแสดงดังรูปที่ 5 สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังสมการที่ 5

$$G_P(s) = \frac{0.048}{s + 0.012} \quad (5)$$



รูปที่ 4 ผลการตอบสนองของเหลวแบบ 1 ถึง



รูปที่ 5 ผลการตอบสนองของเหลวปฏิสัมพันธ์แบบ 2 ถึง

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่ได้รับจะถูกนำไปออกแบบการชดเชยค่าความผิดพลาดของระบบควบคุม (e) ดังรูปที่ 3 ดังนั้นเพื่อยืนยันการได้มาของฟังก์ชันถ่ายโอนด้วยวิธีการที่น่าเสนอในบทความนี้ จึงนำฟังก์ชันถ่ายโอนไปออกแบบตัวชดเชยค่าความผิดพลาดของระบบด้วยตัวควบคุมแบบพี ไอ ดี และพีไอดี โดยนำฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิดแสดงดังสมการที่ 6 และ 7 ไปออกแบบบนโดเมนความถี่ แสดงแผนภาพโพลเดของตัวควบคุมแต่ละแบบสำหรับควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง และ 2 ถึง ดังรูปที่ 6 และ 7 ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแต่ละแบบหาได้จากสมการที่ 9 ถึง 10 แสดงดังตารางที่ 1 และ 2

$$G_T(s) = \frac{0.056}{s+0.014} G_C(s) G_{F1}(s) \tag{6}$$

$$G_T(s) = \frac{0.048}{s+0.012} G_C(s) G_{F2}(s) \tag{7}$$

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \tag{8}$$

$$K_P = \frac{\cos \omega_n}{|G_P(j\check{S}_1) G_F(j\check{S}_1)|} \tag{9}$$

$$K_D \check{S}_1 - \frac{K_I}{\check{S}_1} = \frac{\sin \omega_n}{|G_P(j\check{S}_1) G_F(j\check{S}_1)|} \tag{10}$$

เมื่อ

$$\omega_n = -180^\circ + \omega_m - \angle G_P(j\check{S}_1) G_F(j\check{S}_1)$$

$G_C(s)$ คือ ตัวควบคุมแต่ละแบบ

$G_{F1}(s)$ ค่า อัตราขยายของตัวตรวจจับการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง (เท่ากับ 1)

