การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ สำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

รุ่งอรุณ พรเจริญ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายจ่าย
ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. ๒๕๕๘
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

The Development of Intelligent Computer-Assisted Instruction Model for Preparing Basic Knowledge Mathematics in Higher Education by Action Research

Rungaroon Porncharoen

This Report is Funded by Rajamangala University of Technology Phra Nakhon,
Fiscal Year 2015

กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากหลายฝ่ายที่ให้การสนับสนุนช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ ดังนี้

ขอขอบพระคุณ คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนครอย่างยิ่ง ที่ให้การสนับสนุนทุนวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือวิจัยที่ได้เสียสละเวลาตรวจสอบแก้ไข ปรับปรุงเครื่องมือการวิจัยให้ถูกต้องสมบูรณ์

นอกจากนี้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยครั้งนี้ ขอขอบคุณ นักศึกษาของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนครทุกท่านที่เสียสละเวลาในการทดสอบเครื่องมือวิจัยจนสามารถนำเสนอผลงานวิจัยฉบับสมบูรณ์นี้ได้

ผู้วิจัย

สารบัญ

เรื่อง		หน้า
บทคัดย่อ		ก
กิตติกรรมประกาศ		ข
สารบัญ		ค
สารบัญตาราง		จ
สารบัญภาพ		ฉ
บทที่ 1	บทนำ	1
	1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
	2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย	4
	3. ขอบเขตของการวิจัย	4
	4. นิยามศัพท์เฉพาะ	4
	5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
บทที่ 2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
	1. แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	6
	2. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ	10
	3. ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์	18
	4. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการ	41
	5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	44
บทที่ 3	วิธีดำเนินการวิจัย	47
	1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	47
	2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	47
	3. การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	47
	4. วิธีดำเนินการทดลอง	54
	5. การเก็บรวบรวมข้อมูล	55
	6. การวิเคราะห์ข้อมูล	56
	7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	57
บทที่ 4	ผลการวิจัย	60
	1. ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	60
	2. ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	64

สารบัญ (ต่อ)

เรื่อง	หน้า
3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์	66
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	68
1. สรุปผลการวิจัย	68
2. อภิปรายผล	70
3. ข้อเสนอแนะ	73
บรรณานุกรม	75
ภาคผนวก	78
ภาคผนวก ก	79
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือที่การวิจัย	80
ภาคผนวก ข	81
แบบสอบถามที่ใช้ในการวิจัย	82
ภาคผนวก ค	95
ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น	96
ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	97
ภาคผนวก ง	98
ผลการทดลองใช้กับนักศึกษา	99
ภาคผนวก จ	102
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	103
ภาคผนวก ฉ	109
คู่มือการใช้งานบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา	110
ประวัติผู้วิจัย	122

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	สรุปความคิดรวบยอดหลักของวิจัยเชิงปฏิบัติการที่เน้นการวิพากษ์และการปฏิบัติเป็นฐาน	44
4.1	ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการแปลผล ตามระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ	62
4.2	ระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง	63
4.3	ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ	66
4.4	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น	67
4.5	ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์	67
ค.1	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ของของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ	96
ค.2	ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	97
ง.1	คะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ	99
ง.2	คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น	100

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1.1	สถิติ PAT1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ ระหว่างปี 2552 – 2555	1
2.1	การวางแผนลำดับงาน	8
2.2	แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะของ Wallach	14
2.3	องค์ประกอบพื้นฐานคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะของ Beck et al.	14
2.4	สถาปัตยกรรมของบทเรียนอัจฉริยะผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์	16
2.5	กรอบแนวคิดของไฮเปอร์มีเดีย	16
2.6	ความสัมพันธ์ระหว่างระบบอัจฉริยะและระบบที่ปรับเปลี่ยนได้	17
3.1	ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	48
3.2	ขั้นตอนการวิเคราะห์บทเรียน	50
3.3	ขั้นตอนการออกแบบบทเรียน	51
3.4	การออกแบบเนื้อหาบทเรียนแต่ละบทเรียน	52
3.5	ขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองตามที่ออกแบบไว้	53
3.6	ขั้นตอนการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล	55
4.1	องค์ประกอบของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	60
4.2	การตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์	65
4.3	การประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น	65
5.1	องค์ประกอบของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	69
ฉ.1	หน้าต้อนรับหน้าแรก	110
ฉ.2	หน้าต้อนรับหน้าที่สอง	110
ฉ.3	หน้าต้อนรับเข้าสู่ระบบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	111
ฉ.4	หน้าคำชี้แจง	111
ฉ.5	หน้าเข้าสู่แบบทดสอบก่อนเรียน	112
ฉ.6	หน้าแบบทดสอบก่อนเรียน	112
ฉ.7	หน้าสรุปผลการทดสอบก่อนเรียน	113
ฉ.8	หน้าเมนูหลักของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	114

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
ฉ.9	หน้าโจทย์คำถาม	114
ฉ.10	หน้าเมื่อตอบถูก	115
ฉ.11	หน้าเมื่อตอบผิดและนำเข้าสู่บทเรียน	116
ฉ.12	หน้าต้อนรับเข้าสู่บทเรียน	116
ฉ.13	หน้าเนื้อหาบทเรียน	117
ฉ.14	หน้าสุดท้ายของเนื้อหาบทเรียน	117
ฉ.15	หน้าสุดท้ายของบทเรียน	118
ฉ.16	หน้าต่างเข้าสู่แบบทดสอบหลังเรียน	119
ฉ.17	หน้าแบบทดสอบหลังเรียน	119
ฉ.18	หน้าสรุปผลการทดสอบหลังเรียน	120
ฉ.19	หน้าประวัติส่วนตัว	121
ฉ.20	หน้าออกจากโปรแกรม	121

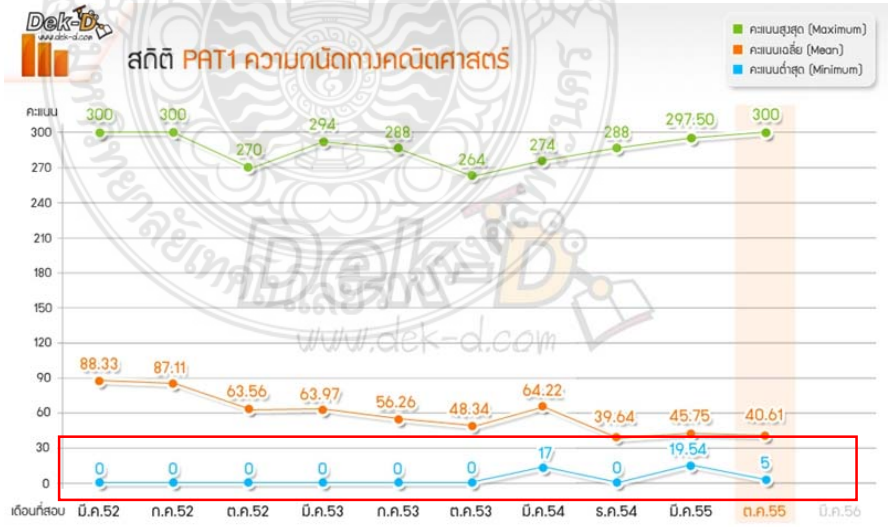
บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจ และสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท เป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญในการพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ เพราะว่าคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดอย่างเป็นระบบ มีความเป็นเหตุเป็นผล โดยรากฐานของคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดกระบวนการและเหตุผล ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ อีกทั้งยังเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา

วิชาคณิตศาสตร์ได้ถูกบรรจุเป็นวิชาบังคับเรียนไว้ในหลักสูตร ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับอุดมศึกษา สำหรับทุกมหาวิทยาลัยได้จัดรายวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักศึกษาทุกคนที่เรียนสายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์หรือบางสายของสังคมศาสตร์จะต้องเรียน เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาค้นคว้าในระดับสูงต่อไป

จากรายงานผลคะแนนการสอบ PAT1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน) พบว่า คะแนนเฉลี่ยของ PAT1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เตรียมตัวจะสอบเข้าในระดับอุดมศึกษาต่อไปนั้น มีคะแนนเฉลี่ยต่ำลงมาเรื่อย ๆ จึงส่งผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาอยู่ในระดับที่ควรจะต้องปรับปรุงพัฒนาให้สูงขึ้น ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1.1 สถิติ PAT1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์ ระหว่างปี 2552 – 2555
ที่มา : http://www.dek-d.com

ความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี ก่อให้เกิดการแข่งขันในด้านเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และการศึกษา ส่งผลให้โลกปัจจุบันก้าวเข้าสู่สังคมแห่งภูมิปัญญาและการเรียนรู้ หรือสังคมฐานความรู้ (Knowledge Based Society) โดยทุนทางสติปัญญา (Intellectual Capital) และความรู้ (Knowledge) เป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความได้เปรียบในการแข่งขัน ทั้งนี้ การที่ประเทศจะก้าวไปสู่สังคมฐานความรู้ที่มีคุณภาพได้นั้น ปัจจัยที่สำคัญที่สุดคือ ทรัพยากรมนุษย์ที่มีคุณภาพ สะท้อนให้เห็นถึงความสำคัญของระบบการศึกษาที่ต้องสามารถตอบสนองต่อกระแสการเปลี่ยนแปลงและกระบวนทัศน์ใหม่ได้ โดยเฉพาะระดับอุดมศึกษามีหน้าที่ในการสร้างคนให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถที่แข่งขันกับประเทศต่าง ๆ ได้

การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ให้มีคุณภาพที่ดีนั้น ต้องใช้กระบวนการทางเทคโนโลยีการศึกษาเพื่อเชื่อมโยงเป็นเครือข่ายที่มีอยู่ทั่วโลก ปรับเปลี่ยนแนวทางและกระบวนการเรียนรู้ใหม่ ตลอดจนการวางแผนแนวทางการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ดังนั้นการนำเทคโนโลยีเข้ามามีส่วนร่วมในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ได้ โดยใช้การปรับเปลี่ยนรูปแบบกระบวนการเรียนรู้ใหม่และใช้เทคโนโลยีด้วยตนเองอย่างอิสระ บทบาทของผู้สอนเปลี่ยนไปจากผู้สอนมาเป็นผู้จัดการและวางแผนกระบวนการเรียนรู้ รวมถึงการจัดสรรทรัพยากรและช่องทางการเรียนรู้ ให้ความช่วยเหลือและแนะนำผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้และทักษะตรงตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม นอกจากนี้ต้องตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียนตามลำดับขั้นการเรียนรู้ด้วย (วราภรณ์ ตระกูลสฤษดิ์, 2545: อ้างใน วิทยา อารีราษฎร์, 2549) ดังนั้นการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียน จำเป็นต้องมีการปลูกฝังให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบในการตัดสินใจการเรียนรู้ด้วยตนเอง

การเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-directed Learning) จึงเป็นการเรียนรู้แนวทางหนึ่งที่สอดคล้องต่อการเปลี่ยนแปลงในสภาพปัจจุบัน เนื่องจากเป็นการเรียนที่ทำให้บุคคลมีการริเริ่มการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เรื่องราวต่าง ๆ มากกว่าการเรียนแบบให้ผู้สอนป้อนความรู้ให้เพียงอย่างเดียว ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจ ความสนใจในการเรียนส่งผลให้การเรียนดีขึ้นด้วย การเรียนรู้ด้วยตนเองมาจากความเชื่อของนักจิตวิทยาที่เชื่อว่า บุคคลเมื่อมีวุฒิภาวะมากพอที่สามารถรับผิดชอบตนเองได้ มีความต้องการในการรับผิดชอบชีวิตตนเองมากขึ้น นอกจากนี้ยังเป็นลักษณะการเรียนที่เปิดกว้างสอดคล้องกับการศึกษาแบบใหม่ที่เน้นการเรียนรู้โดยใช้ศูนย์การเรียนรู้ การเรียนแบบอิสระ การเรียนแบบไม่มีชั้นเรียน ซึ่งเป็นรูปแบบการศึกษาที่ผู้เรียนต้องรับผิดชอบตนเองมากขึ้น การเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องรับผิดชอบในการวางแผน การปฏิบัติ และการประเมินผล ความก้าวหน้าด้านการเรียนของตนเอง ซึ่งเป็นลักษณะของการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถถ่ายโอนการเรียนรู้และทักษะที่เกิดจากการเรียนจากสถานการณ์หนึ่งไปยังอีกสถานการณ์หนึ่งได้ ขณะที่ดิกสัน กล่าวไว้ว่า การเรียนรู้ด้วยตนเองเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ความต้องการในการเรียนรู้ของตนเอง กำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ แสวงหาความรู้ จัดหาแหล่งทรัพยากรเรียนรู้ รวมทั้งเป็นผู้เรียนสามารถประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองได้ ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ เป็นสิ่งสำคัญที่นำไปสู่แนวทางการเรียนรู้ตลอดชีวิต (Life Long Learning) อันเป็นเป้าหมายสำคัญของผู้เรียน

มาตราฐานวิชาชีพทางการศึกษา (สำนักงานเลขาธิการคุรุสภา, 2548) ได้กำหนดไว้ว่า ครูต้องมีการเลือกใช้ ปรับปรุง สร้างแผนการสอน บันทึกการสอน หรือเตรียมการสอนที่สามารถ

นำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ มีการรายงานผลการพัฒนาคุณภาพของผู้เรียนได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งการพัฒนานักศึกษาให้มีความรู้ ความสามารถและมีทักษะที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในอนาคตได้ ต้องคำนึงถึงวิธีการสอน การวัดและประเมินผลการเรียนการสอน และความสัมพันธ์ระหว่างนักศึกษาและอาจารย์ผู้สอนเป็นสำคัญ (สิริชัญญา ปิยะมงคลกุล, 2543) วิธีการสอนที่ประสบความสำเร็จนั้น อาจารย์ผู้สอนต้องมีการประเมินผลก่อนเรียน เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของผู้เรียนทั้งสภาพความพร้อมและความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

ปัจจุบันได้มีการนำเทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนอย่างแพร่หลาย ยกตัวอย่างเช่น การเรียนบนบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction: CAI) ระบบการจัดการเรียนการสอน (Learning Management System: LMS) ระบบการจัดการเนื้อหา (Content Management System: CMS) การเรียนอิเล็กทรอนิคส์ (e-learning) การเรียนการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแบบอัจฉริยะ (Intelligent Computer Assisted Instruction: ICAI) หรือระบบการสอนทบทวนแบบอัจฉริยะ (Intelligent Tutoring System: ITS) เป็นต้น

การเรียนการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแบบอัจฉริยะ (Intelligent Computer Assisted Instruction: ICAI) หรือระบบการสอนทบทวนแบบอัจฉริยะ (Intelligent Tutoring System: ITS) เป็นระบบการสอนทบทวนที่มีการพิจารณาถึงความแตกต่างของผู้เรียนเพื่อการนำเสนอบทเรียนได้อย่างเหมาะสมตามพื้นฐานความรู้ และความสามารถในการเรียนของผู้เรียนเป็นรายบุคคล (สุรศักดิ์ มังสิงห์, 2551) กล่าวคือ การนำเอาหลักการของระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert System) ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของระบบปัญญาประดิษฐ์หรือเอไอ (Artificial Intelligent : AI) เข้ามาประยุกต์ใช้ในบทเรียนเพื่อสามารถวิเคราะห์ระดับความรู้ผู้เรียน จากการตอบคำถามของผู้เรียนหรือทำแบบทดสอบ เมื่อวิเคราะห์ระดับความรู้ผู้เรียนได้ ทำให้สามารถตอบสนองโดยการจัดเนื้อหาให้แก่ผู้เรียน สอดคล้องกับระดับความรู้หรือจัดรูปแบบการให้เนื้อหาที่แตกต่างกัน มีปฏิสัมพันธ์และให้ข้อมูลป้อนกลับอย่างเหมาะสม (กำพล ดำรงวงค์, 2540)

การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการเข้ามาพัฒนาการเรียนการสอนนั้น เป็นการแก้ปัญหาหรือเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งเน้นในลักษณะการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) โดยมีปัญหาการเรียนรู้เป็นจุดเริ่มต้น ผู้สอนหาวิธีการ หรือนวัตกรรมเพื่อแก้ปัญหา มีการสังเกตและตรวจสอบผลของการแก้ปัญหา/การพัฒนา แล้วจึงบันทึกและสะท้อนการแก้ปัญหาหรือการพัฒนานั้น ๆ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในที่จะผลิตสื่อสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาขึ้น เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่มีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอ ได้ทบทวนและเพิ่มเติมความรู้ได้ด้วยตนเองตามความสามารถทางการเรียนรู้ของแต่ละรายบุคคล และช่วยส่งเสริมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาที่เกี่ยวข้องทางด้านคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ซึ่งการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ถือเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ปัญหาด้านการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ พื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการเรียนการสอนระดับอุดมศึกษา จำนวน 3 บทเรียน ประกอบด้วย

บทที่ 1 เมตริกซ์

บทที่ 2 เวกเตอร์

บทที่ 3 สมการเชิงอนุพันธ์

2. ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

2.1 ตัวแปรอิสระ คือ วิธีการสอน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ

2.1.1 การสอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ เรื่องพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์

2.1.2 การสอนแบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรม

3. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า 2 ห้อง ซึ่งแบ่งห้องที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และห้องที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม ทำการสุ่มแบบเจาะจง

