การศึกษาสถานะบีบอัดของแสงในวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า

The Study of Squeezed State of Light within a PANDA Ring Resonator

ดร.ชัชวาล ศรีภักดี

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากงบประมาณเงินผลประโยชน์ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2558
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

The Study of Squeezed State of Light within a PANDA Ring Resonator

Chatchawal Sripakdee

This research is funded by Faculty of Science and Technology
Rajamangala University of Technology Phra Nakhon
Year 2015

ชื่อเรื่อง : การศึกษาสถานะบีบอัดของแสงในวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า
ผู้วิจัย : ดร. ชัชวาล ศรีภักดี
ปีที่ทำการวิจัย : 2558

บทคัดย่อ

ได้วิเคราะห์การแผ่ของคลื่นโฟตอนในแบบวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า เพื่อศึกษาสถานะโฟตอนในรูปแบบของสถานะบีบอัด และยังได้ศึกษาการผลิตโฟตอนสถานะเกี่ยวพันกันจากกระบวนการผสมคลื่นแสงสี่แบบเพื่อการประยุกต์ใช้ในระบบสารสนเทศเชิงควอนตัม และยังได้ศึกษาสัญญาณรบกวนที่เกิดจากผลของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในระบบด้วย ผลที่ได้พบว่ามีความเหมาะสมที่จะได้นำวงแหวนดังกล่าวไปออกแบบเพื่อบรรจุเป็นชิ้นส่วนของหน่วยประมวลผลระดับควอนตัมของควอนตัมคอมพิวเตอร์ได้

คำสำคัญ: สถานะบีบอัดของโฟตอน , วงแหวนสั่นพ้องแพนด้า

Title : The Study of Squeezed State of Light within a PANDA Ring Resonator
Researcher : Dr. Chatchawal Sripakdee
Year of research : 2015

Abstract

The propagation of photon states in a nonlinear micro - PANDA ring resonator are studied and analyzed. The squeezed state representation of photon can be achieved via four – wave mixing process in the micro-ring resonator. The effect of thermal noise is also studied to optimum the validity of the next application in the CPU of quantum computer.

Keywords: Squeezed state, micro - PANDA ring resonator.

กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากบุคคลที่ให้การสนับสนุนในด้านต่างๆ ดังนี้

ขอขอบคุณ คุณสุมาลี จันทร์หัวโทน ในการจัดพิมพ์ต้นฉบับรูปเล่มงานวิจัย

ขอขอบคุณ นิสากร น่วมศรีนวล ที่ได้ช่วยออกแบบระบบและทดสอบเครื่องมือวัดสัญญาณต่างๆที่เกี่ยวข้อง

สุดท้ายขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่สนับสนุนเงินทุนการวิจัย

ดร. ชัชวาล ศรีภักดี

สารบัญ

บัญชีภาพประกอบ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

วงแหวนสั่นพ้องแพนด้านับว่าเป็นสิ่งประดิษฐ์ที่มีประโยชน์มากทั้งในด้านการสื่อสารระยะไกลด้วยระบบเส้นใยแก้วนำแสง และด้านเทคโนโลยีการประดิษฐ์ตัวตรวจรู้เพื่อประยุกต์ใช้ในการดักจับอะตอมหรือโมเลกุลของสสารได้อย่างแม่นยำยาวนานยิ่ง และเป็นวิธีการสร้างสถานะคิวบิตจากอะตอมที่ดีเยี่ยมอีกวิธีหนึ่งเพื่อนำไปใช้ในการประมวลผลในซีพียูของควอนตัมคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีการสื่อสารเชิงควอนตัมในอนาคตต่อไปได้อย่างคุ้มค่ายิ่ง การเพิ่มประสิทธิภาพการดักจับอะตอมหรือโมเลกุลของวงแหวนสั่นพ้องแพนด้าจึงมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะเป็นเครื่องมือที่มีต้นทุนต่ำแต่มีประสิทธิภาพในการใช้งานสูงมาก พกพาสะดวก และมีขนาดเล็ก ดังนั้น ประเด็นหลักของการเพิ่มประสิทธิภาพการดักจับอะตอม คือ การเพิ่มอัตราการเกิดขึ้นของโฟตอนโมดของห้องการสะท้อนแสง (WGM) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ การเพิ่มขึ้นของอัตราการเกิดของอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนโมดของสัญญาณขาเข้าและโมเลกุลที่ไม่ตอบสนองต่อสนามไฟฟ้าแบบเชิงเส้นของวงแหวนสั่นพ้องแพนด้านั่นเอง ดังนั้น สถานะโฟตอนจากกระบวนการนี้จึงสามารถอธิบายด้วยสถานะบีบอัดได้ ซึ่งเกิดขึ้นร่วมกับสมบัติทางจุลภาคของเส้นใยแก้วนำแสง

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อศึกษาสถานะบีบอัดของโฟตอนในวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

1.3.1 ศึกษาเฉพาะสถานะบีบอัดของโฟตอนเท่านั้น เพราะเป็นสถานะที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนและตัวกลางไม่เชิงเส้นนอนพาราเมตริก $\chi^{(3)}$

1.3.2 ศึกษาวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า เพียง 1 คู่

1.4 ทฤษฎี สมมุติฐาน (ถ้ามี) และกรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัย คือ วงแหวนสั่นพ้องแพนด้าให้โมด WGM ที่มีเกรเดียนท์ ของสนามไฟฟ้าที่มีขนาดเข้มข้นและสามารถดักจับอนุภาคที่มีโพลาไรเซชันได้

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ด้านวิชาการ ใช้ประกอบการเรียนการสอน ต่อยอดเชิงวิจัย

1.6 แผนการถ่ายทอดเทคโนโลยีหรือผลการวิจัยสู่กลุ่มเป้าหมาย

1.6.1 เผยแพร่ ตีพิมพ์ผลงานการวิจัยในวารสารวิชาการ

1.6.2 สอนบรรยายให้แก่นักศึกษา มทร.พระนคร หรือ สถาบันอุดมศึกษาอื่น หรือภาคอุตสาหกรรมที่ให้ความสนใจ

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

ถึงแม้ว่า ดิแรก (P. A. M. Dirac) ได้ค้นพบทฤษฎีควอนตัมของการแผ่รังสีแล้วก็ตาม แต่การอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆของแสงส่วนใหญ่ในขณะนั้นยังอยู่ในกรอบของทฤษฎีกึ่งแผนเดิม ซึ่งแสงประพฤติตัวตามแบบของทฤษฎีสนามไฟฟ้าแผนเดิม ต่อมา หยวน (H. P. Yuen) ได้นำแนวคิดของสถานะบีบอัดเข้ามาใช้และสถานะดังกล่าวสามารถผลิตขึ้นมาได้โดยใช้กระบวนการขยายสัญญาณแบบพาราเมตริกซ์สถานะซ้ำซ้อน สถานะบีบอัดจึงเป็นอีกรูปแบบหนึ่งของแสงที่แสดงให้ทราบว่าสถานะของแสงไม่ใช่สถานะแบบดั้งเดิมอีกต่อไป เนื่องจากสถานะบีบอัดมีประโยชน์ทั้งต่อการประยุกต์ใช้ในการสื่อสารเชิงแสงและการตรวจวัดการแผ่รังสีความโน้มถ่วงเป็นอย่างมาก ดังนั้น จึงมีการทดลองจำนวนมากพยายามผลิตสถานะบีบอัด และในปี ค.ศ. 1986 สลัชเชอร์ (R. E. Slusher) และคณะ ประสบความสำเร็จในการผลิตสถานะบีบอัดโดยใช้การขยายสัญญาณแบบพาราเมตริกซ์โดยใช้ดายเลเซอร์ ข้อดีของสถานะบีบอัด คือ การมีสัญญาณรบกวนในควอเดรเจอร์หนึ่งของสนามไฟฟ้าต่ำกว่าสถานะสุญญากาศมาก โดยในปี ค.ศ. 2006 ก็สามารถผลิตระดับความเข้มการบีบอัดเพิ่มขึ้นได้ถึง 7 dB จากการสั่นแกว่งแบบพาราเมตริกซ์ย่อยของการกระตุ้นต่ำสุด

สถานะบีบอัดสุญญากาศได้แสดงภาพลักษณ์ของแสงเชิงควอนตัมออกมาจำนวนมาก และลำแสงสหสัมพันธ์แบบ EPR ก็ถูกผลิตขึ้นตามมาได้อย่างสำเร็จโดยอาศัยการเหลื่อมซ้อนทับกันของลำแสงสองลำซึ่งเกิดจากการกระตุ้นผลึกไม่เชิงเส้น โดยต่อมาลำแสง EPR ได้เข้ามามีบทบาทอย่างมากในการเคลื่อนย้ายสถานะทางควอนตัม ในปี ค.ศ. 1998 ฟูรุซาวา (A. Furusawa) และคณะประสบผลสำเร็จอย่างงดงามในการทดลองเพื่ออธิบายการเคลื่อนย้ายสถานะควอนตัมของแสง เช่นเดียวกันกับกลุ่มของบรอนสไตน์ (S. L. Braunstein) ก็ได้พัฒนาทฤษฎีสารสนเทศเชิงควอนตัมของตัวแปรต่อเนื่องขึ้นมาซึ่งสถานะบีบอัดสุญญากาศถูกใช้งานเพื่อเป็นตัวนำพาข้อมูลสารสนเทศระหว่างผู้รับและผู้ส่ง

คุณสมบัติที่สำคัญอย่างหนึ่งของแสงเลเซอร์ คือ ความมีระเบียบแบบอาพันธ์ซึ่งมักใช้เป็นตัวกลางการประยุกต์ใช้ที่สำคัญ คือ เพื่อให้เกิดการสะท้อนของโฟตอนหรือโฟตอนเอ็คโค การเตรียมสารไดอิเล็กตริกโมเมนต์ที่มีความพร้อมเพรียงสูงสำหรับสารทั่วไปทำได้โดยยิงพัลส์แรกของแสงเลเซอร์ใส่สารเพื่อทำให้เกิดการเปลี่ยนเฟสหลังจากนั้นยิงพัลส์เลเซอร์ชุดที่สองตามมาแล้วสารก็เกิดการปลดปล่อยเอ็คโคโฟตอนออกมา ซึ่งแนวคิดนี้ได้มาจากสปินเอ็คโคในแม็กนีโตเรโซแนนซ์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเกิดความพร้อมเพรียงของสปินในสนามแม่เหล็ก สมการบล็อคเชิงแสงแสดงความสมนัยระหว่างไดโพลของอะตอมที่เกิดจากการยิงลำแสงเลเซอร์เข้าไปเหนี่ยวนำ และการกระตุ้นการเหนี่ยวนำสปินโดยสนามแม่เหล็ก