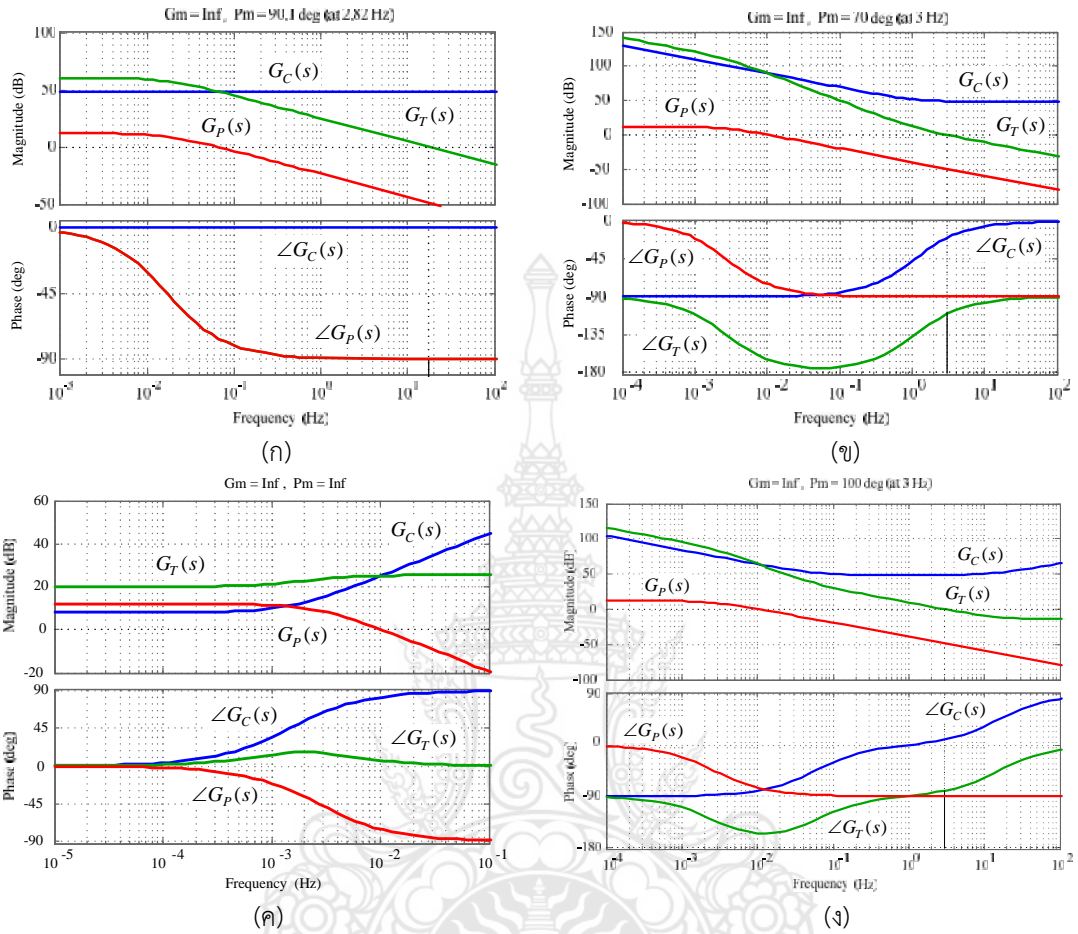
$G_{F2}(s)$ ค่า อัตราขยายของตัวตรวจจับการควบคุมของเหลวแบบ 2 ถึง (เท่ากับ 1)

\check{S}_1 คือ ความถี่ตัดผ่าน

ω_m คือ ส่วนเฟอิมูเฟส

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมกรณีควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง

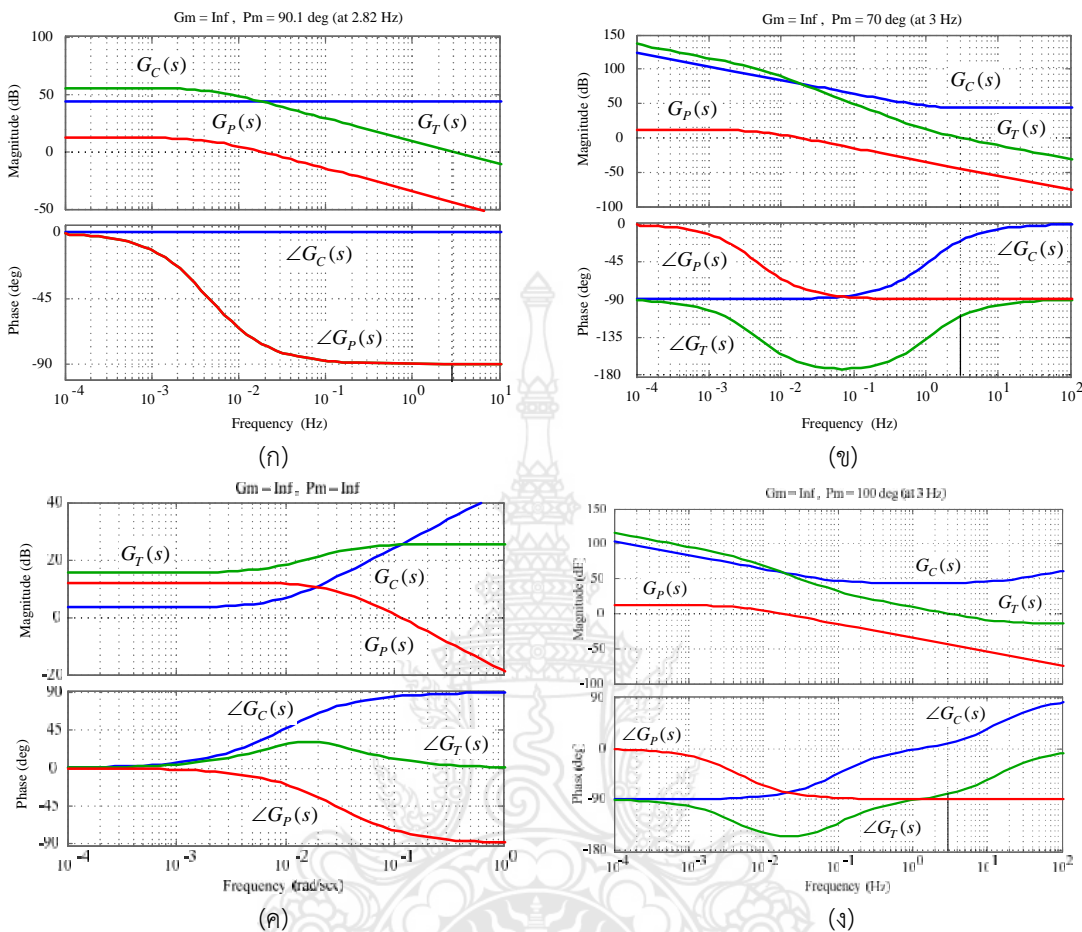
| ตัวควบคุม | ส่วนเฟอิมูเฟส (องศา) | ความถี่ตัดผ่าน (Hz) | K_P | K_I (1/s) | K_D (s) |
|-----------|----------------------|---------------------|-------|-------------|-----------|
| พี | 70 | 3 | 316 | - | - |
| พีไอ | 70 | 3 | 316 | 2174 | - |
| พีดี | 100 | 3 | 332 | - | 3 |
| พีไอดี | 100 | 3 | 332 | 100 | 3 |