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง เป็นการนำเอาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมาใช้ในการสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยนำหลักการของระบบผู้เชี่ยวชาญและหลักการวิจัยเชิงปฏิบัติการมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนด้วย

2. คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หมายถึง การนำคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นสื่อในการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาต่าง ๆ โดยถือว่าคอมพิวเตอร์เป็นสื่อในระบบการเรียนการสอนที่สามารถให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และมีผลการตอบสนองได้เร็วกว่าสื่ออื่น ๆ

3. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ หมายถึง การนำหลักการของระบบผู้เชี่ยว ชาญ (Expert System) ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของระบบปัญญาประดิษฐ์หรือเอไอ (Artificial Intelligent: AI) เข้ามาประยุกต์ใช้ในบทเรียนคอมพิวเตอร์เพื่อสามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหา รูปแบบการสอนตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียน แต่ละบุคคล และสามารถทำให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการ

เรียนได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ องค์ประกอบ 5 ส่วน ได้แก่ ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน เป็นส่วนที่นำเสนอเนื้อหาให้ผู้เรียนได้โต้ตอบกับระบบ ส่วนข้อมูลผู้เรียน เป็นส่วนที่ใช้สำหรับบันทึกข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน ส่วนรูปแบบการสอน เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอนที่สอนผู้เรียนแต่ละคน ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ เป็นส่วนที่ใช้ในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของผู้เรียน และส่วนสะท้อนการปฏิบัติ เป็นส่วนที่ใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนสะท้อนกลับให้ผู้เรียนได้เกิดการปรับปรุง

4. การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึง การวิจัยที่ใช้กระบวนการปฏิบัติอย่างมีระบบ โดยผู้วิจัยและผู้เกี่ยวข้องมีส่วนร่วมในการปฏิบัติการและวิเคราะห์วิจารณ์ผลการปฏิบัติ แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan) เริ่มต้นด้วยการสำรวจปัญหาที่ต้องการให้มีการแก้ไข โดยมีการปรึกษาร่วมกันระหว่างผู้เกี่ยวข้อง การใช้แนวคิดวิเคราะห์สิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ทำให้มองเห็นสภาพของปัญหาชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติ (Act) เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) เป็นการใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาช่วย ในการรวบรวมข้อมูล ในขณะที่ดำเนินกิจกรรมตามที่วางไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) เป็นการประเมินตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนการปฏิบัติต่อไป

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. นักศึกษาหรือผู้ที่มีความสนใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ สามารถนำแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการไปศึกษาด้วยตนเอง เพื่อวิเคราะห์ศักยภาพหรือวัดระดับความสามารถของตนเองได้ ซึ่งบทเรียนสามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหาตามความรู้ของผู้เรียน

2. อาจารย์ผู้สอนสามารถนำแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่พัฒนาขึ้นนี้ ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ เพื่อเป็นการปรับพื้นฐานความรู้ให้ผู้เรียนก่อนรายวิชาที่จะสอนต่อไป

3. สถานศึกษาสามารถนำแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปจัดฝึกอบรมระยะสั้นให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหรือเป็นการปรับพื้นฐานความรู้ก่อนเข้าศึกษาต่อในระดับมหาวิทยาลัยได้

บทที่ 2
ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยได้ทำการค้นคว้าทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

2.3 ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์

2.4 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.1 ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนการเรียนการสอน หรือ CAI (Computer Aided Instruction) หมายถึง การนำเอาคอมพิวเตอร์ช่วยในกระบวนการเรียนการสอน โดยมีโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับเนื้อหา นั้น ๆ โดยผู้พัฒนาโปรแกรม หรือผู้สร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้ออกแบบวิธีการสอนที่เหมาะสมเข้าไปในกิจกรรมการเรียน โดยนำทฤษฎีทางด้านจิตวิทยาเข้ามาประยุกต์ และมีการสร้างปฏิสัมพันธ์ระหว่างคอมพิวเตอร์กับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้ตามความสามารถของแต่ละบุคคลจนบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียน

2.1.2 ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถแบ่งเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. แบบการสอนเนื้อหา (Tutorial Instruction) เป็นโปรแกรมที่นำเสนอด้านเนื้อหา อาจจะออกแบบให้มีเนื้อหาใหม่และเนื้อหาเก่า รวมทั้งการสรุปเนื้อหาและควรมีการชี้แนะด้วย โดยอาจแบ่งเนื้อหาความรู้ออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ และนำเสนอในรูปของข้อความ ภาพ เสียง หรือทุกรูปแบบรวมกันโปรแกรมประเภทนี้สามารถใช้ได้กับทุกเนื้อหาวิชาที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และหลักการต่างๆรวมทั้งวิธีการแก้ปัญหา

2. แบบการฝึกหัด (Drill and Practice) เป็นโปรแกรมแบบการฝึกหัดมีรูปแบบต่าง ๆ เช่น แบบปรนัย แบบจับคู่ แบบถูกผิด และแบบเติมคำ เป็นต้น เนื่องจากโปรแกรมรูปแบบนี้ไม่มีการนำเสนอเนื้อหาให้ผู้เรียนก่อนจึงควรใช้หลังจากเรียนรู้เนื้อหานั้นมาแล้ว

3. แบบการจำลอง (Simulation) เป็นการสร้างโปรแกรมเพื่อจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ขึ้นมาให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดค่าใช้จ่าย ลดการเสี่ยงภัยอันตรายและเป็นการฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ให้เกิดความชำนาญก่อนปฏิบัติจริง เช่น โปรแกรมจำลองสถานการณ์ขับเครื่องบินให้แก่นักบิน เป็นต้น

4. เกมเพื่อการสอน (Instruction Game) เป็นการสร้างโปรแกรม โดยมีวัตถุประสงค์ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ โดยมีการกำหนดเป้าหมาย กำหนด

กฎเกณฑ์ในการเล่น มีรางวัล มีการลงโทษ และสามารถเลือกระดับความยากง่ายของเกม เป็นการกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความอยากเรียนตื่นเต้นและกระตือรือร้นในการเรียน

5. แบบการทดสอบ (Testing) เป็นการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการทดสอบเพื่อวัดความรู้และพัฒนาผู้เรียน การปฏิสัมพันธ์ระหว่างคอมพิวเตอร์กับผู้เรียนจะทำให้เกิดความสนุกและน่าสนใจและสามารถทราบผลคะแนนในทันที

6. แบบการค้นพบ (Discovery) โปรแกรมคอมพิวเตอร์แบบการค้นพบ เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้จากประสบการณ์ของตนเองให้มากที่สุด โดยการนำเสนอปัญหาให้ผู้เรียนแก้ไขด้วยการลองผิดลองถูก โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะให้ข้อมูลแก่ผู้เรียน เพื่อช่วยในการค้นพบนั้นจนกว่าจะได้ข้อสรุปที่ดีที่สุด

7. แบบการแก้ปัญหา (Problem-Solving) เป็นการให้ผู้เรียนฝึกการคิดการตัดสินใจแก้ปัญหาโดยการกำหนดกฎเกณฑ์ให้แล้วให้ผู้เรียนพิจารณาไปตามเกณฑ์นั้นๆ

8. แบบสาธิต (Demonstrations) เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์แบบสาธิตนั้นจะสามารถดึงดูดความสนใจของผู้เรียนได้ดี เพราะคอมพิวเตอร์สามารถแสดงสีที่สวยงามและเสียงได้อีกด้วย ผู้เรียนอาจจะทดลองด้วยตนเองก็ได้ การสาธิตที่ดีควรจะเป็นการสาธิตที่ทำให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการได้อย่างมีประสิทธิภาพ

9. แบบการเรียนแบบสนทนา (Dialogue) เป็นโปรแกรมที่พยายามให้เป็นการพูดคุยระหว่างผู้สอนและผู้เรียน โดยเรียนแบบการสอนในห้องเรียน แทนที่จะเป็นเสียงก็เป็นก็เป็นตัวอักษรบนจอภาพ การสอนจะเป็นลักษณะตั้งปัญหาถามลักษณะการใช้แบบสอบถาม

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดี ควรมีการนำเสนอเนื้อหาหลากหลายรูปแบบ โดยการนำรูปแบบต่างๆ มาประยุกต์เข้าด้วยกัน เพื่อให้ผู้เรียนกระตือรือร้นที่จะเรียน และไม่เบื่อหน่ายกับวิธีการเรียนแบบเดิมซ้ำซาก เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนตื่นเต้น สนใจ และต้องการเรียนรู้ในหลาย ๆ เนื้อหา ซึ่งขึ้นอยู่กับการออกแบบของผู้สร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และควรกำหนดวัตถุประสงค์ให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์นั้น ๆ ด้วย เพื่อการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

2.1.3 ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีประโยชน์ต่อการเรียนการสอน ดังนี้

1. สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ และดึงดูดความสนใจของผู้เรียน โดยการใช้เทคนิคการนำเสนอด้วยกราฟิก, ภาพเคลื่อนไหว สี เสียง ความสวยงาม และเหมือนจริง

2. ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ดี ด้วยวิธีการออกแบบที่เหมาะสมและสามารถทบทวนบทเรียนซ้ำได้เท่าที่ต้องการ

3. ผู้เรียนมีการโต้ตอบ ปฏิสัมพันธ์กับคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมบทเรียนมีโอกาสเลือก ตัดสินใจและได้รับการเสริมแรงจากการได้รับข้อมูลย้อนกลับทันที

4. ช่วยให้ผู้เรียนมีความคงทนในการจดจำ เพราะมีโอกาสปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ซึ่งการเรียนรู้ได้จากขั้นตอนเนื้อหาที่ง่ายไปหาเนื้อหาที่ยากตามลำดับ

5. ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามความสนใจ และความสามารถของตนเอง

6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบต่อตนเอง

7. ส่งเสริมการแก้ปัญหา และฝึกคิดอย่างมีเหตุผล

8. สร้างความพึงพอใจแก่ผู้เรียน ส่งผลให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียน

9. สามารถทราบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ทันที เป็นการท้าทายผู้เรียน และเสริมแรงให้อยากเรียนต่อ

10. ครูมีเวลามากขึ้นในการที่จะช่วยเหลือผู้เรียนในการเสริมความรู้ หรือช่วยผู้เรียนคนอื่นที่เรียนอ่อน หรือช้า

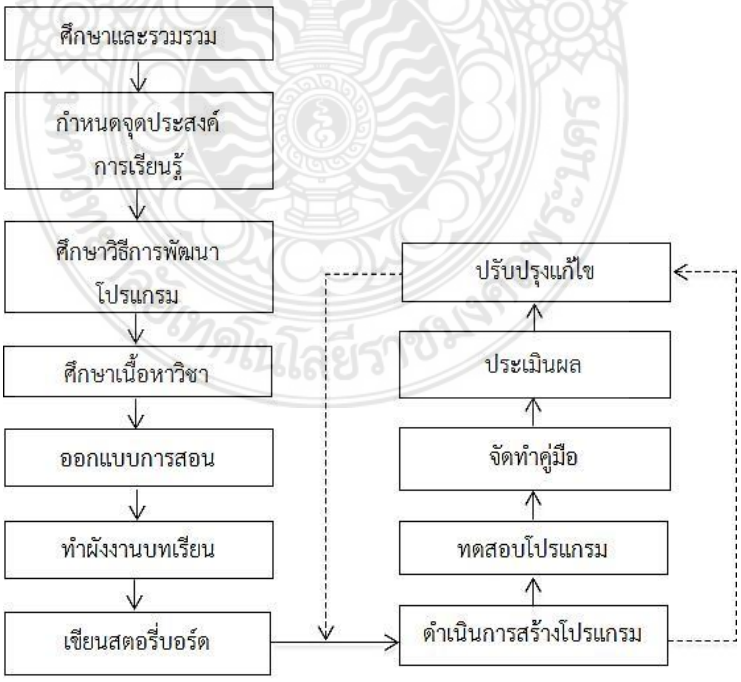
11. ประหยัดเวลาและงบประมาณในการจัดการเรียนการสอนโดยลดความจำเป็นที่จะต้องใช้ครูที่มีประสบการณ์สูง หรือครูสาขาวิชาที่ขาดแคลน หรือเครื่องมือราคาแพง เครื่องมืออันตราย

12. ลดช่องว่างการเรียนรู้ระหว่างโรงเรียนในเมืองและชนบท เพราะสามารถส่งโปรแกรมบทเรียนไปยังโรงเรียนชนบทที่ห่างไกลได้

อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันนี้การพัฒนาเทคโนโลยีสารสนเทศในภาคการศึกษา (e-Education) โดยการนำวิธีการเรียนการสอนมาประยุกต์ใช้ร่วมกับการติดต่อสื่อสารบนระบบเครือข่าย ในรูปแบบบทเรียนออนไลน์ (Web Based Instruction) เพื่อสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้คุณสมบัติ และความสามารถในการเข้าถึงผู้เรียนของระบบเครือข่ายอินเตอร์เน็ตและ World Wide Web มาประยุกต์ใช้ เพื่อการเรียนการสอน ซึ่งผู้สอนสามารถนำเอาเนื้อหาวิชาที่เตรียมไว้มาออกแบบการสอน โดยยึดทฤษฎี และหลักการตามที่กล่าวมาแล้วจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.1.4 การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การสร้างและพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น ผู้สอนต้องมีการวางแผนงานตามลำดับขั้นตอน เพื่อให้การดำเนินงานมีประสิทธิภาพ โดยมีขั้นตอนดังนี้



ภาพที่ 2.1 การวางแผนลำดับงาน

จากภาพที่ 2.1 สามารถอธิบายแต่ละขั้นตอนได้ดังนี้

1. รวบรวมตำรา, เนื้อหา, หนังสืออ้างอิง และสื่อต่างๆ รวมทั้งติดต่อประสานงานผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหา เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยการเรียนการสอน

2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือเป้าหมายของบทเรียนที่บ่งชี้ว่าเมื่อเรียนจบในแต่ละเนื้อหาแล้ว ผู้เรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องใดหรือทำอะไรได้บ้าง

3. ศึกษาวิธีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ รวมทั้งโปรแกรมคอมพิวเตอร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องและจัดเตรียมวัสดุอุปกรณ์ทางด้านกราฟิก

4. ศึกษาเนื้อหาวิชา และศึกษาวิธีการออกแบบการสอนในแต่ละเนื้อหา

5. ออกแบบการสอน โดยการสังเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่ได้เตรียมมาแล้วโดยแบ่งออกดังนี้

5.1 พิจารณาความเหมาะสม โดยการระดมสมอง โดยคำนึงถึงลักษณะธรรมชาติของผู้เรียน เช่น อายุ ความสนใจ และประสบการณ์ เป็นต้น

5.2 วิเคราะห์งานและแนวคิด โดยวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่ผู้เรียนจะต้องรู้โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อแยกแยะทักษะที่ซับซ้อนออกให้เป็นส่วนย่อยๆ โดยเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายากซึ่งจะช่วยในการกำหนดลำดับการสอนที่มีประสิทธิภาพ

5.3 กำหนดคำอธิบายของบทเรียน โดยผู้ออกแบบจะต้องจัดประเภทของการเรียนรู้เช่น ด้านพุทธิพิสัย ด้านทักษะพิสัย หรือด้านจิตพิสัย และจะใช้วิธีการสอนแบบใด ใช้กระบวนการและทักษะใดบ้าง เพื่อให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

5.4 ประเมินและปรับปรุงแก้ไขการออกแบบเพื่อให้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมีข้อบกพร่องน้อยที่สุด โดยการให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และผู้เชียวชาญด้านการออกแบบการสอนพิจารณาความถูกต้อง ความเหมาะสม และความสอดคล้อง

6. ทำผังงานบทเรียน หรือ Flowchart สำหรับใช้อธิบายปฏิบัติการต่างๆ ที่คอมพิวเตอร์ทำการทำผังงานมีความสำคัญเพราะการสอนด้วยคอมพิวเตอร์ควรมีปฏิสัมพันธ์สามารถอธิบายได้โดยผังงานจะแสดงให้เห็นเหตุการณ์และการตัดสินใจต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นในโปรแกรม

7. การทำสตอรี่บอร์ด (Story Board) หรือกรอบสคริปต์ เป็นการเตรียมข้อความและภาพที่จะแสดงให้เห็นในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และแสดงให้เห็นเนื้อหาบทเรียน และวิธีการนำเสนอบทเรียนโดยการร่างทุกสิ่งที่ใช้ในการสอนที่จะให้ปรากฏบนจอภาพทั้งหมด ตั้งแต่เริ่มโปรแกรมไปจนถึงสิ้นสุดโปรแกรม สตอรี่บอร์ดที่จัดทำนี้ ควรมีการประเมินและทบทวนจากผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และผู้เชี่ยวชาญด้านการออกแบบการสอนที่พัฒนาโปรแกรมทุกคน รวมทั้งควรนำไปตรวจสอบกับตัวแทนของผู้ที่จะเรียน เพื่อแก้ไขสิ่งที่กำกวม สับสน เนื้อหาที่ผิดพลาด ง่ายเกินไป หรือยากเกินไป ให้ได้รับการแก้ไขก่อน อย่างไรก็ตาม การทำสตอรี่บอร์ดทำได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับความถนัดและข้อตกลงของผู้ร่วมพัฒนาโปรแกรม