2.2 ทฤษฎีควอนตัมของแสงเบื้องต้น

นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ชื่อ เจมส์ เคลิก แม็กซ์เวลล์ (James Clerk Maxwell) ค.ศ. 1831–1879 เป็นบุคคลคนแรกที่ทำนายการมีอยู่ของสมการคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศ ณ ตำแหน่ง $\mathbf{r} = (x, y, z)$ และ เวลา t โดยเขียนได้ว่า

$$\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2}\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \tag{1}$$

โดยที่

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\mathbf{A}^{(+)}(\mathbf{r},t)+\mathbf{A}^{(-)}(\mathbf{r},t) \tag{2}$$

เรียกว่า ศักย์เวกเตอร์ (Vector Potential) โดยที่ $\mathbf{A}^{(+)}(\mathbf{r},t)=\left(\mathbf{A}^{(-)}(\mathbf{r},t)\right)^*$ โดย สนามไฟฟ้า $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ มีความสัมพันธ์กับ ศักย์เวกเตอร์ $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ คือ

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=-\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \tag{3}$$

สนามแม่เหล็ก $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ มีความสัมพันธ์กับ ศักย์เวกเตอร์ คือ

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t)=\mu_0\mathbf{H}(\mathbf{r},t)=\nabla\times\mathbf{A}(\mathbf{r},t) \tag{4}$$

สมการ (1) มีผลเฉลยในรูป

$$\mathbf{A}(\mathbf{r},t)=\sum_k\left(\frac{\hbar}{2\omega_k\varepsilon_0}\right)^{1/2}[\hat{a}_k\mathbf{u}_k(\mathbf{r})e^{-i\omega_k t}+\hat{a}_k^\dagger\mathbf{u}_k^*(\mathbf{r})e^{i\omega_k t}]. \tag{5}$$

เมื่อความสัมพันธ์การสลับที่ของตัวดำเนินการโบซอนของโฟตอน คือ

$$\left[\hat{a}_k,\hat{a}_{k'}^\dagger\right]=\delta_{kk'}, \tag{6}$$

$$\left[\hat{a}_k,\hat{a}_{k'}\right]=\left[\hat{a}_k^\dagger,\hat{a}_{k'}^\dagger\right]=0 \tag{7}$$

และ

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{r})=\frac{1}{L^{3/2}}\hat{\mathrm{e}}^{(\lambda)}\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \tag{8}$$

โดยที่ความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากของ $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ คือ

$$\int_V\mathbf{u}_k^*(\mathbf{r})\mathbf{u}_{k'}(\mathbf{r})d\mathbf{r}=\delta_{kk'} \tag{9}$$

สัญลักษณ์ $\hat{\mathrm{e}}^{(\lambda)}=|H\rangle,\ |V\rangle$ ทางขวามือของ สมการ (8) แสดงสถานะโพลาไรซ์ที่ตั้งฉากกัน (orthonormal) ของโฟตอนอนุภาคหนึ่ง ซึ่งมีอยู่สองสถานะเช่นเดียวกับกรณีของสถานะสปินของอิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่ง กล่าวคือ $|H\rangle$ ใช้แทนเวกเตอร์สถานะโพลาไรซ์ของโฟตอนในแนวนอน และ $|V\rangle$ แทนเวกเตอร์สถานะโพลาไรซ์ของโฟตอนในแนวตั้ง

ตัวดำเนินการพลังงานรวมหรือแฮมิลโตเนียนของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอยู่ในรูป

$$\hat{\mathcal{H}}=\frac{1}{2}\int\left(\varepsilon_0\mathbf{E}^2+\mu_0\mathbf{H}^2\right)d\mathbf{r} \tag{10}$$

จากผลเฉลยตามสมการ (5) เมื่อแทนค่าสนามไฟฟ้า $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ จากสมการ (3) และสนามแม่เหล็ก $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ จากสมการ (4) ลงในสมการ (10) ดังนั้น ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน $\hat{\mathcal{H}}$ จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\hat{\mathcal{H}}=\sum_k\hbar\omega_k\left(\hat{a}_k^\dagger\hat{a}_k+\frac{1}{2}\right) \tag{11}$$

ซึ่งตรงกับรูปแบบของตัวดำเนินการพลังงานของการสั่นแกว่งแบบซิมเปิลฮาร์โมนิกที่คุ้นเคยกันดีในกลศาสตร์ควอนตัมนั่นเอง จากเหตุผลนี้จึงทำให้ทราบว่า สถานะของโฟตอนสามารถอธิบายได้ใน 3 รูปแบบ คือ

2.2.1 สถานะฟอคหรือสถานะเชิงตัวเลข (Fock or Numer State)

สถานะแบบนี้มีเวกตอร์เจาะจงและค่าเจาะจงที่สอดคล้องกัน คือ

$$\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \left| n_k \right\rangle = n_k \left| n_k \right\rangle \tag{12}$$

โดยที่ $n_k = 1, 2, 3, \ldots, \infty$ และ

$$\left\langle n_k \mid m_k \right\rangle = \delta_{mn} \tag{13}$$

และการดำเนินการของตัวดำเนินการทำลายต่อสถานะสุญญากาศ (vacuum state) ให้ค่าเจาะจง คือ

$$\hat{a}_k \left| 0 \right\rangle = 0 \tag{14}$$

ดังนั้น จึงเขียนสถานะเชิงตัวเลขใดๆให้อยู่ในสถานะสุญญากาศได้เป็น

$$\left| n_k \right\rangle = \frac{(\hat{a}_k^\dagger)^{n_k}}{(n_k!)^{1/2}} \left| 0 \right\rangle \tag{15}$$

และมีความสัมพันธ์บริบูรณ์ เป็น

$$\sum_{n_k=0}^{\infty} \left| n_k \right\rangle \left\langle n_k \right| = 1 \tag{16}$$

2.2.2 สถานะอาพันธ์ (Coherent States)

เวกเตอร์เคทของสถานะนี้เขียนอยู่ในรูป

$$\left| \alpha \right\rangle = \hat{\mathcal{D}}(\alpha) \left| 0 \right\rangle \tag{17}$$

โดยที่ตัวดำเนินการกระจัด

$$\hat{\mathcal{D}}(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}) \tag{18}$$

โดยที่ α, α^* เป็นจำนวนเชิงซ้อนและสังยุคของมันตามลำดับ ค่าเจาะจงสถานะอาพันธ์ คือ

$$\hat{a} \left| \alpha \right\rangle = \alpha \left| \alpha \right\rangle \tag{19}$$

หรือเขียนในรูปเวกเตอร์เคทที่สัมพันธ์กับสถานะจำนวนได้เป็น

$$\left| \alpha \right\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum \frac{\alpha^n}{(n!)^{1/2}} \left| n \right\rangle \tag{20}$$

2.2.3 สถานะบีบอัด (Squeezed states)

สถานะบีบอัดหาได้จากการบีบอัดสถานะอาพันธ์ โดยใช้ตัวดำเนินการบีบอัด $\hat{\mathcal{S}}(\zeta)$ ดังสมการ

$$\left| \alpha, \zeta \right\rangle = \hat{\mathcal{D}}(\alpha) \hat{\mathcal{S}}(\zeta) \left| 0 \right\rangle \tag{21}$$

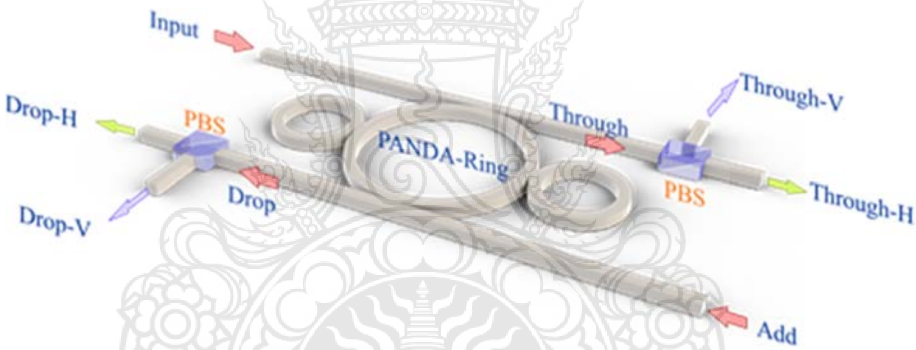
โดยที่

$$\hat{S}(\zeta) = \exp\left(\frac{\zeta^*}{2}\hat{a}^2 - \frac{\zeta}{2}(\hat{a}^\dagger)^2\right) \tag{22}$$

โดยที่ ζ, ζ^* เป็นจำนวนเชิงซ้อนและสังยุคของมันตามลำดับ

2.3 วงแหวนสั่นพ้องแพนด้า

การทำนายการเกิดสถานะบีบอัดของโฟตอนในเส้นใยแก้วนำแสงค้นพบโดย P Drummond และคณะ [1] เป็นที่ทราบกันดีว่าอุปกรณ์วงแหวนสั่นพ้องแพนด้า (PANDA Ring Resonator) สามารถใช้ร่วมกันกับเส้นใยแก้วนำแสงเป็นอย่างดี [2] เพราะอุปกรณ์ชนิดนี้สามารถใช้เป็นตัวกรองความถี่ของแสงและใช้เป็นวงจรสวิตซิ่งได้เป็นอย่างดี โดยเมื่อป้อนสัญญาณแบบลูกคลื่นลำแสงโซลิตอนแบบต่อเนื่องที่ประตูขาเข้า (Input Port) ของวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า พบว่าสัญญาณที่ประตูขาออก (Throughput Port) มีช่วงของ FWHM ที่ทั้งแคบและแหลมคมมาก ด้วยการออกแบบอุปกรณ์ทางแสงชนิดนี้ให้มีขนาดเล็กลงในระดับไมครอน ซึ่งสามารถบรรจุลงในวงจรรวมได้ โดยมีส่วนประกอบภายในที่สำคัญ ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงวงจร PANDA Ring Resonator

คุณสมบัติที่โดดเด่นประการหนึ่งของวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า คือ การเกิดขึ้นของโมดห้องการสะท้อนแสง (Whispering Gallery Mode: WGM) ขณะที่มีการเกิดขึ้นของคลื่นสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนกับโมเลกุลชนิดไม่เชิงเส้น $\chi^{(3)}$ ของสารตัวกลางวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า เล็ดลอดออกมานอกวงแล้วมีการแทรกสอดแบบเสริมกันที่บริเวณภายในห้องวงแหวนกลางของทั้งวงบนและวงล่าง ซึ่งให้ยอดแหลมคมของคลื่นสนามไฟฟ้าที่มีความเข้มสูงมากพอที่จะให้ค่าเกรเดียนท์ของศักย์ไฟฟ้ามากพอเช่นกัน [3] โดยไปเหนี่ยวนำให้เกิดอันตรกิริยาแรงดึงดูดของยอดคลื่นลำแสงกับไดโพลไฟฟ้าของอะตอมอย่างแรง [4] จึงมีความเหมาะสมที่จะนำมาประยุกต์ใช้ทำเป็นอุปกรณ์ดักจับเชิงแสงสำหรับอนุภาคควอนตัมในระดับอะตอมหรือโมเลกุลของสสารในสถานะแก๊สได้ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ทำตัวตรวจรู้ในอุปกรณ์ระบบควบคุมหรือความปลอดภัยจากแก๊สชนิดต่างๆได้อย่างแม่นยำอย่างยิ่ง

บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยมีลำดับขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎีปรากฏการณ์ความไม่เป็นเชิงเส้นของเส้นใยแก้วนำแสง
2. ศึกษาทฤษฎีควอนตัมของแสง
3. ออกแบบวงแหวนการสั่นพ้องแพนด้า
4. วิเคราะห์ทดสอบการทำงานของระบบวงแหวนการสั่นพ้องแพนด้า
5. สร้างแบบจำลองอธิบายผลที่ได้จากข้อ 4.
6. ปรับปรุงแบบจำลองให้สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้ยิ่งขึ้น
7. สรุปผล เขียนรายงานการวิจัย และจัดทำรูปเล่ม
8. เผยแพร่ข้อมูลงานวิจัยโดยผ่านการอบรมสัมมนา/เสนอผลงานการประชุมหรือการตีพิมพ์ลงในวารสารระดับชาติหรือนานาชาติ

3.1 การสร้างสถานะสุญญากาศบีบอัด

3.1.1 สถานะบีบอัด

ในบทนี้จะได้ให้มโนทัศน์ของสถานะบีบอัดสุญญากาศ โดยที่สถานะบีบอัดโมดเดี่ยวสามารถลดสัญญาณการรบกวนในควอเดรเจอร์หนึ่งของสนามไฟฟ้าลงได้ในปริภูมิเฟส ทฤษฎีโมดเดี่ยวถูกขยายไปสู่ทฤษฎีสองโมดซึ่งมโนทัศน์ของควอเดรเจอร์สองโมดที่จะได้เห็นต่อไป สถานะบีบอัดแบบสองโมดนิยามว่าเป็นสถานะที่สัญญาณการรบกวนในควอเดรเจอร์แบบสองโมดมีค่าน้อยกว่าสถานะสุญญากาศ

ใช้วิธีการแบบสมดุลแบบโฮโมดายในการสังเกตสถานะสุญญากาศบีบอัด และไม่ใช่สัญญาณรบกวนในโมดเดี่ยวแต่เป็นสัญญาณรบกวนแบบสองโมดที่ถูกวัดด้วยวิธีโฮโมดาย จึงได้กล่าวถึงทฤษฎีของวิธีการโฮโมดายในบทนี้ด้วย

3.1.2 ทฤษฎีสนามไฟฟ้าแบบโมดเดียว

สนามไฟฟ้าที่ถูกควอนไทซ์แล้วแบบโมดเดียวในรูปแบบตัวแทนไฮเซนเบิร์ก เขียนแทนด้วยสมการ

$$\hat{E}(z,t)=\frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}\hat{a}\exp(-i(\omega t-kz))+\mathrm{h.c.}\right] \tag{23}$$

โดยที่ ω, k และ V คือ ความถี่เชิงมุม เลขคลื่น และ ปริมาตรโมดของการควอนไทซ์ ตามลำดับ $\hat{a}$ คือ ตัวดำเนินการทำลายของสนามและสอดคล้องกับความสัมพันธ์การสลับที่

$$[\hat{a},\hat{a}^{\dagger}]=1 \tag{24}$$

สมการ สามารถแปลงให้เป็น

$$\hat{E}(z,t)=\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}\left[\hat{x}_\phi\cos(\omega t-kz-\phi)+\hat{x}_{\phi+\pi/2}\sin(\omega t-kz-\phi)\right] \tag{25}$$

ด้วยตัวดำเนินการควอเดรเจอร์

$$\hat{x}_\phi=\frac{\hat{a}e^{-i\phi}+\hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2} \tag{26}$$

$$\hat{x}_{\phi+\pi/2}=\frac{\hat{a}e^{-i\phi}-\hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2i} \tag{27}$$

ความสัมพันธ์การสลับที่ระหว่างควอเดรเจอร์ทั้งสองนี้ คือ

$$[\hat{x}_\phi,\hat{x}_{\phi+\pi/2}]=\frac{i}{2} \tag{28}$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ของความไม่แน่นอน คือ

$$\left\langle(\Delta\hat{x}_\phi)^2\right\rangle\left\langle(\Delta\hat{x}_{\phi+/2})^2\right\rangle\geq\frac{1}{16} \tag{29}$$

โดยที่สัญญาณการรบกวนหรือความแปรปรวนของควอเดรเจอร์ คือ

$$\left\langle(\Delta\hat{x}_\phi)^2\right\rangle=\left\langle\hat{x}_\phi^2\right\rangle-\left\langle\hat{x}_\phi\right\rangle^2 \tag{30}$$

3.1.3 สถานะสุญญากาศแบบโมดเดียว

นิยามของสถานะสุญญากาศ $|0\rangle$ คือ

$$\hat{a}|0\rangle=0 \tag{31}$$

ค่าคาดหมายของสนามไฟฟ้าและกำลังสองของมัน คือ

$$\langle 0|\hat{E}|0\rangle=0 \tag{32}$$

$$\langle 0|\hat{E}^2|0\rangle=\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \tag{33}$$

ตามลำดับ ดังนั้นสัญญาณการรบกวนของสนามไฟฟ้าถูกกำหนดโดย

$$\langle 0|(\Delta\hat{E})^2|0\rangle=\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \tag{34}$$

ค่าคาดหมายของควอเดรเจอร์ กำลังสองของมัน และสัญญาณการรบกวนควอเดรเจอร์ คือ

$$\langle 0|\hat{x}_\phi|0\rangle=0 \tag{35}$$

$$\langle 0|\hat{x}_\phi^2|0\rangle=\frac{1}{4} \tag{36}$$

$$\langle 0|(\Delta\hat{x}_\phi)^2|0\rangle=\frac{1}{4} \tag{37}$$

ตามลำดับ เนื่องจากสถานะสุญญากาศสอดคล้องกับสมการ ดังนั้น สถานะสุญญากาศจึงเป็นสถานะที่มีความไม่แน่นอนที่มีค่าต่ำสุดเมื่อเทียบกับอีกควอเดรเจอร์หนึ่ง

3.1.4 สถานะบีบอัดแบบโมดเดียว

ทฤษฎีควอนตัมเปิดโอกาสให้กระจายควอเดรเจอร์สัญญาณรบกวนได้ พิจารณาสถานะที่ $\left\langle (\Delta\hat{x}_{\phi})^2 \right\rangle$ มีค่าน้อยกว่า ¼ ขณะที่ $\left\langle (\Delta\hat{x}_{\phi+\pi/2})^2 \right\rangle$ มีค่ามากกว่า ¼ สถานะดังกล่าว เรียกว่า สถานะบีบอัด โดยสถานะบีบอัดโมดเดียว มีนิยามว่า

$$|\psi\rangle_s = \hat{S}_s(\eta)|0\rangle \tag{38}$$

โดยที่ตัวดำเนินการบีบอัดยูนิทารี

$$\hat{S}_s(\eta) = \exp\left[\frac{1}{2}\left[\eta^*\hat{a}^2 - \eta(\hat{a}^\dagger)^2\right]\right], \quad \eta = re^{i\theta} \tag{39}$$

เรียก r ว่า พารามิเตอร์บีบอัด ตัวดำเนินการบีบอัดมีคุณสมบัติการแปลงที่มีประโยชน์ คือ

$$\hat{S}_s^\dagger(\eta)\hat{a}\hat{S}_s(\eta) = \hat{a}\cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta}\sinh r, \tag{40}$$

$$\hat{S}_s^\dagger(\eta)\hat{a}^\dagger\hat{S}_s(\eta) = \hat{a}^\dagger\cosh r - \hat{a}e^{-i\theta}\sinh r \tag{41}$$

โดยค่าคาดหมายของควอเดรเจอร์ x_ϕ สำหรับสถานะบีบอัด คือ

$${}_s\langle\psi|\hat{x}_\phi|\psi\rangle_s = 0 \tag{42}$$

$${}_s\langle\psi|\hat{x}_\phi^2|\psi\rangle_s = \frac{1}{4}(\cosh 2r - \cos(\theta - 2\phi)\sinh 2r) \tag{43}$$

เมื่อ $\theta = 2\phi$ สัญญาณรบกวนจึงเขียนได้ว่า

$${}_s\langle\psi|\hat{x}_\phi^2|\psi\rangle_s = \frac{1}{4}e^{-2r} \tag{44}$$

$${}_s\langle\psi|\hat{x}_{\phi+\pi/2}^2|\psi\rangle_s = \frac{1}{4}e^{2r} \tag{45}$$

สถานะนี้สอดคล้องกับสมการ นั่นคือ สถานะบีบอัดเป็นสถานะหนึ่งที่มีค่าของความไม่แน่นอนต่ำที่สุด และมีสัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ $\left\langle (\Delta\hat{x}_{\phi})^2 \right\rangle$ มีค่าน้อยกว่าของสถานะสุญญากาศเมื่อ $r > 0$

3.1.5 ทฤษฎีสนามไฟฟ้าแบบสองโมด

สนามไฟฟ้าแบบสองโมดประกอบด้วย $\omega \pm \delta$ สามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{E}(z,t) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}\left[\hat{a}_{\omega+\delta}\exp(-i((\omega+\delta)t - kz)) + h.c.\right] \tag{46}$$

$$+\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}\left[\hat{a}_{\omega-\delta}\exp(-i((\omega-\delta)t - kz)) + h.c.\right] \tag{47}$$

โดยความสัมพันธ์การสลับที่ของตัวดำเนินการสนาม คือ

$$\left[\hat{a}_{\omega\pm\delta}, \hat{a}_{\omega\pm\delta}^\dagger\right] = 1, \tag{48}$$

$$\left[\hat{a}_{\omega\pm\delta}, \hat{a}_{\omega\mp\delta}^\dagger\right] = 0 \tag{49}$$

สมการ สามารถเขียนได้ในรูป

$$\hat{E}(z,t)=\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}}\left[\hat{X}(\delta,\phi)\cos(\omega t-kz-\phi)+\hat{X}(\delta,\phi+\pi/2)\sin(\omega t-kz-\phi)\right] \quad (50)$$