รูปที่ 6 แผนภาพโบเดของตัวควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง (ก) ตัวควบคุมแบบพี (ข) ตัวควบคุมแบบพีไอ (ค) ตัวควบคุมแบบพีดี (ง) ตัวควบคุมแบบพีไอดี

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมกรณีควบคุมของเหลวแบบ 2 ถึง

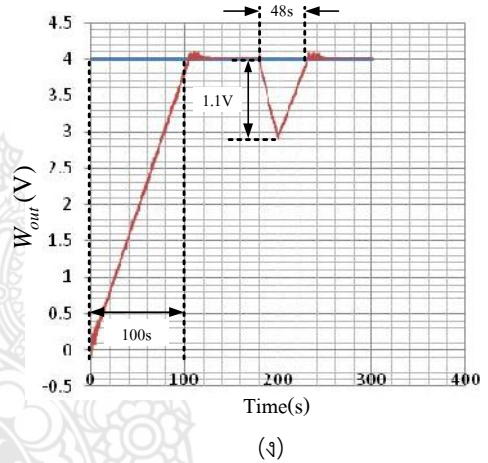
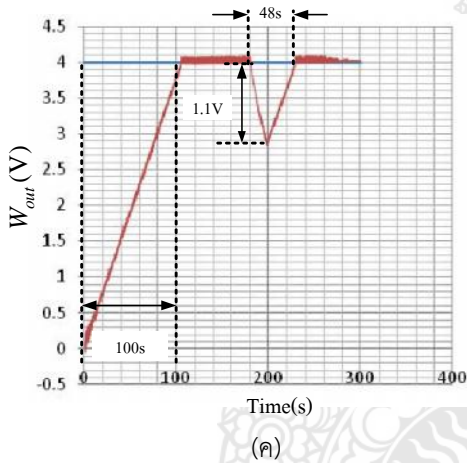
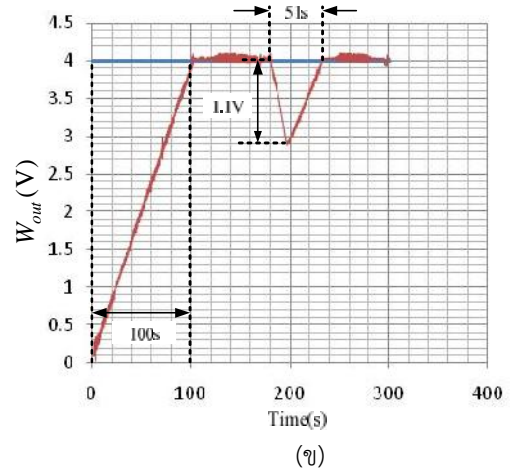
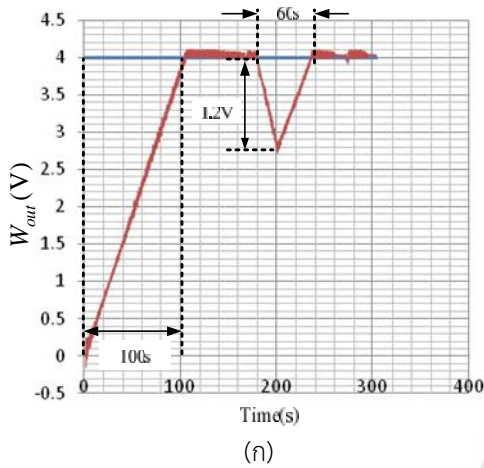
| ตัวควบคุม | ส่วนเผื่อมูฟส (องศา) | ความถี่ตัดผ่าน (Hz) | K_P | K_I (1/s) | K_D (s) |
|-----------|----------------------|---------------------|-------|-------------|-----------|
| พี | 70 | 3 | 402 | - | - |
| พีไอ | 70 | 3 | 403 | 2766 | - |
| พีดี | 100 | 3 | 421 | - | 4 |
| พีไอดี | 100 | 3 | 422 | 100 | 4 |