8. ดำเนินการสร้างโปรแกรมบทเรียน โดยนำสิ่งที่อยู่บนสตอรี่บอร์ดทั้งหมดมาสร้างโปรแกรมการสอนโดยอาศัยโปรแกรมต่างๆ ประกอบ เช่น โปรแกรมสำหรับเขียนโปรแกรมบทเรียน โปรแกรมสร้างภาพกราฟิก โปรแกรมสร้างภาพเครื่องไหว โปรแกรมตัดต่อหรือบันทึกเสียง โปรแกรมตัดต่อดิจิตอลวีดีโอ เป็นต้น

9. ทดสอบโปรแกรม โดยนำโปรแกรมบทเรียนที่สร้างเสร็จไปทดลองสอนกับตัวแทนผู้เรียน ดังนี้

9.1 ทดลองแบบ 1 ต่อ 1 โดยนำโปรแกรมบทเรียนที่สร้างขึ้นไปทดลองกับตัวแทนผู้เรียน 3 คน โดยเลือกผู้เรียนที่มีระดับผลการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ระดับละ 1 คน เพื่อทดสอบว่าโปรแกรมบทเรียนนั้นมีความเหมาะสมกับผู้เรียนหรือไม่ มีข้อบกพร่องอย่างไรเพื่อที่จะได้นำไปปรับปรุงแก้ไข

9.2 ทดลองแบบกลุ่มย่อย โดยนำโปรแกรมบทเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากการทดลองแบบ 1 ต่อ 1 ไปทดลองใช้กับผู้เรียน โดยเลือกระดับผู้เรียนที่มีผลการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ระดับละ 3 คน หลังจากนั้นนำข้อบกพร่องไปปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

9.3 ทดลองแบบภาคสนาม โดยนำโปรแกรมบทเรียนที่ไดเทดลองกับกลุ่มเด็ก และปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนทั้งชั้น 30 คน นำผลที่ได้ไปหาค่าประสิทธิภาพและค่าดัชนีประสิทธิภาพ เพื่อตรวจสอบหาประสิทธิภาพของโปรแกรมบทเรียนว่ามีความเหมาะสม

10. ผลิตวัสดุอุปกรณ์สนับสนุน เช่น คู่มือการติดตั้งโปรแกรม คู่มือการใช้โปรแกรม คู่มือผู้เรียน และคู่มือผู้สอน รวมทั้งวัสดุอุปกรณ์อื่นๆ ที่ใช้ประกอบการเรียนโปรแกรมบทเรียน

11. ประเมินและแก้ไขปรับปรุง จัดเป็นขั้นตอนสุดท้ายในการพัฒนาโปรแกรมควรมีการทดสอบและปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2.2 คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะเป็นการใช้คอมพิวเตอร์ในการจัดการเรียนการสอนตามที่ผู้สอนได้ออกแบบเนื้อหาวิชามาลำดับวิธีสอนโดยอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งช่วยนำบทเรียนที่เตรียมไว้อย่างเป็นระบบมาเสนอในรูปแบบที่ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหา ตามขั้นตอนตรงกับความสามารถของตนเอง ผู้เรียนสามารถโต้ตอบเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาตามที่ผู้สอนได้ออกแบบไว้ สามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหาให้เข้ากับระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน ประเมินจากผลการเรียนของผู้เรียน และสามารถอธิบายความสามารถและความก้าวหน้าของผู้เรียนได้ (กำพล ดำรงวงค์, 2540) ซึ่งคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสามารถจัดสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ให้มีความยืดหยุ่นทั้งผู้เรียนและระบบ โดยการวิเคราะห์การตอบสนองของผู้เรียน วินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน วินิจฉัยว่าผู้เรียนเรียนรู้อะไร และยังไม่เรียนรู้อะไร (ภิญญาพัชญ์ กาวินคำ, 2549)

2.2.1 องค์ประกอบพื้นฐานของระบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสามารถแยกองค์ประกอบของข้อมูลและกลไกที่เกี่ยวข้องที่จำเป็นในคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ โดยมีนักวิจัยและนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอองค์ประกอบและแบบจำลองของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ ดังนี้

Livergood (1991) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะประกอบด้วยโมดูล 4 แบบ คือ

1. โมดูลแบบจำลองนักเรียน (Student Model Module) ใช้ในการประเมินสภาพความรู้ของนักเรียน เพื่อสร้างสมมติฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์และยุทธศาสตร์การใช้เหตุผลของผู้เรียนที่ทำให้เกิดสถานะความรู้ปัจจุบันในขณะที่เรียน ส่วนมากระบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะแสดงสถานะ

ความรู้ของผู้เรียนในลักษณะที่เป็นชุดย่อยของฐานความรู้ของผู้เชี่ยวชาญ แบบจำลองจึงสร้างขึ้นโดยการเปรียบเทียบการปฏิบัติของผู้เรียนกับพฤติกรรมของผู้เชี่ยวชาญในการแก้ปัญหาอย่างเดียวกันผ่านทางคอมพิวเตอร์

2. โมดูลการบริหาร (Administrative Module) เป็นโมดูลที่ควบคุมกิจกรรมทั้งหมดด้วยระบบการสอนทบทวนที่สมบูรณ์แบบ

3. โมดูลการสอนทบทวน (Tutorial Module) เป็นชุดที่กำหนดว่าจะสอนอะไร นำเสนออย่างไร และเมื่อไร

4. โมดูลฐานข้อมูล (Database Module) เป็นฐานข้อมูลเกี่ยวกับการสอนและผู้เรียน โมดูลนี้ถูกใช้ในการสร้างเนื้อหาและเก็บเนื้อหาที่สอนทั้งหมด

Roberts and Park (1991) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะประกอบด้วยโมดูล 3 แบบคือ

1. โมดูลความเชี่ยวชาญ (Expertise Module) หรือโมดูลสำหรับการแก้ปัญหาประกอบด้วยเนื้อหาความรู้ที่ระบบต้องการให้ผู้เรียน ความรู้นี้ประกอบด้วยเนื้อหาที่สอนในการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา ความรู้ได้รับการจัดระบบระเบียบในโครงสร้างของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับนำไปใช้ในกระบวนการเรียนการสอนในการจัดระบบระเบียบความรู้อาจทำได้หลายวิธี ได้แก่

1.1 เครือข่ายความหมายคำ (Semantic Networks) เป็นการเชื่อมโยงข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงที่จำเป็นในกระบวนการสอน เป็นความรู้ขนาดใหญ่และเป็นฐานข้อมูลสถิติ (Static) ในเครือข่ายประกอบด้วย โนด (Nodes) แทนวัตถุ มโนทัศน์ หรือเหตุการณ์ในขอบเขตความรู้นั้นและมีการเชื่อมต่อระหว่าง Nodes เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของ Nodes วิธีนี้อยู่บนพื้นฐานของแบบจำลองทางจิตวิทยาความจำของมนุษย์

1.2 ระบบการผลิต (Production System) เป็นระบบที่ถูกใช้สร้างเป็นหน่วยการแสดงทักษะและวิธีแก้ปัญหา แนวคิดพื้นฐานของระบบการผลิต คือ ฐานความรู้จะประกอบขึ้นด้วยกฎที่เรียกว่า การผลิต (Production) ในรูปแบบคู่ของเงื่อนไขการกระทำ (IF...THEN) คือ เงื่อนไขเกิดขึ้นซึ่งเป็นแบบจำลองพุทธิปัญญาของมนุษย์

1.3 การแสดงกระบวนการ (Procedural Representation) ประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ที่ผู้เรียนจำเป็นต้องเรียน เพื่อให้เกิดทักษะรวมที่สมบูรณ์ตามวัตถุประสงค์การสอน การแสดงกระบวนการเป็นการกระทำที่เปลี่ยนรูปมาจากความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ (Declarative Knowledge) ซึ่งเป็นความรู้สถิต เช่น ข้อเท็จจริง เป็นต้น การแสดงกระบวนการเน้นให้เห็นอย่างชัดเจนในการควบคุมกระบวนการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา เช่น ขั้นตอนการพิสูจน์ทฤษฎี

1.4 กรอบบรรยาย (Script Frame) เป็นโครงสร้างข้อมูลที่ประกอบด้วยความรู้ที่เป็น มโนทัศน์ (Declarative Knowledge) และความรู้ที่เป็นกระบวนการ (Procedural Knowledge) ที่สัมพันธ์กันภายในที่ได้กำหนดไว้ก่อน

2. โมดูลนักเรียน (Student Module) ใช้ในการประเมินสภาพความรู้ปัจจุบันของผู้เรียนเป็นวิธีการที่แสดงความเข้าใจเนื้อหาของผู้เรียนขณะที่กำลังเรียน ใช้ในการสร้างสมมติฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เพราะคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะแสดงภาพความรู้ของผู้เรียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของฐานความรู้ผู้เชี่ยวชาญ แบบจำลองจึงถูกสร้างโดยเปรียบเทียบการปฏิบัติ