โดยที่แอมพลิจูดเฟสควอเดรเจอร์แบบสองโมด คือ

$$\hat{X}(\delta,\phi)=\frac{\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\delta t+\phi)}+\hat{a}^{\dagger}_{\omega+\delta}e^{i(\delta t+\phi)}+\hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(-\delta t+\phi)}+\hat{a}^{\dagger}_{\omega-\delta}e^{i(-\delta t+\phi)}}{2\sqrt{2}} \quad (51)$$

$$\hat{X}(\delta,\phi+\pi/2)=\frac{\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\delta t+\phi)}-\hat{a}^{\dagger}_{\omega+\delta}e^{i(\delta t+\phi)}+\hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(-\delta t+\phi)}-\hat{a}^{\dagger}_{\omega-\delta}e^{i(-\delta t+\phi)}}{2\sqrt{2}i} \quad (52)$$

และความสัมพันธ์การสลับที่ระหว่างควอเดรเจอร์แบบสองโมด คือ

$$\left[\hat{X}(\delta,\phi),\hat{X}(\delta,\phi+\pi/2)\right]=\frac{i}{2}, \quad (53)$$

และอสมการหลักความไม่แน่นอน คือ

$$\left\langle(\Delta\hat{X}(\delta,\phi))^2\right\rangle\left\langle(\Delta\hat{X}(\delta,\phi+\pi/2))^2\right\rangle\geq\frac{1}{16} \quad (54)$$

3.1.6 สถานะบีบอัดแบบสองโมด

เราเคยพิจารณาสถานะสุญญากาศบีบอัดแบบโมดเดียวแล้ว ตอนนี้จะขยายแนวความคิดไปสู่สถานะสุญญากาศบีบอัดแบบสองโมด โดยนิยาม

$$|\psi\rangle_T=\hat{S}_T(\eta)|0\rangle \quad (55)$$

โดยที่ ตัวดำเนินการการบีบอัดแบบสองโมด $\hat{S}_T$ ถูกกำหนดโดย

$$\hat{S}_T(\eta)=\exp(\eta^*\hat{a}_{\omega+\delta}\hat{a}_{\omega-\delta}-\eta\hat{a}^{\dagger}_{\omega+\delta}\hat{a}^{\dagger}_{\omega-\delta})\ ,\qquad \eta=re^{i\theta} \quad (56)$$

ด้วยความสัมพันธ์การสลับที่

$$\left[\eta\hat{a}^{\dagger}_{\omega+\delta}\hat{a}^{\dagger}_{\omega-\delta}-\eta^*\hat{a}_{\omega+\delta}\hat{a}_{\omega-\delta},\hat{a}_{\omega\pm\delta}\right]=-\eta\hat{a}^{\dagger}_{\omega\mp\delta}, \quad (57)$$

ซึ่งทำให้ได้สูตรที่มีประโยชน์มาก คือ

$$\hat{S}^{\dagger}_T(\eta)\hat{a}_{\omega\pm\delta}\hat{S}_T(\eta)=\hat{a}_{\omega\pm\delta}\cosh r-\hat{a}^{\dagger}_{\omega\mp\delta}e^{i\theta}\sinh r \quad (58)$$

ค่าคาดหวังของสัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์แบบสองโมดและกำลังสองของมันตามลำดับ คือ

$${}_T\langle\psi|\hat{X}(\delta,\phi)|\psi\rangle_T=0, \quad (59)$$

$${}_T\langle\psi|\hat{X}^2(\delta,\phi)|\psi\rangle_T=\frac{1}{4}(\cosh 2r-\cos(\theta-2\phi)\sinh 2r) \quad (60)$$

สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์แบบสองโมดถูกกำหนดโดย

$$ {}_T\langle\psi|(\Delta\hat{X}(\delta,\phi))^2|\psi\rangle_T = \frac{1}{4}(\cosh 2r - \cos(\theta-2\phi)\sinh 2r) \tag{61} $$

เมื่อ $\theta = 2\phi$ สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ คือ

$$ {}_T\langle\psi|(\Delta\hat{X}(\delta,\phi))^2|\psi\rangle_T = \frac{1}{4}e^{-2r}, \tag{62} $$

$$ {}_T\langle\psi|(\Delta\hat{X}(\delta,\phi+\pi/2))^2|\psi\rangle_T = \frac{1}{4}e^{2r}, \tag{63} $$

สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ของสถานะสุญญากาศแบบสองโมด คือ

$$ {}_T\langle 0|(\Delta\hat{X}(\delta,\phi))^2|0\rangle_T = \frac{1}{4}, \tag{64} $$

ดังนั้น $\left\langle(\Delta\hat{X}(\delta,\phi))^2\right\rangle$ มีค่าน้อยกว่ากรณีของสถานะสุญญากาศเมื่อ $r > 0$

3.2 พลศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในท่อวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า

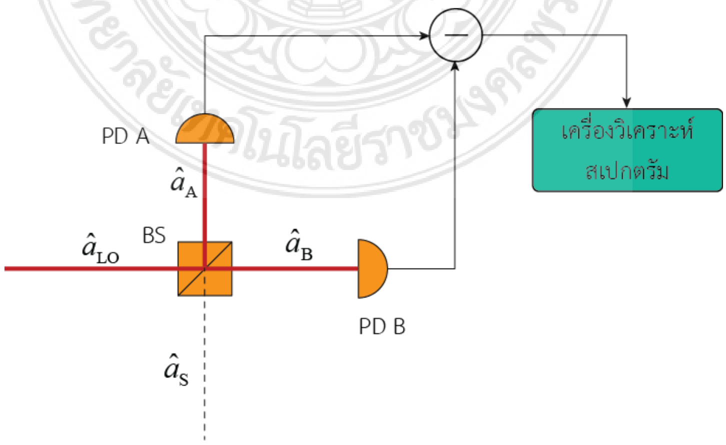
ให้ E_{in} , E_{out} สนามไฟฟ้าขาเข้าและขาออกที่วงแหวนสั่นพ้องแพนด้าตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์

$$ \left|\frac{E_{out}}{E_{in}}\right|^2 = (1-\gamma)^2\left[1-\frac{\kappa\left[1-(1-\gamma)^2\tau^2\right]}{1+(1-\gamma)^2(1-\kappa)\tau-2(1-\gamma)\sqrt{1-\kappa}\tau\cos\phi}\right] \tag{65} $$

โดยที่ $\tau = \exp(-\alpha L/2)$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียความเข้มในการแผ่วนครบหนึ่งรอบของสนามไฟฟ้า , L คือ ความยาวหรือเส้นรอบวงของวงแหวนแพนด้า , κ คือ สัมประสิทธิ์คู่ควบความเข้มสนามไฟฟ้าที่บริเวณรอยต่อ และ γ คือ สัมประสิทธิ์คู่ควบการสูญเสียความเข้มสนามไฟฟ้า

3.3 การประยุกต์วิธีโฮโมดายแบบสมดุลกับการสั่นแกว่งเฉพาะที่โมโนโครมาติก

วิธีการโฮโมดายแบบสมดุลเชิงแสงเพื่อวัดสัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ของสัญญาณแสง การจัดอุปกรณ์ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพของเครื่องมือโฮโมดาย แสงตัวสั่นเฉพาะที่อยู่ในสถานะโคฮีเรนท์แบบโมดเดี่ยว ค่ากำลังของความต่างกระแสไฟฟ้าถูกวัดโดยเครื่องวิเคราะห์สเปกตรัม

สัญญาณแสง $\hat{a}_s$ ผสมกับตัวแยกลำแสงด้วยตัวสั่นแกว่งโมโนโครมาติกเฉพาะที่ $\hat{a}_{LO}$ ที่อยู่ในสถานะโคฮีเรนท์ เอาท์พุททั้งสอง $\hat{a}_{A,B}$ ถูกตรวจจับด้วยตัวตรวจจับโฟโตดีเทคเตอร์ PD A และ PD B ตามลำดับ และค่ากำลังเสปกตรัมของกระแสไฟฟ้าของแต่ละอันก็สามารถวัดได้ด้วยตัววิเคราะห์สเปกตรัม จากความสัมพันธ์อินพุท เอาท์พุทของตัวแยกลำแสง BS สนามไฟฟ้าขาออกสามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\hat{a}_{LO}(t) + i\hat{a}_s(t)\right\}, \tag{66}$$

$$\hat{a}_B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{i\hat{a}_{LO}(t) + \hat{a}_s(t)\right\}, \tag{67}$$

ตามลำดับ เนื่องจากตัวสั่นเชิงแสงเฉพาะที่ อยู่ในสถานะโคฮีเรนท์ ดังนั้น ตัวดำเนินการการทำลายจึงสามารถเป็นจำนวนเชิงซ้อนได้

$$\hat{a}_{LO}(t) = \alpha e^{-i\omega t}, \tag{68}$$

$$\alpha = |\alpha_{\text{mono}}| e^{i\theta} \tag{69}$$

โดยปกติการสถานะสุญญากาศบีบอัดผลิตโดยผลึกไม่เชิงเส้นจะมีการกระจายความถี่ในช่วง $\Delta\omega > 10 \quad \text{MHz}$ อย่างไรก็ตามเราสามารถละทิ้งองค์ประกอบความถี่ของสนามไฟฟ้าสัญญาณอื่น $\hat{a}_{\omega\pm\delta}e^{i(\omega\pm\delta)t}$ เนื่องจากตัวแยกสเปกตรัมวัดกำลังของบีตส์ δ ดังนั้น สนามไฟฟ้าของสัญญาณจึงสามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_s(t) = \hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t} \tag{70}$$

แทนสมการ และ ลงในสมการ และ จะได้

$$\hat{a}_A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha e^{-i\omega t} + i\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + i\hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t}\right) \tag{71}$$

$$\hat{a}_B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\alpha e^{-i\omega t} + \hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t}\right) \tag{72}$$

ความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้าระหว่าง PD A และ PD B กำหนดโดย

$$\begin{aligned}
\Delta\hat{I} &= C(a_A^\dagger(t)\hat{a}_A(t) - \hat{a}_B^\dagger(t)\hat{a}_B(t)) \\
&= iC\left[\alpha^*\hat{a}_{\omega+\delta} - \alpha\hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{-i\delta t} + (\alpha^*\hat{a}_{\omega-\delta} - \alpha\hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i\delta t})\right] \\
&= C|\alpha_{\text{mono}}|\left[\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\delta t+(\theta-\pi/2))} + \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i(\delta t+(\theta-\pi/2))}\right. \\
&\quad \left. + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(-\delta t+(\theta-\pi/2))} + \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{i(-\delta t+(\theta-\pi/2))}\right] \\
&= 2\sqrt{2}\,|\alpha_{\text{mono}}|\,\hat{X}(\delta, \theta - \pi/2)
\end{aligned} \tag{73}$$