รูปที่ 7 แผนภาพโบเดของตัวควบคุมของเหลวแบบ 2 ถึง (ก) ตัวควบคุมแบบพี (ข) ตัวควบคุมแบบพีไอ (ค) ตัวควบคุมแบบพีดี (ง) ตัวควบคุมแบบพีไอดี

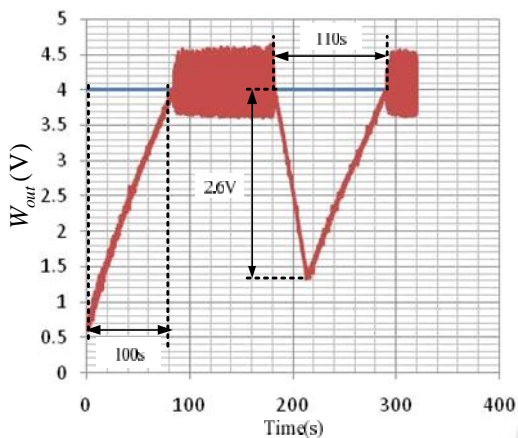
3. ผลการทดลองการทำงานของระบบ

เงื่อนไขการทดสอบการทำงานของระบบควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง โดยตั้งแรงดันอ้างอิง (W_{ref}) เท่ากับ 4 V ซึ่งแทนระดับของเหลวในถังเท่ากับ 3.5 นิ้ว เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวแล้วทำการเปิดน้ำทิ้งเพื่อจำลองว่าระบบมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ จากนั้นปิดวาล์วแล้วบันทึกผลการตอบสนองของระบบ สำหรับการบันทึกผลการทดสอบจะบันทึกช่วงเวลาเข้าที่ของระบบจากเวลาเริ่มต้นจนถึงเวลาที่ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวและช่วงเวลาเข้าที่กรณีมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวชดเชยค่าความผิดพลาดของการควบคุมระดับของเหลวจะใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ออกแบบไว้ในตารางที่ 1 และ 2 ผลการทดสอบการทำงานของระบบแสดงดังรูปที่ 8 (ก) (ข) (ค) และ (ง) และค่าเวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวสรุปไว้ในตารางที่ 3