ของผู้เรียนกับพฤติกรรมของผู้เชี่ยวชาญในปัญหาที่เหมือนกันเรียกเทคนิคนี้ว่า โอเวอร์เลย์ (Overlay Model) ส่วนเทคนิคอื่น ๆ คือ การแสดงทักษะย่อยที่นักเรียนมีนโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของฐานความรู้ผู้เชี่ยวชาญ หรือเรียกว่าเป็นความแปรปรวนของฐานความรู้ผู้เชี่ยวชาญ เทคนิคนี้เรียกว่า บัดดี้ (Buggy) หรืออาจแสดงความรู้ในลักษณะของกฎและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ก็คือ ความแปรปรวนของกฎ ที่เรียกว่ากฎมัลล์ (Mal Rules) ซึ่งซีแมนพยายามทำนายแบบจำลองพฤติกรรมของผู้เรียนโดยใช้กฎการผลิต (Production Rules) เป็นการแสดงกฎและกฎที่ผิดการจำลองแบบความรู้และพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนใช้กระบวนการพื้นฐาน 2 อย่าง คือ แผนภูมิโครงสร้างความรู้ เป็นขอบเขตองค์ความรู้ที่ผู้เรียนรอบรู้และตั้งใจที่เรียน และการใช้รูปแบบการระลึกได้ โดยดูจากการตอบสนองที่ผ่านมาของผู้เรียนในการสรุปเกี่ยวกับความเข้าใจทักษะของผู้เรียนและเหตุผลที่ใช้ในการตอบสนอง

3. โมดูลการสอนทบทวน (Tutorial Module) เป็นโมดูลที่กำหนดการนำเสนอรูปแบบการสอน และเวลาที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน วิธีสอนในระบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่เป็นพื้นฐานมี 2 วิธีคือ

3.1 วิธีโซคาติก (Socratic) เป็นวิธีสอนผู้เรียนด้วยคำถามชี้แนะนักเรียนผ่านกระบวนการแยกแยะเอามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกจากมโนทัศน์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้ว โดยในกระบวนการแยกแยะนี้ ผู้เรียนจะได้รับการคาดคะเนเหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่ผู้เรียนรู้แล้วและสิ่งที่ยังไม่รู้ จากนั้นจึงปรับมโนทัศน์ของผู้เรียนในลำดับต่อไป

3.2 วิธีโค๊ชชิ่ง (Coaching) เป็นวิธีสอนผู้เรียนด้วยการจัดสภาพแวดล้อมการเรียนด้วยกิจกรรมที่ผู้เรียนต้องลงมือกระทำด้วยตนเอง เช่น เกมส์คอมพิวเตอร์ เพื่อเรียนทักษะที่ต้องการและทักษะการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป เป้าหมายของโปรแกรม คือ ต้องการให้ผู้เรียนมีความสุขและเรียนไปด้วยความสนุก

Rekker (1992) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะประกอบด้วย 4 ส่วน คือ

1. ผู้เชี่ยวชาญเนื้อหา (Domain Expert) ประกอบด้วยฐานความรู้ในเนื้อหาที่สอนผู้เรียนซึ่งประกอบด้วยข้อเท็จจริงและหลักการ หรือประกอบด้วยแบบจำลองสภาพที่เป็นจริงที่คาดหวังว่าผู้เรียนจะได้รับ

2. แบบจำลองผู้เรียน (Student Model) คือ ส่วนที่พยายามเข้าใจสภาพความรู้ของผู้เรียนขณะที่เรียน โดยอาศัยการติดตามการแก้ปัญหาของผู้เรียน แบบจำลองผู้เรียนได้รับการพัฒนามี 2 แบบจำลอง คือ

2.1 แบบจำลองโอเวอร์เลย์ (Overlay) เป็นรูปแบบที่พยายามเข้าใจสภาพความรู้ของผู้เรียนในขณะกำลังเรียน สามารถชี้แนะแนวทางการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนได้ โดยองค์ความรู้ทั้งหมดในระบบจะวางทับความรู้ที่มีอยู่ปัจจุบันในตัวผู้เรียน เมื่อผู้เรียนได้เรียนผ่านในแต่ละขั้นแล้วระดับความรู้ของผู้เรียนจะขยายมากขึ้น จนกระทั่งเท่ากับองค์ความรู้ทั้งหมดที่อยู่ในระบบ

2.2 แบบจำลองบักลิเบอร์รี่ (Bug Library) เป็นรูปแบบที่พยายามเข้าใจสภาพความรู้ของผู้เรียนเช่นเดียวกัน โดยจะมีคลังของกฎของความรู้ที่คลาดเคลื่อนจัดเก็บไว้ล่วงหน้า เมื่อผู้เรียนมีความเข้าใจอะไรที่ผิดพลาด ตัวระบบก็สามารถที่จะอธิบายผู้เรียนได้ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ทั้งนี้

กฎต่าง ๆ ต้องมีมากเท่าที่จะเป็นไปได้ เพื่อครอบคลุมพฤติกรรมของผู้เรียนที่อาจจะเกิดขึ้นได้ในระหว่างเรียน

3. โมดูลการสอน (Teaching Module) เป็นองค์ประกอบที่อาศัยการบูรณาการระหว่างผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาและแบบจำลองผู้เรียน โมดูลนี้ต้องกำหนดลำดับการเสนอปัญหาตัดสินใจ ให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนต้องการ หรือหยุดการแก้ปัญหาของนักเรียนไว้ชั่วคราวเพื่อจัดสอนซ่อมส่วนที่ยังคลาดเคลื่อนให้ถูกต้องก่อน

4. ส่วนติดต่อกับนักเรียน (Interface) เป็นองค์ประกอบที่มีบทบาทในการสื่อสารกับผู้เรียนด้วยภาษาที่เข้าใจง่าย ส่วนนี้ต้องไม่สร้างความยุ่งยากให้กับผู้เรียน ส่วนใหญ่แล้วระบบใช้ส่วนติดต่อกับผู้เรียนด้วยภาษาธรรมชาติ

Wallach (1987) แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ มีลักษณะองค์ประกอบพื้นฐาน ดังแสดงในภาพที่ 2.2 ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังนี้

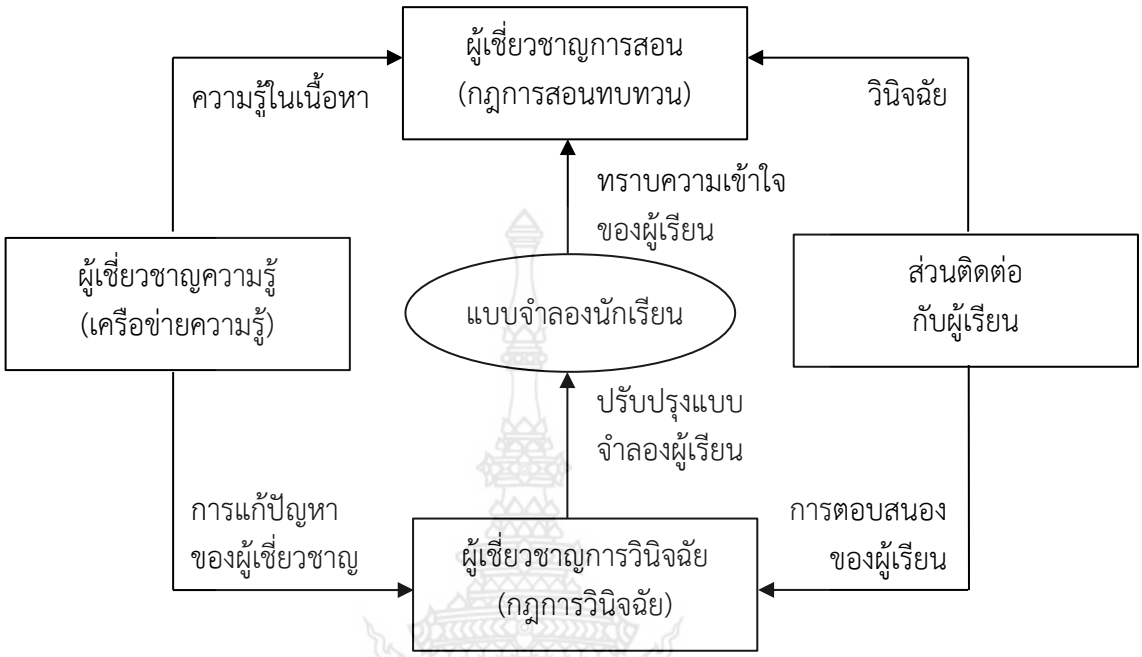
แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญความรู้ ผู้เชี่ยวชาญการสอน ผู้เชี่ยวชาญการวินิจฉัย แบบจำลองผู้เรียน และส่วนติดต่อกับผู้เรียน โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ผู้เชี่ยวชาญความรู้ เป็นส่วนที่บรรจุความรู้ มีทั้งความรู้ที่เป็นกระบวนการและความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนจำเป็นต้องเรียน ความรู้นี้ใช้ในการตอบคำถามแก่ผู้เรียน หรือแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นโดยผู้เชี่ยวชาญการสอน เพื่อจัดการเปรียบเทียบโดยผู้เชี่ยวชาญการวินิจฉัย