โดยที่ ควอเดรเจอร์แบบสองโมด $\hat{X}(\delta,\theta)$ นิยามตามสมการ (52) จากทฤษฎีไวเนอร์-ขินท์ไชน์ (Wiener - Khintchine) ฟังก์ชันสเปกตรัมความหนาแน่น $\left\langle \hat{S}_{\text{mono}} \right\rangle$ ของ $\Delta\hat{I}$ นิยามว่า

$$\left\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta') \right\rangle = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left\langle \Delta\hat{I}(t)\Delta\hat{I}(t+\tau) \right\rangle \cos\delta'\tau \tag{74}$$

แทนสมการ (73) ลงในสมการ (74) จะได้

$$\left\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta') \right\rangle = 8(C\,|\,\alpha_{\text{mono}}\,|)^2 \left\langle \hat{X}^2(\delta,\theta-\pi/2) \right\rangle \delta(\delta'-\delta) \tag{75}$$

โดยที่ $\delta(\delta'-\delta)$ คือ ดิแรกเดลต้าฟังก์ชัน ถ้าสนามไฟฟ้าของสัญญาณอยู่ในสถานะสุญญากาศ ดังนั้นสัญญาณรบกวนที่วัดได้ คือ

$$\left\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta,\theta) \right\rangle_{\text{vac}} = 2C\,|\,\alpha_{\text{mono}}\,|)^2 \tag{76}$$

สเปกตรัมกำลังของความต่างกระแสไฟฟ้าซึ่งทำให้ปกติแล้วด้วยระดับสัญญาณรบกวนสุญญากาศ คือ

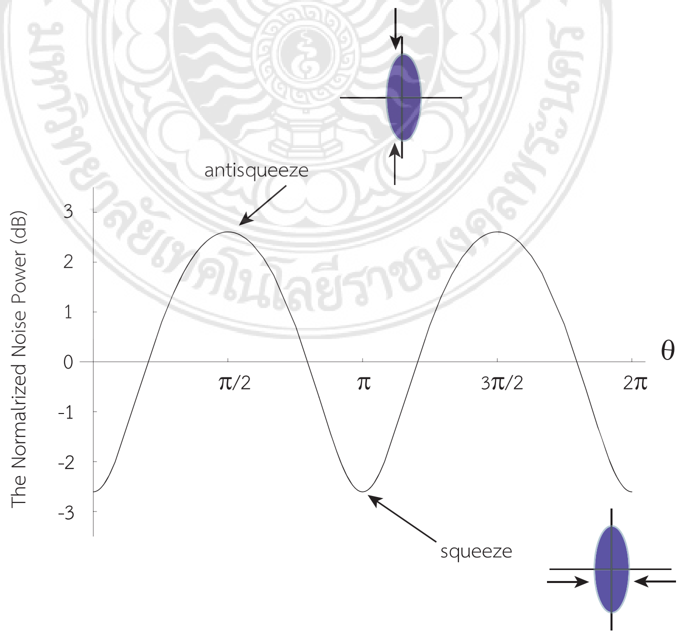
$$\hat{S}_{\text{mono}} = 4\hat{X}^2(\delta,\theta-\pi/2) \tag{77}$$

ยังพบอีกว่า สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์จากทิศทางต่างๆสามารถวัดได้โดยการเปลี่ยนเฟสของตัวสั่นเฉพาะที่

เมื่อสัญญาณของสถานะ $|\psi\rangle$ เป็นสถานะสุญญากาศบีบอัดแบบสองโมด ค่าคาดหวังของสเปกตรัมกำลังเขียนได้ว่า

$$\langle\psi|\hat{S}_{\text{mono}}(\delta,\theta)|\psi\rangle = \cosh 2r - \cos(\phi-2\theta+\pi)\sinh 2r \tag{78}$$

โดยที่ ϕ คือ เฟสของสนามไฟฟ้าที่ถูกปั๊มเข้ามาในกระบวนการขยายสัญญาณเชิงแสงพาราเมตริก ถ้าไม่มีการสูญเสียใดๆเกิดขึ้น เราสามารถให้ $\phi=\pi$ รูปที่ 3.2 แสดงความไม่อิสระของกำลังสัญญาณรบกวนที่ปกติแล้วต่อเฟสของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ θ เมื่อพารามิเตอร์บีบอัด $r=0.3$ การบีบอัดสูงสุด คือ -2.6 dB และการต่อต้านการบีบอัด คือ +2.6 dB สามารถสังเกตได้เมื่อ $\theta=0$ และ $\theta=\pi/2$ ตามลำดับ



รูปที่ 3.2 ความไม่อิสระของกำลังที่ปกติแล้วที่ขึ้นกับมุมเฟสของการสั่นเฉพาะที่ มีค่าพารามิเตอร์บีบอัด $r = 0.3$ กำลังของสัญญาณรบกวนที่เป็นปกติแล้วมีหน่วยเป็นเดซิเบล (dB) ซึ่งได้มาจากสูตร $10\log_{10}\left\langle \hat{S} \right\rangle$

3.4 การเหลื่อมทับกันเชิงปริภูมิของลำแสงสัญญาณกับตัวสั่นเฉพาะที่

ที่ผ่านมาเรายังไม่ได้พิจารณาโมดปริภูมิของสัญญาณแสงและแสงของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ซึ่งในทางแฝงแล้วต้องมีอยู่เช่นเดียวกัน เนื่องจากวิธีโฮโมดายวัดสัญญาณควอเดรเจอร์ของสนามไฟฟ้าของโมดปริภูมิว่าเป็นของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ ซึ่งการเหลื่อมซ้อนทับกันเชิงปริภูมิระหว่างสัญญาณแสงและตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่มีความสำคัญมาก ให้ ξ เป็นการเหลื่อมซ้อนทับกันระหว่างการสั่นเฉพาะที่กับลำแสงสัญญาณ ตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่แบ่งออกเป็นสองโมด ดังนี้

$$\hat{a}_{LO} = \xi \hat{a}_{LO}^{\parallel} + \sqrt{1-\xi^2}\,\hat{a}_{LO}^{\perp}, \tag{79}$$

โดยที่ โมดปริภูมิของ $\hat{a}_{LO}^{\parallel}$ มีค่าเช่นเดียวกับลำแสงสัญญาณขณะที่โมดปริภูมิของ $\hat{a}_{LO}^{\perp}$ ตั้งฉากกับของลำแสงสัญญาณ สมการ (66) และสมการ (67) สามารถอนุพัทธ์ต่อไปสู่สองโมด ได้ คือ

$$\hat{a}_{A}^{\parallel}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\hat{a}_{LO}^{\parallel}(t) + i\hat{a}_{S}^{\parallel}(t)\right\}, \tag{80}$$

$$\hat{a}_{B}^{\parallel}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{i\hat{a}_{LO}^{\parallel}(t) + \hat{a}_{S}^{\parallel}(t)\right\}, \tag{81}$$

$$\hat{a}_{A}^{\perp}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\hat{a}_{LO}^{\perp}(t) + i\hat{a}_{S}^{\perp}(t)\right\}, \tag{82}$$

$$\hat{a}_{B}^{\perp}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{i\hat{a}_{LO}^{\perp}(t) + \hat{a}_{S}^{\perp}(t)\right\}. \tag{83}$$

ดังนั้น ตัวดำเนินการทำลายของตัวสั่นเฉพาะที่ในส่วนที่ตั้งฉากและส่วนที่ขนานในสถานะโคฮีเรนท์ จึงเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_{LO}^{\parallel}(t) = \xi\alpha e^{-i\omega t}, \tag{84}$$

$$\hat{a}_{LO}^{\perp}(t) = \sqrt{1-\xi^2}\,\alpha e^{-i\omega t}, \tag{85}$$

ตามลำดับ กำลังของความต่างของกระแสไฟฟ้า คือ

$$\hat{S}_{\text{mono}}(\delta,\theta) = \xi^2 \hat{S}_{\text{mono}}^{\parallel}(\delta,\theta) + (1-\xi^2)\hat{S}_{\text{mono}}^{\perp}(\delta,\theta), \tag{86}$$

โดยที่

$$\hat{S}_{\text{mono}}^{\parallel(\perp)}(\delta,\theta) = 8(C\,|\,\alpha_{\text{mono}}\,|\,\hat{X}^{\parallel(\perp)}(\delta,\theta))^2, \tag{87}$$

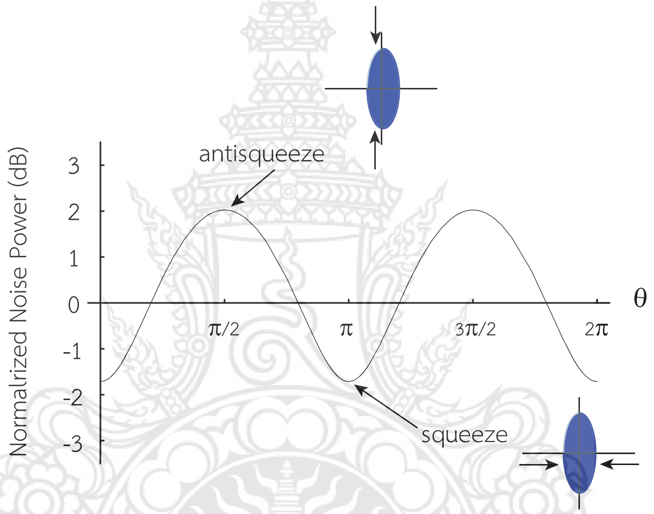
โดยที่ $\hat{X}^{\parallel(\perp)}$ คือ สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ของโมดขนาน(ตั้งฉาก)กับตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ เนื่องจากสถานะที่ต้องกระทำคือสถานะสุญญากาศด้วยตัวดำเนินการ $\hat{X}^{\perp}$ ดังนั้น สเปกตรัมกำลังที่ปกติแล้วของความแตกต่างกระแสไฟฟ้า จึงเขียนได้เป็น

$$\hat{S}_{\text{mono}}(\delta,\theta)=4\xi^2(\hat{X}^{\parallel}(\delta,\theta))^2+1-\xi^2 \tag{88}$$

ซึ่งสามารถขยายไปสู่กรณีสุญญากาศบีบอัดที่สูญเสียความเข้ม L ก่อนที่จะมาถึงตัวตรวจจับสัญญาณโฮโมดายได้ สเปกตรัมกำลังที่ปกติแล้วจึงเขียนได้ว่า

$$\hat{S}_{\text{mono}}(\delta,\theta)=4\zeta^2(\hat{X}^{\parallel}(\delta,\theta))^2+1-\zeta, \tag{89}$$