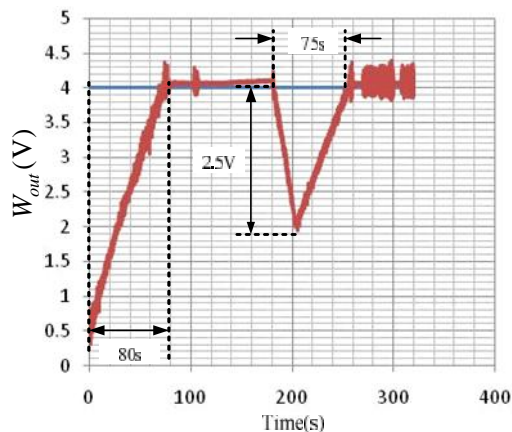


รูปที่ 8 ผลการทดสอบการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง โดยใช้ตัวควบคุม (ก) ตัวควบคุมแบบพี (ข) ตัวควบคุมแบบพีไอ (ค) ตัวควบคุมแบบพีดี และ (ง) ตัวควบคุมแบบพีไอดี

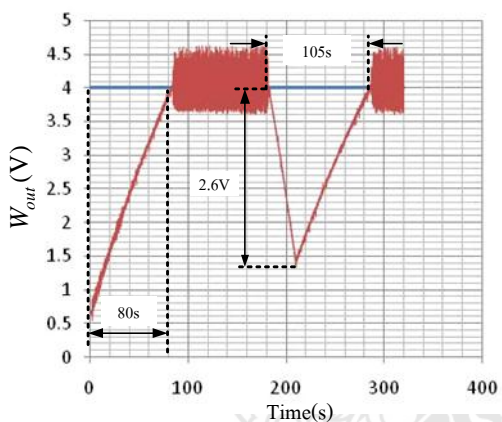
ส่วนเงื่อนไขการทดสอบการทำงานของระบบการควบคุมของเหลวที่มีการปฏิสัมพันธ์แบบ 2 ถึง ก็ปฏิบัติการทดสอบเช่นเดียวกับการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง โดยกำหนดให้แรงดันอ้างอิงเท่ากับ 4 V ซึ่งแทนความสูงของระดับของเหลวในถังที่ 1 เท่ากับ 2.3 นิ้ว ส่วนถังที่ 2 สูงเท่ากับ 0.6 นิ้ว รูปผลการทดสอบแสดงดังรูปที่ 9 (ก) (ข) (ค) และ (ง) ตามลำดับ เช่นเดียวกัน ค่าเวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวของตัวควบคุมแต่ละแบบได้สรุปไว้ในตารางที่ 3 ตามลำดับ



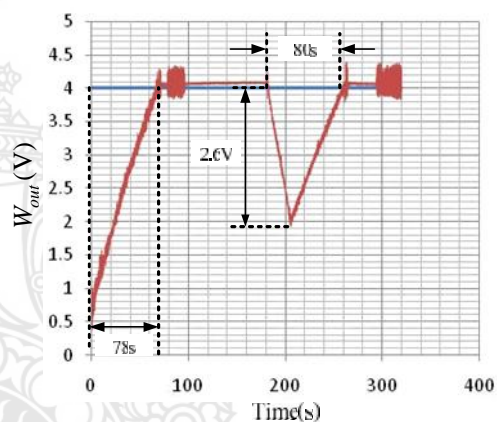
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 9 ผลการทดสอบการควบคุมของเหลวแบบ 2 ถึง โดยใช้ตัวควบคุม (ก) ตัวควบคุมแบบพี (ข) ตัวควบคุมแบบพีไอ (ค) ตัวควบคุมแบบพีดี และ (ง) ตัวควบคุมแบบพีไอดี

ตารางที่ 3 ผลการทดลองของระบบ

| ตัวควบคุม | เวลาคงตัว | | ค่าเวลาคงตัวขณะมีสัญญาณรบกวน | |
|-----------|-----------|-------|------------------------------|-------|
| | 1 ถึง | 2 ถึง | 1 ถึง | 2 ถึง |
| แบบพี | 100s | 100s | 60s | 110s |
| แบบพีไอ | 100s | 80s | 51s | 75s |
| แบบพีดี | 100s | 80s | 48s | 105s |
| แบบพีไอดี | 100s | 78s | 48s | 80s |