2. ผู้เชี่ยวชาญการสอน เป็นส่วนที่มีหน้าที่ในการเลือกยุทธศาสตร์การสอนที่ใช้สอนผู้เรียนต่อไป โดยอาศัยสภาพปัจจุบัน แบบจำลองผู้เรียนรวมถึงการจัดการวินิจฉัยการเสนอความรู้ใหม่ และตั้งคำถามหรือเสนอปัญหาแก่ผู้เรียน

3. ผู้เชี่ยวชาญการวินิจฉัย ใช้กฎในการวิเคราะห์การตอบสนองของผู้เรียนโดยการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับว่าผู้เรียนได้รับความรู้อะไร หรือผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้าง สมมติฐานเหล่านี้ได้รับการพิจารณาในสภาพปัจจุบันของแบบจำลองผู้เรียน

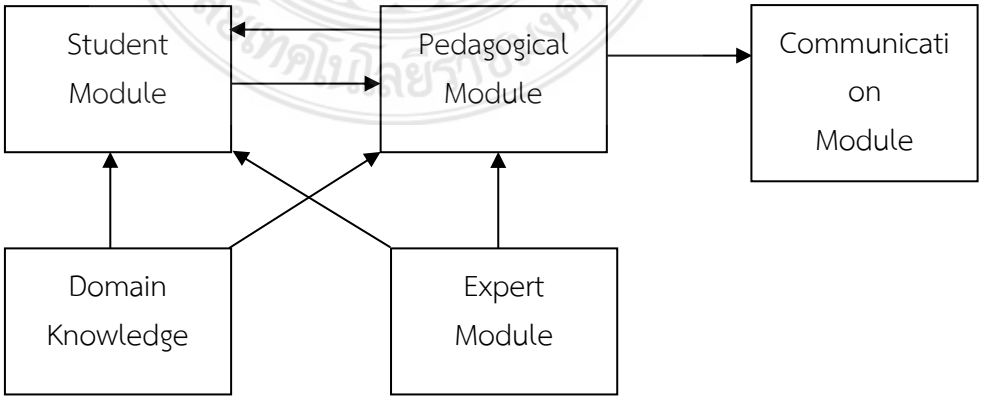
4. แบบจำลองผู้เรียน คือ แบบจำลองที่แสดงความเข้าใจของผู้เรียนที่มีต่อเนื้อหาที่เรียน



ภาพที่ 2.2 แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะของ Wallach (1987)

5. ส่วนติดต่อกับนักเรียน เป็นส่วนที่คำถามและปัญหาที่สร้างจากส่วนผู้เชี่ยวชาญการสอนนำเสนอแก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ และเป็นส่วนที่ทำหน้าที่แปลความหมายการตอบสนองของผู้เรียนเพื่อทำการวินิจฉัยโดยผู้เชี่ยวชาญการวินิจฉัย

Beck et al. (1996 อ้างถึงในวิทยา อารีราษฎร์, 2549) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ ประกอบด้วย 5 ส่วน ซึ่งมีองค์ประกอบพื้นฐานคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะคล้ายกับภาพที่ 2.2 ที่กล่าวมา ทั้งนี้หน้าที่ของแต่ละส่วนจะทำหน้าที่อย่างเดียวกัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าองค์ประกอบของบทเรียนแบบอัจฉริยะจึงประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน ดังแสดงในภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 องค์ประกอบพื้นฐานคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะของ Beck et al. (1996)

จากภาพที่ 2-3 เป็นองค์ประกอบพื้นฐานคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 ส่วน มีรายละเอียดต่อไปนี้

1. ส่วนของผู้เรียน (Student Module) เป็นส่วนที่จำเป็นที่จะต้องมีการบันทึกข้อมูลของผู้เรียนไว้เพื่อใช้ประมวลผลระหว่างการเรียน ข้อมูลที่จัดเก็บได้แก่ ข้อมูลส่วนตัวของผู้เรียน (Profile) เช่น รหัสชื่อ ที่อยู่ เป็นต้น ข้อมูลสถานะการเรียน เช่น ระดับความรู้ คะแนน สถิติการเข้าเรียน เป็นต้น องค์ประกอบในส่วนนี้นอกจากกองใช้เมื่อจัดเก็บข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนแล้ว ยังต้องมีกลไกเพื่อจัดการข้อมูล เช่น กลไกการบันทึกข้อมูล กลไกการอ่านข้อมูล หรือกลไก การวิเคราะห์ระดับผู้เรียน เป็นต้น ซึ่งกลไกเหล่านี้หมายถึง โปรแกรมที่ต้องใช้จัดการข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน นอกจากนี้สิ่งที่สำคัญอีกประเด็นหนึ่งคือ รูปแบบการเรียนรู้ของผู้เรียน ในการพัฒนาระบบต้องกำหนดรูปแบบที่ชัดเจน

2. ส่วนขอบข่ายเนื้อหาสาระ (Domain Knowledge) เป็นส่วนที่ใช้จัดเก็บเนื้อหาสาระต่าง ๆ ที่ใช้สอนผู้เรียน จัดเก็บแบบทดสอบและแบบฝึกหัด ในส่วนนี้ผู้ออกแบบต้องออกแบบฐานข้อมูลให้มีประสิทธิภาพ เนื่องจากเป็นส่วนที่ต้องเชื่อมโยงกับองค์ประกอบอื่น ๆ อยู่ตลอดเวลา

3. ส่วนการสอน (Pedagogical Module) เป็นส่วนที่จัดเก็บเนื้อหาสาระที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียน หรือเลือกรูปแบบการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน

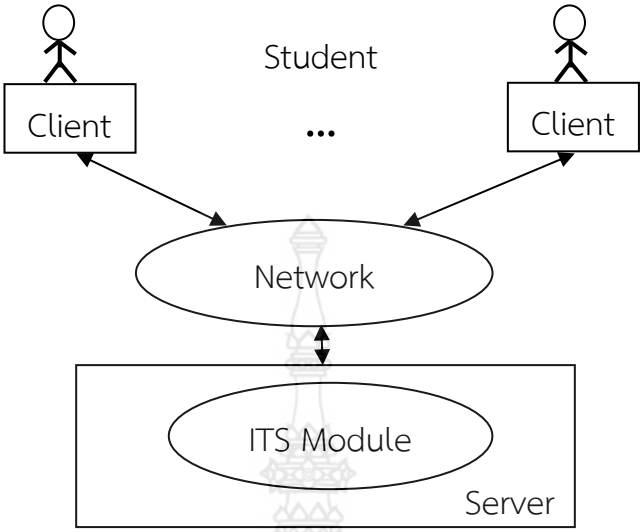
4. ส่วนเชี่ยวชาญ (Expert Module) เป็นส่วนสำหรับจัดเก็บกฎต่าง ๆ เช่น กฎความคลาดเคลื่อนในเนื้อหา กฎการลำดับเนื้อหา หรือกฎเพื่อเลือกรูปแบบการสอน เป็นต้น กฎต่าง ๆ เหล่านี้ถูกจัดเก็บอย่างเป็นระเบียบแบบแผนสามารถนำมาใช้เพื่อการวิเคราะห์ผู้เรียน และวิเคราะห์รูปแบบการสอนให้แก่ผู้เรียน

5. ส่วนติดต่อสื่อสาร (Communication Module) เป็นส่วนที่รวบรวมรายการเพื่อใช้เป็นที่ติดต่อหรือโต้ตอบระหว่างผู้ใช้งานหรือผู้เรียนกับบทเรียน

2.2.2 สถาปัตยกรรมของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

ปัจจุบันการศึกษาบนเว็บ (Web Based Education: WBI) เป็นหัวข้อที่มีการวิจัยอย่างกว้างขวาง เนื่องจากมีคุณสมบัติคือ ความเป็นอิสระในด้านห้องเรียนที่ผู้เรียนสามารถเข้าถึงวัสดุการศึกษาต่าง ๆ ที่บันทึกภายใต้คอมพิวเตอร์ให้บริการ (Server) โดยมีการออกแบบเนื้อหาวิชาไว้จำนวนมาก และผู้ใช้สามารถใช้งานได้ผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้ยังได้ใช้สิ่งอำนวยความสะดวกที่อยู่ภายในเครือข่ายอินเตอร์เน็ตให้เป็นประโยชน์ในการศึกษา สื่อที่ใช้ไม่ได้มีแต่เพียงสื่อประสมเท่านั้น แต่เป็นสิ่งอำนวยความสะดวกทั้งในระบบที่ต่อพ่วงกันเป็นเครือข่ายข้อมูลข่าวสาร