โดย $\zeta=(1-L)\xi^2$ คือ ปัจจัยสัมประสิทธิ์การตรวจจับ รูปที่ 3.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังและ θ เฟสของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ เมื่อพารามิเตอร์บีบอัด $r=0.3$ ค่าสภาพที่จะมองเห็นได้ $\xi=0.95$ และค่าการสูญเสีย $L=0.2$ ค่าการบีบอัดสูงสุด (-1.7 dB) และค่าต่อต้านการบีบอัด (+2.0 dB) ถูกสังเกตได้โดยการปรับค่าเฟสของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ สังเกตว่าระดับการบีบอัดลดลง 0.9 dB (=2.6 dB – 1.7 dB) ขณะที่ระดับการต่อต้านการบีบอัดลดลงเพียง 0.6 dB (=2.6 dB – 2.0 dB) การบีบอัดจึงมีความไวต่อการสูญเสียหรือค่าสภาพที่จะมองเห็นมากกว่าการต่อต้านการบีบอัด



รูปที่ 3.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังซึ่งขึ้นกับมุมเฟสของการสั่นเฉพาะที่ ค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r=0.3$ สภาพมองเห็นได้ $\xi=0.95$ และการสูญเสีย $L=0.2$

ในทฤษฎีควอนตัมของการแผ่รังสีการสูญเสียไม่ได้ทำให้เกิดการลดค่าของจำนวนโฟตอนแต่ยังมีความเกี่ยวข้องกับสัญญาณการรบกวนสุญญากาศ พิจารณาสถานะสุญญากาศบีบอัดบริสุทธิ์ซึ่งมีสัญญาณการรบกวนควอเดรเจอร์ เป็น

$$\left\langle \hat{x}_\phi^2 \right\rangle = \frac{1}{8} \quad \left(=\frac{1}{2}\times\left\langle 0\middle|\hat{x}_\phi^2\middle|0\right\rangle\right) \tag{90}$$

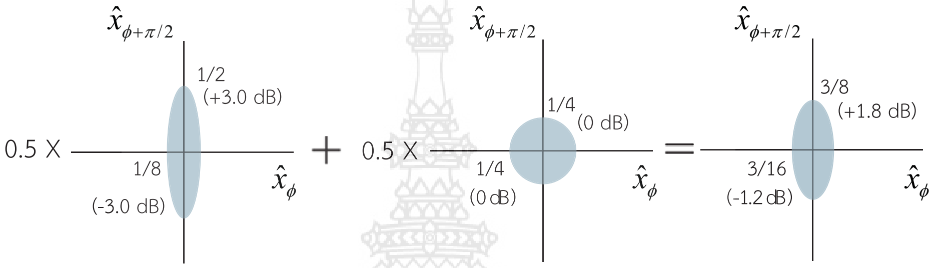
$$\left\langle \hat{x}_{\phi+\pi/2}^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \quad \left(=2\times\left\langle 0\middle|\hat{x}_\phi^2\middle|0\right\rangle\right) \tag{91}$$

ตามลำดับ กล่าวอีกอย่าง ระดับการบีบอัดและการต่อต้านการบีบอัดของสถานะสุญญากาศบีบอัด คือ -3.0 dB และ +3.0 dB ตามลำดับ ถ้าครึ่งหนึ่งของสุญญากาศการบีบอัดถูกดูดกลืนและสัญญาณรบกวนสุญญากาศถูกฉีดเข้าใส่สถานะดังรูปที่ (3.4) สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์เปลี่ยนแปลงค่า ดังนี้

$$\left\langle \hat{x}_{\phi}^{2} \right\rangle \rightarrow 0.5\times\frac{1}{8}+0.5\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}, \tag{91}$$

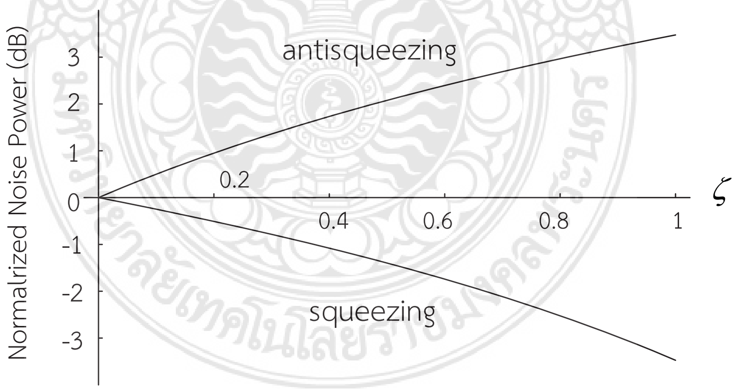
$$\left\langle \hat{x}_{\phi+\pi/2}^{2} \right\rangle \rightarrow 0.5\times\frac{1}{2}+0.5\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}, \tag{92}$$

ตามลำดับ กล่าวอีกอย่าง ระดับการบีบอัดและต่อต้านการบีบอัดของสถานะสุญญากาศเปลี่ยนจาก -1.2 dB และ +1.8 dB ตามลำดับ ขณะที่ระดับการบีบอัดเปลี่ยนแปลง 1.8 dB ระดับการต้านการบีบอัดลดลงเพียง 1.2 dB ความแตกต่างเพิ่มขึ้นถ้าระดับการบีบอัดเริ่มต้นมีค่าสูงกว่า ระดับสถานะสูงๆ สุญญากาศบีบอัดมีความไวต่อการสูญเสียอย่างมาก จากการพิจารณา การบีบอัดมากกว่า -3 dB ไม่สามารถบรรลุได้ด้วยการมีอยู่ของการสูญเสีย 50%



รูปที่ 3.4 ไดอะแกรมการสูญเสีย สถานะสุญญากาศบีบอัด -3 dB มีค่าการสูญเสีย $L=0.5$ หลังจากการดูดกลืนระดับการบีบอัดที่สังเกตได้ลดลงเป็น -1.2 dB

การขึ้นอยู่ของการบีบอัดและการต่อต้านการบีบอัดสูงสุดต่อสัมประสิทธิ์การตรวจจับ แสดงในรูปที่ 3.5 ด้วยพารามิเตอร์การบีบอัด $r=0.3$



รูปที่ 3.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังและประสิทธิภาพการตรวจจับ ζ โดยมีค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r=3$

3.5 การสร้างสถานะสุญญากาศบีบอัดด้วยวิธีเรโซแนนท์

การสร้างสถานะบีบอัดจะต้องเซตเครื่องมือออกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ ดับเบลอร์ และ ตัวขยายพาราเมตริกซ์เชิงแสง(ตัวบีบอัด) จึงต้องศึกษาทฤษฎีทัศนศาสตร์ไม่เชิงเส้นลำดับที่สองในโพรง

3.5.1 โครงสร้างการแผ่ของคลื่นในตัวกลางไม่เชิงเส้น

เมื่อฉายแสงตกกระทบตัวกลางที่ตอบสนองต่อแสงแบบไม่เชิงเส้น แสงจะไปเหนี่ยวนำให้ตัวกลางเกิดโพลาไรเซชันขึ้น ซึ่งจะเป็นสัดส่วนกับระดับขนาดที่สองหรือสูงกว่าของสนามไฟฟ้า ดังนั้นโพลาไรเซชันจึงประกอบด้วยสองส่วนหลัก คือ ส่วนที่ตอบสนองต่อแสงแบบเชิงเส้น P_L และแบบที่ตอบสนองต่อแสงไม่เป็นเชิงเส้น P_{NL} โดยที่โพลาไรเซชันรวม เขียนได้ว่า

$$P = P_L + P_{NL} \tag{93}$$

โดยที่

$$P_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E}, \tag{94}$$

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \cdot \mathbf{EE} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \cdot \mathbf{EEE} + \ldots \tag{95}$$

โดยที่ $\chi^{(i)}$ คือ ค่าความอ่อนไหวทางไฟฟ้าลำดับที่ i ซึ่งโดยทั่วไปเป็นเทนเซอร์ลำดับที่ $i+1$ จากสมการแม็กซเวลล์ การแผ่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลาง คือ

$$\nabla^2 E - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \tag{96}$$

โดยที่ $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi^{(1)})$ เราสนใจเพียงผลเฉลยของความไม่เป็นเชิงเส้นของตัวกลางในลำดับที่ 2 เท่านั้น สมมติว่าเราสนใจเฉพาะผลเฉลยแบบคลื่นระนาบที่มีโพลาไรซ์ตามแนวแกน x เท่านั้น และคลื่นกำลังแผ่ไปตามแนวแกน z ด้วยความถี่ ω_1, ω_2 และ ω_3 ดังนี้

$$E^{(\omega_1)}(z,t) = \frac{1}{2} E_1(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c., \tag{97}$$

$$E^{(\omega_2)}(z,t) = \frac{1}{2} E_2(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + c.c., \tag{98}$$

$$E^{(\omega_3)}(z,t) = \frac{1}{2} E_3(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + c.c., \tag{99}$$

โดยที่ E_i คือ แอมพลิจูดเชิงซ้อนที่แปรค่าอย่างช้าๆ และเราได้ละทิ้งส่วนที่ขึ้นกับเวลาของมันด้วย ดังนั้น สนามไฟฟ้าชั่วขณะ คือ

$$E(z,t) = E^{(\omega_1)}(z,t) + E^{(\omega_2)}(z,t) + E^{(\omega_3)}(z,t) \tag{100}$$

เพื่อที่จะควบสนามผ่านโพลาไรซ์ไม่เชิงเส้น เราสมมติว่า $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ และยังสมมติให้ $\chi^{(2)}$ เป็นปริมาณสเกลาร์ และ P มีทิศทางขนานกับแกน x สมการ (96) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

$$\nabla^2 E(z,t) - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \chi^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(E(z,t)^2) \tag{101}$$

เมื่อใช้การประมาณให้แอมพลิจูดแปรค่าช้ามากๆและการประมาณเฟส จึงได้สมการพื้นฐานอธิบายอันตรกิริยาลำดับที่ 2 คือ

$$\frac{dE_1}{dz} = -\frac{i\omega_1}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_3 E_2^* e^{-i(k_3-k_2-k_1)z}, \tag{102}$$

$$\frac{dE_2^*}{dz} = \frac{i\omega_2}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2 E_3^* e^{-i(k_3+k_2+k_1)z}, \tag{103}$$

$$\frac{dE_3}{dz} = -\frac{i\omega_3}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2 e^{-i(k_3+k_2+k_1)z}. \tag{104}$$

3.5.2 การผลิตฮาร์มอนิกเชิงแสงลำดับที่ 2

ผลึกไม่แผ่รังสีด้วยตัวเองแบบไม่เชิงเส้นเมื่อกระตุ้นด้วยแสงเลเซอร์หรือเรียกสั้นๆว่าแสงพื้นฐานทำให้เกิดคลื่นฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 กระบวนการนี้อธิบายได้ด้วยสมการ (102) – (104) ความถี่แสงพื้นฐานคือ ω และแอมปลิจูดคือ $\mathcal{E}^{(\omega)}$ ดังนั้น จึงให้ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ และ $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}^{(\omega)}$ แสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 คือ $\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}^{(2\omega)}$ และ $\omega_3 = 2\omega$ สมการ (104) แปลงไปเป็น

$$\frac{d\mathcal{E}^{(2\omega)}}{dz} = -i\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0 \chi^{(2)} (\mathcal{E}^{(\omega)})^2 e^{i\Delta kz} \tag{105}$$