จากผลการทดสอบในตารางที่ 3 พบว่าการควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง ตัวควบคุมสามารถควบคุมให้ระบบทำงานโดยใช้เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัว 100s หากมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวควบคุมแต่ละแบบสามารถควบคุมการทำงานของระบบให้เข้าสู่สภาวะคงตัวโดยใช้เวลา 60s กรณีใช้ตัวควบคุมแบบพีไอ และ 48s พบได้กรณีใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี ตามลำดับ ส่วนการทำงานของระบบการควบคุมของเหลวแบบ 2 ถึง ระบบใช้เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวประมาณ 100s พบในตัวควบคุมแบบพี ส่วนกรณีมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ระบบใช้เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวซ้ำเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบพี คือ 110s จากผลการทดสอบจะเห็นได้ว่าการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของการควบคุมของเหลวที่นำเสนอในบทความนี้สามารถนำมาออกแบบตัวควบคุมแต่ละแบบได้ ซึ่งขั้นตอนวิธีการดังกล่าวไม่ยุ่งยากและซับซ้อน

4. สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการออกแบบระบบควบคุมของเหลว ผลการทดสอบการได้มาของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมของเหลวแบบ 1 ถึง และ 2 ถึงโดยนำไปออกแบบตัวชดเชยค่าความผิดพลาดบนโดเมนความถี่ ประกอบด้วยตัวควบคุมแบบพี ไอ พีดีและพีไอดี ผลการทดสอบการทำงานในสภาวะคงตัวและกรณีมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวควบคุมสามารถควบคุมให้ระบบทำงานด้วยผลการตอบสนองเร็วพบได้กรณีใช้ตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดี ยิ่งกว่านั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอในบทความนี้ไม่ยุ่งยากและซับซ้อน

5. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ศูนย์วิจัยและถ่ายทอดเทคโนโลยีพลังงานแสงอาทิตย์ และคณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ที่ให้ทุนสนับสนุนการทำวิจัย

6. เอกสารอ้างอิง

- YoungHoon Na Sin Kim Jinsu Kim and Jietae Lee. 2011. **Development of Liquid Level Control System Using Web Cam**. International Conference on Control Automation and Systems: 1527-1528.
- Min Li Xing-wen Chen and Yan Liu. 2009. **Realization of Liquid Level Real-time Control System Based on LabVIEW**. International Conference on Information Engineering and Computer Science 2009: pp 1-4.
- Sandip A. Mehta Jatin Katrodiya and Bhargav Mankad. 2011. **Simulation, Design and Practical Implementation of IMC tuned Digital PID controller for liquid level control system**. International Conference on Electronics Communications and Control (ICECC) 2011: 1-5.
- ชัชวาล พรพัฒน์กุล และธวัชชัย จิตต์สนธิ. 2556. **การควบคุมระดับอัตราการไหลของน้ำแบบคาสเคดด้วยระบบสื่อสารแบบฟิลด์บัส**. การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมไฟฟ้ามหาวิทยาลัยราชมงคล ครั้งที่ 5: 273-276.
- BI Shujiao and DONG Feng. 2012. **Modeling for Liquid-Level Control System in Beer Fermentation Process**. Proceedings of the 31st Chinese Control Conference: 1739-1744.
- Muhammad Usman Khalid and Muhammad Bilal Kadri. 2012. **Liquid Level Control of Nonlinear Coupled Tanks**. Emerging Technologies (ICET) 2012 International Conference on System using Linear Model Predictive Control: 1-5.
- W. Grega and A. Maciejczyk. 1994. **Digital Control of a Tank System**. IEEE Transaction on Education. Vol.37. No.3: 271-276.
- A. Numsomran V. Tipsuwanporn and K. Tirasesth. 2008. **Modeling of the Modified Quadruple-Tank Process**. SICE Annual Conference 2008: 818-823.
- Norman S. NISE. 2011. **Control Systems Engineering**. 4. United States of America: John Wiley & Sons, Inc..