โดยที่ $\Delta k = k_3 - 2k_1$ เมื่ออินทิเกรตสมการนี้จะได้แอมปลิจูดของแสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 ที่ผิวหน้าของผลึก $z = d$ คือ

$$\mathcal{E}^{(2\omega)}(d) = -i\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0 \chi^{(2)} (\mathcal{E}^{(\omega)})^2 \frac{e^{i\Delta kd} - 1}{i\Delta k} \tag{106}$$

และกำลังแสงเอาท์พุทของฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^{(2\omega)}(d) &= \frac{1}{2} c\varepsilon_0 \,|\, \mathcal{E}^{(2\omega)} \,|^2 \\ &= \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 (\mathcal{I}^{(\omega)})^2 d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \end{aligned} \tag{107}$$

กำลังของแสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 เป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสองของแสงพื้นฐาน จึงนิยาม สัมประสิทธิ์การผันกลับ ดังนี้

$$\eta = \frac{\mathcal{I}^{(2\omega)}}{(\mathcal{I}^{(\omega)})^2} = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \tag{108}$$

และนิยามปัจจัยการสูญเสียจากการผันกลับ คือ

$$\beta = \frac{\mathcal{I}^{(2\omega)}}{\mathcal{I}^{(\omega)}} = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 \mathcal{I}^{(\omega)} d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \tag{109}$$

3.5.3 การเทียบเฟสเสมือน

เฟสของการโพลาไรเซชันไม่เชิงเส้นวิวัฒน์ด้วยขนาด $2k_1$ และของคลื่นไฟฟ้าด้วยขนาด k_3 ซึ่ง $\Delta k = k_3 - 2k_1$ คือ ความคลาดของเลขคลื่นของโพลาไรเซชันไม่เชิงเส้นจากคลื่นไฟฟ้า เมื่อ $2k_1 = k_3$ เฟสเหล่านี้นำไปสู่ลำดับขั้นตอน เงื่อนไขนี้ถูกอ้างว่าเป็นการเทียบเฟส ในขณะที่ความเข้มของสนามเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนตาม z^2 เมื่อ $\Delta k = 0$ ฟังก์ชันของความเข้มสนามมีลักษณะเป็นคาบเมื่อ $\Delta k \neq 0$ ดังนั้น ความเข้มก็ไม่เลือนจางไป

ดัชนีหักเหเพิ่มขึ้นอย่างปกติกับค่า ω หรือ k ในที่นี้จะใช้เทคนิคของยาริฝ ซึ่งเป็นวิธีของการเทียบเฟส โดยใช้ผลึกที่ไม่เป็นเชิงเส้นแล้วทำการมอดูเลตแบบมีคาบเป็นช่วงๆโดยการย้อนทิศทางของแกนหลักอย่างเป็นคาบ สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้น $\chi^{(2)}(z)$ สามารถกระจายในรูปของอนุกรมฟูริเยร์ คือ

$$\chi^{(2)}(z) = \chi_0^{(2)}\left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp\left(im\frac{2\pi}{\Lambda}z\right)\right], \tag{110}$$

โดยที่

$$a_m = \frac{1}{\Lambda}\int_0^{\Lambda} \frac{\chi^{(2)}(z)}{\chi_0^{(2)}} \exp\left(-im\frac{2\pi}{\Lambda}z\right)dz \tag{111}$$

และ Λ คือคาบของ $\chi^{(2)}(z)$ แทนค่าสมการ (110) ลงในสมการ (102) จะได้

$$\frac{d\mathcal{E}_1}{dz} = -\frac{i\omega_1}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0\chi_0^{(2)}\mathcal{E}_3\mathcal{E}_2^* \exp\left[i\left(m\frac{2\pi}{\Lambda} - k_3 + k_2 + k_1\right)z\right] \tag{112}$$

ถ้ามีจำนวนเต็ม m ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$m\frac{2\pi}{\Lambda} = k_3 - k_2 - k_1 \tag{113}$$

การเทียบเฟสก็เป็นจริง ถ้า $\chi^{(2)}(z)$ เริ่มจาก $\chi_0^{(2)}$ ถึง $-\chi_0^{(2)}$ ทุกๆค่าของ $\Lambda/2$ ซึ่งจะได้

$$a_m = \frac{1-\cos m\pi}{m\pi} \tag{114}$$

ถ้าเลือก $m = 1$ สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นจึงเขียนได้ว่า

$$\chi_{eff}^{(2)} = a_1\chi_0^{(2)} = \frac{2}{\pi}\chi_0^{(2)} \tag{115}$$

3.5.4 เงื่อนไขที่ดีที่สุดในการโฟกัสลำแสงลงใส่ผลึกที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ลำแสงเกาเซียนซึ่งมีภาคตัดขวางจำกัดมีช่วงความยาวโฟกัสร่วม $z_0 = \pi\omega_0^2 n/\lambda$ เป็นตัวบอกระยะทางจากเอวของลำแสงซึ่งพื้นที่ของลำแสงมีค่าเป็นสองเท่าของช่วงเอวลำแสง ถ้าละทิ้งการบานออกของลำแสงจะได้สัมประสิทธิ์การผันกลับ คือ

$$\eta = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} \frac{(\omega\varepsilon_0\chi^{(2)}d)}{\pi\omega_0^2} \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \tag{116}$$

3.6. แฮมิลโตเนียนของระบบ

เมื่อโฟตอนโมดปั้มมีอันตรกิริยากับผลึกที่มีการตอบสนองต่อลำแสงเลเซอร์พลังงานสูงที่ตกกระทบแบบไม่เชิงเส้นระดับพลังงานของอะตอมผลึกก็ถูกกระตุ้นขึ้นไปอยู่ในสถานะกระตุ้นจนกระทั่งอะตอมของผลึกที่ไม่สมมาตรได้ปลดปล่อยโฟตอนออกมาสองโมด ได้แก่ โฟตอนโมดสัญญาณ (s) และโฟตอน โมดนิ่งเฉย (i) ออกมา สามารถเขียนแฮมิลโตเนียนของอันตรกิริยานี้ซึ่งเรียกว่า การผสมโฟตอนแบบสี่โมด ได้ว่า

$$\hat{\mathcal{H}} = i\hbar\chi^{(3)}\left(\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_p^2 - \hat{a}_s\hat{a}_i\hat{a}_p^{\dagger 2}\right) \tag{117}$$

เมื่อ $\hat{a}_s^\dagger, \hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_p^\dagger$ คือ ตัวดำเนินการการสร้างโฟตอนโมดสัญญาณ โมดนิ่งเฉย และโมดปั๊ม ตามลำดับ เมื่อนำสมการ(117) เพื่อศึกษาการวิวัฒน์ในเวลาของตัวดำเนินการทั้งสามโมด จาก

$$i\hbar\frac{d}{dt}\hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \tag{118}$$

เมื่อ $\hat{\rho}$ คือ ตัวดำเนินการเมตริกซ์หนาแน่นของระบบ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ ความน่าจะเป็นของการเลื่อนสถานะของโฟตอน $P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^+)$ ในปริภูมิจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

$$\hat{\rho} = \int_{\mathcal{D}} \hat{\Lambda}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^+) P(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^+) d\mu(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^+) \tag{119}$$

เมื่อ $\boldsymbol{\alpha} \equiv (\alpha_p, \alpha_s, \alpha_i)$ และ $\boldsymbol{\alpha}^+ \equiv (\alpha_p^+, \alpha_s^+, \alpha_i^+)$ และ

$$\hat{\Lambda}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}^+) = \frac{|\boldsymbol{\alpha}\rangle\langle(\boldsymbol{\alpha}^+)^*|}{\langle(\boldsymbol{\alpha}^+)^*|\boldsymbol{\alpha}\rangle} \tag{120}$$

จึงทำให้ได้สมการการวิวัฒน์ของตัวดำเนินการที่สอดคล้อง คือ

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_s = \chi^{(3)}\alpha_i^+\alpha_p^2 + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_p/2}\;\xi_1(t) \tag{121}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_s^+ = \chi^{(3)}\alpha_i\alpha_p^{+2} + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_p^+/2}\;\xi_2(t) \tag{122}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_i = \chi^{(3)}\alpha_s^+\alpha_p^2 + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_p/2}\;\xi_3(t) \tag{123}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_i^+ = \chi^{(3)}\alpha_s\alpha_p^{+2} + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_p^+/2}\;\xi_4(t) \tag{124}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_p = -\chi^{(3)}\alpha_s\alpha_i^2\alpha_p^+ + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_s\alpha_i}\;\xi_5(t) \tag{125}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\alpha_p^+ = -\chi^{(3)}\alpha_s^+\alpha_i^+\alpha_p + \sqrt{\chi^{(3)}\alpha_s^+\alpha_i^+}\;\xi_6(t) \tag{126}$$

โดยที่ สหสัมพันธ์ของสัญญาณการรบกวน คือ

$$\left\langle \xi_i(t)\xi_j(t') \right\rangle = \delta_{ij}\delta(t-t') \text{ โดยมี } \left\langle \xi_j \right\rangle = 0 \text{ โดยที่ } i, j = 1, 2, \ldots, 6 \tag{127}$$

ซึ่งสมการการคู่ควบการวิวัฒน์ของตัวดำเนินการโมดเหล่านี้จะถูกนำไปแก้โดยการวิเคราะห์เชิงตัวเลขหาค่าต่อไปในบทที่ 4

ผลสืบเนื่องที่เกิดขึ้น คือ หากวงแหวนสั่นพ้องแพนด้ามีสภาวะที่พอเหมาะ กล่าวคือ การเปลี่ยนแปลงไปมาระหว่างกันของโฟตอนทั้งสามโมด จะตรงกับกฎอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัม โฟตอนสถานะเกี่ยวพันกันในโมดสัญญาณและโมดนิ่งเฉยก็เกิดขึ้นตามมา และสถานะเกี่ยวพันกันของโฟตอน เขียนในรูปสมการเบลล์ในแบบสมมาตร ได้คือ

$$\left|\psi\right\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|+\right\rangle_s \otimes \left|-\right\rangle_i \pm \left|-\right\rangle_s \otimes \left|+\right\rangle_i\right) \tag{128}$$

และสถานะแบบ อสมมาตร

$$\left|\phi\right\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|+\right\rangle_s \otimes \left|+\right\rangle_i \pm \left|-\right\rangle_s \otimes \left|-\right\rangle_i\right) \tag{129}$$

สมการเหล่านี้ซึ่งมีประโยชน์มากในการประยุกต์ใช้ทางด้านสารสนเทศเชิงควอนตัมต่อไป ดังนั้น จึงจำเป็นต้องทดสอบบรรทัดฐานการมีสหสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้อง โดยอาศัยเงื่อนไขการเข้าคู่กันของความแปรปรวนค่าน้อยสุด $V^{\inf}$ ของตัวดำเนินการ $\hat{X}_i$ และ $\hat{Y}_i$ ตามอสมการของเบลล์ ดังนี้

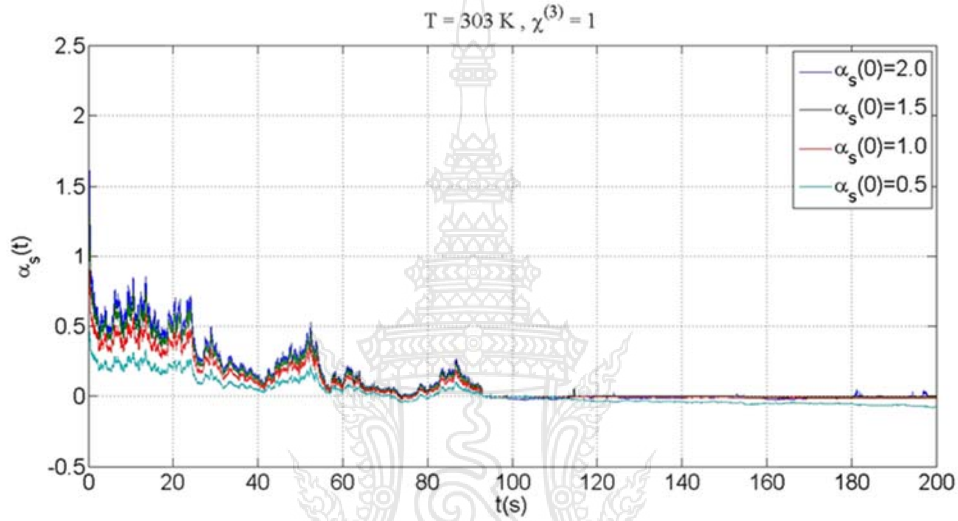
$$V^{\inf}(\hat{X}_i)V^{\inf}(\hat{Y}_i) < 1 \tag{130}$$

ซึ่งในอสมการนี้ จะนำมาประยุกต์ใช้เพื่อตรวจสอบค่าความสมมูลของตัวดำเนินการในโมดสัญญาณและโมดนิ่งเฉย ซึ่งจะวิเคราะห์เชิงตัวเลขตามเงื่อนไขของอสมการนี้ต่อไปในบทที่ 4

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

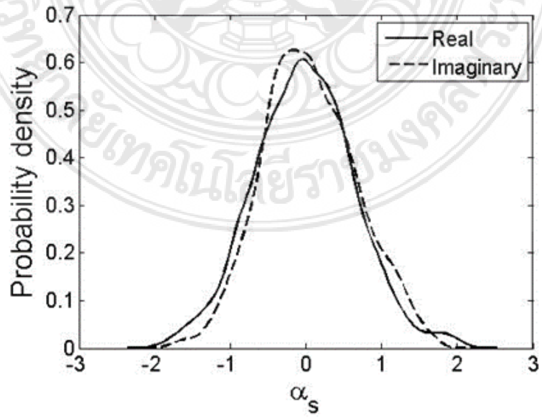
4.1 ผลการวิเคราะห์สมการเชิงตัวเลข

ผลเฉลยเชิงการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของสมการ (121) – (126) ของตัวดำเนินการโฟตอนในโมดสัญญาณในสภาวะสมดุลความร้อน ที่อุณหภูมิ 303 K ด้วยเงื่อนไขค่าเริ่มต้น ณ เวลา $\alpha_s(0)$ สามารถแสดงได้ดังรูปที่



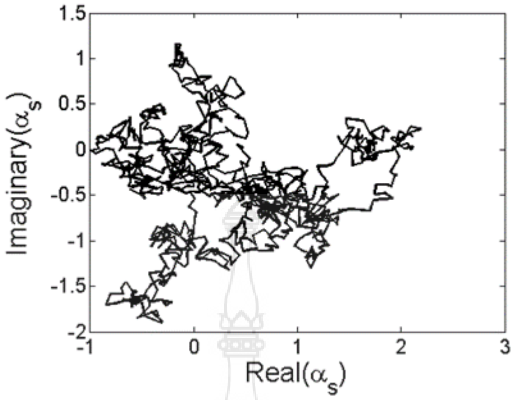
รูปที่ 4.1 แสดงการวิวัฒน์ตามเวลาของตัวดำเนินการโฟตอนในโมดสัญญาณ $\alpha_s(t)$ ณ เวลา t ใดๆ

และยังพบว่า ตัวดำเนินการโฟตอนโมดสัญญาณนี้มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ปกติอีกด้วยทั้งส่วนจริงและส่วนจินตภาพ ดังรูปที่



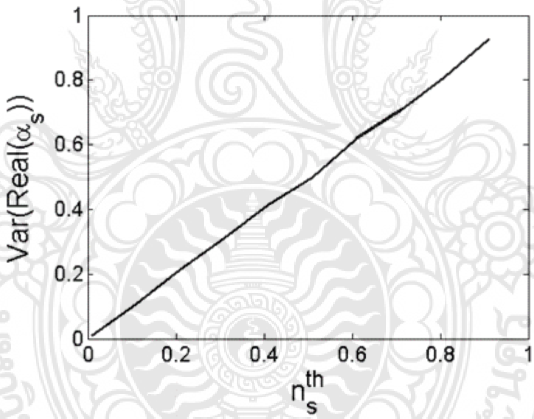
รูปที่ 4.2 การกระจายความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวดำเนินการ α_s มีค่าที่ยอมรับได้สำหรับค่าสังเกตต่างๆ

เมื่อนำการวิวัฒน์ของตัวดำเนินการส่วนจริงและส่วนจินตภาพมาเปรียบเทียบกันจะได้ผลดังรูปที่



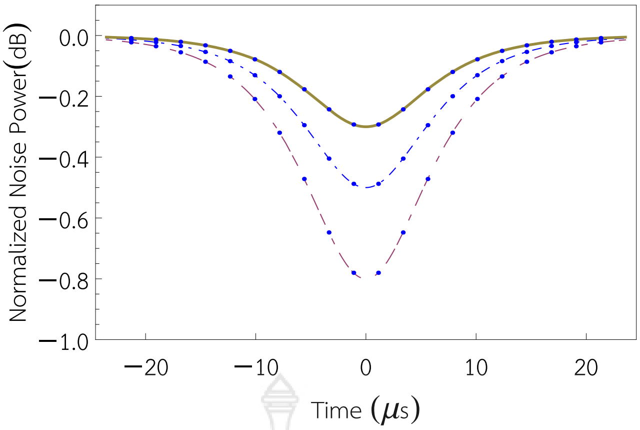
รูปที่ 4.3 เส้นวิถีของสถานะตัวดำเนินการสถานะสัญญาณโฟตอน α_s ทั้งส่วนจริงและส่วนจินตภาพ ที่สอดคล้องกับสมการ (121)

ผลเฉลยจากสมการ (121) ยังสอดคล้องกับอสมการของเบลล์ ดังรูปที่



รูปที่ 4.4 ความแปรปรวนร่วม $V^{\inf}$ ของการวิวัฒน์สถานะของสัญญาณ α_s มีค่าน้อยกว่าหนึ่งซึ่งความสอดคล้องกับอสมการของเบลล์

การวัดกำลังของพัลส์ลำแสงโมดสัญญาณและพัลส์ลำแสงโมดนิ่งเฉย ณ เวลาต่างๆ ของโฟตอนคู่เกี่ยวพันกัน ได้ผลดังรูปที่



รูปที่ 4.5 การขึ้นกับเวลาการวัดสัญญาณรบกวนของพัลส์ที่แหย่เข้าไปเพื่อเป็นตัวตรวจสอบ โดยเส้นกราฟเส้นกลาง คือ พัลส์อ้างอิง ส่วนบนและเส้นล่างเป็นของพัลส์โมดสัญญาณและโมดนิ่งเฉย ตามลำดับ

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

ได้วิเคราะห์การแผ่ของคลื่นสถานะโฟตอนแบบบีบอัดภายในวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า โดยได้วิเคราะห์หาเวลาที่สถานะยังสามารถดำรงอยู่ในระหว่างการมีอันตรกิริยากับแหล่งความร้อนภายใต้สมดุลความร้อน พบว่าสถานะของโฟตอนที่ได้มีความเหมาะสมจึงควรนำวงแหวนสั่นพ้องดังกล่าว ที่จะนำไปประยุกต์ใช้เพื่อผลิตเป็นชิ้นส่วนของวงจรในหน่วยประมวลผลควอนตัมคอมพิวเตอร์ได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

การออกแบบวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า ควรสเกลมาตราให้เล็กลงระดับของท่อนำคลื่นนาโน เพื่อประสิทธิภาพการประมวลผลที่ละเอียดแม่นยำและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

บรรณานุกรม

1. P.D. Drummond and Z. Ficek, *Quantum Squeezing*, Springer, Berlin, 2004.

2. Xiao, Min, Jiang, Dong, and Yang. *Coupling Whispering-Gallery-Mode Microcavities with Modal Coupling Mechanism*, 2008, IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 44. Issue 11, p. 1065.

3. Ashkin, *Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure*, 1970, Phys. Rev. Lett. Vol. 24, p. 156.

4. S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, 1986, Phys. Rev. Lett. Vol. 57, p. 314.

ประวัติผู้วิจัย

ดร.ชัชวาล ศรีภักดี สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีจากวิทยาลัยครูนครราชสีมา วุฒิการศึกษา ค.บ. (ฟิสิกส์) พ.ศ. 2536 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทจากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย วุฒิการศึกษา วท.ม. (ฟิสิกส์) พ.ศ. 2542 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอกจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง วุฒิการศึกษา ปร.ด (ฟิสิกส์ประยุกต์) พ.ศ. 2551 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งอาจารย์ สังกัด กลุ่มวิชาฟิสิกส์ สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ดร.ชัชวาล ศรีภักดี มีความสนใจในหัวข้อการวิจัยทางด้านฟิสิกส์เกี่ยวกับ สารสนเทศเชิงควอนตัม ทัศนศาสตร์เชิงควอนตัม การจำลองสถานการณ์ โดยมีผลงานวิจัยได้รับการตีพิมพ์ระดับนานาชาติมากกว่า 9 เรื่อง