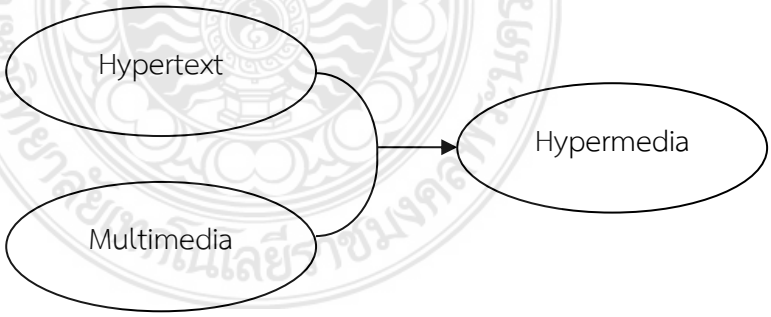
การบันทึกบทเรียนซีเอไอ (CAI) แบบอัจฉริยะลงในเครื่องให้บริการในระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่ให้ผู้เรียนและผู้สอนสามารถสื่อสารถึงกันได้ การจัดบทเรียนให้อยู่ในสภาพแวดล้อมบนเครือข่ายจะมีสถาปัตยกรรม ดังแสดงในภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 สถาปัตยกรรมของบทเรียนอัจฉริยะผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์

จากภาพที่ 2.4 สถาปัตยกรรมประกอบด้วย เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ผู้เรียนใช้งานหรือเครื่องลูกข่าย (Client) โดยที่เครื่องลูกข่ายจะมีเพียงโปรแกรมบราวเซอร์เท่านั้นที่เป็นเครื่องมือเข้าสู่บทเรียน ส่วนเครื่องแม่ข่ายหรือเครื่องให้บริการทำหน้าที่จัดเก็บข้อมูลของบทเรียนทุก ๆ โมดูลทั้งเครื่องแม่ข่ายและเครื่องลูกข่ายต่อพ่วงกันเป็นเครือข่ายคอมพิวเตอร์ (Computer Network)

การพัฒนาบทเรียนในสภาพแวดล้อมบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตถือเป็นการจัดการที่มีความเข้ากันได้อย่างสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ เนื่องจากในระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์จะนำเสนอข้อมูลในรูปแบบไฮเปอร์มีเดีย ดังแสดงในภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 กรอบแนวคิดของไฮเปอร์มีเดีย

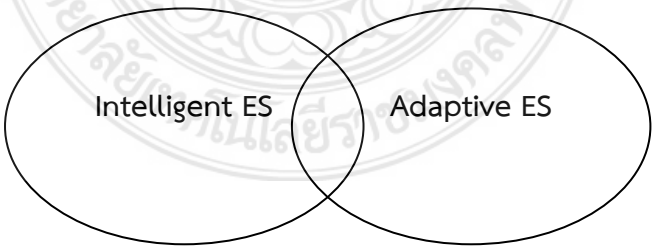
จากภาพที่ 2.5 ไฮเปอร์มีเดีย ประกอบด้วยไฮเปอร์เท็กซ์และสื่อประสมโดยที่ไฮเปอร์เท็กซ์หมายถึง วิธีการนำเสนอข้อความที่เชื่อโยงไปยังข้อความอื่น ๆ ส่วนสื่อประสมหมายถึง สื่อหลาย ๆ อย่างที่สื่อสารระหว่างกันและกันเพื่อวัตถุประสงค์อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น การสื่อสารด้วยข้อความ ภาพนิ่ง วีดิทัศน์ และเสียง ระหว่างบทเรียนกับผู้เรียน เป็นต้น ดังนั้นการนำคำว่าไฮเปอร์เท็กซ์และสื่อประสมมารวมกันเป็นไฮเปอร์มีเดียจึงหมายถึง รูปแบบการนำเสนอองค์ความรู้โดยใช้หลักการของ

ไฮเปอร์เท็กซ์ผ่านระบบมัลติมีเดีย โดยที่ไฮเปอร์มีเดียส่วนมากเป็นการนำเสนอข้อมูลผ่านระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์

ปัจจุบันได้มีการนำเสนอข้อมูลหรือบทเรียนแบบไฮเปอร์มีเดียในรูปแบบปรับเปลี่ยนได้ (Adaptive Hypermedia) หมายถึง ผู้เรียนในระบบไฮเปอร์มีเดียแบบปรับเปลี่ยนได้ จะได้รับการนำเสนอข้อมูลหรือเนื้อหาโดยปรับไปตามความรู้ของแต่ละคนที่มีอยู่ ระบบไฮเปอร์มีเดียแบบปรับเปลี่ยนได้ จำแนกออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบการนำเสนอแบบปรับเปลี่ยนได้มีเป้าหมายเพื่อนำเสนอเนื้อหาที่อยู่ในรูปแบบไฮเปอร์มีเดีย โดยในการนำเสนอจะเป็นไปตามเป้าหมายของผู้เรียนหรือระดับความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนที่อาจจะไม่เหมือนกัน ในการจัดเตรียมวัสดุการสอน (Teaching Materials) หรือหน้าเนื้อหาในแต่ละหัวข้ออาจจำเป็นต้องจัดเตรียมไว้หลายแบบโดยใช้เทคนิคต่างๆ ใส่เข้าไปในเนื้อหา เช่น รูปแบบการจัดเรียมการนำเสนอเนื้อหาประกอบด้วยแบบบรรยาย (Normal) แบบให้ตัวอย่างประกอบ (Examples) และแบบสรุปความ (Summary) สำหรับวัสดุการศึกษา สามารถจัดได้หลายประเภท ได้แก่ รูปแบบแนะนำเบื้องต้น (Introduction) รูปแบบข้อความ (Texts) รูปแบบตัวอย่าง (Example) รูปแบบทดสอบ (Test) หรือ รูปแบบการสรุปความ (Summary) เป็นต้น

ระบบไฮเปอร์มีเดียแบบปรับเปลี่ยนได้รูปแบบที่ 2 ได้แก่ เทคโนโลยีที่สนับสนุนนำทางที่ปรับเลี่ยนได้ (Adaptive Navigation Support Technology) หมายถึงระบบที่จะนำทางให้ผู้เรียนได้เลือกทางเดินหรือลิงค์ (Link) เพื่อไปสู่เป้าหมายตามความต้องการ เทคนิคที่นำมาใช้ ได้แก่ การแนะนำโดยตรง (Direct Guidance) เป็นการนำเสนอลิงค์ที่ดีที่สุดให้แก่ผู้เรียน (Best Link) ทำให้ผู้เรียนได้ทราบการจัดลำดับหัวข้อ (Link Sorting) ของบทเรียนที่จัดตามผู้ใช้งานเป็นหลัก การใช้สัญลักษณ์ หรือไอคอนเป็นตัวอธิบาย และวิธีการซ่อนลิงค์ (Link Hiding) หรือการเปิด/ปิดลิงค์ (Enadle/Disable) วิธีนี้จะทำให้ผู้เรียนมีทางเลือกในการใช้ลิงค์น้อยลง ซึ่งหมายความว่าผู้เรียนจะต้องใช้ลิงค์ตามที่กำหนดเท่านั้น

นอกจากนี้ได้มีแนวคิดการผสมผสานกันระหว่าง ระบบการสอนแบบอัจฉริยะ (Intelligent Educational System : IES) และระบบไฮเปอร์มีเดียปรับเปลี่ยนได้ ดังแสดงในภาพที่ 2.6



ภาพที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างระบบอัจฉริยะและระบบที่ปรับเปลี่ยนได้

จากภาพที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างระบบอัจฉริยะและระบบที่ปรับเปลี่ยนได้เป็นการนำคุณลักษณะเด่นของทั้ง 2 ระบบมาผสมผสานกัน ดังนั้นระบบนี้จึงสามารถวิเคราะห์ผู้เรียนได้ และ

สามารถปรับเปลี่ยนการนำเสนอข้อมูลให้เป็นไปตามผู้เรียนแต่ละคนโดยนำเทคนิคต่าง ๆ ของระบบที่ปรับเปลี่ยนได้มาปรับใช้ในระบบอัจฉริยะ

2.2.3 การพัฒนาบทเรียนอัจฉริยะ

การพัฒนาบทเรียนอัจฉริยะสามารถพัฒนาได้ทั้งคอมพิวเตอร์แบบไม่ต่อพ่วงกับเครือข่ายและคอมพิวเตอร์แบบต่อพ่วงกับเครือข่าย ถ้าทำการพัฒนาบนคอมพิวเตอร์แบบต่อพ่วงกับเครือข่ายจะทำให้บทเรียนมีความหากหลายมากยิ่งขึ้น เนื่องจากสามารถใช้บริการของเครือข่ายที่มีอยู่มาเป็นส่วนสนับสนุนการจัดการเรียนการสอนได้

ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการพัฒนาจะใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูง ถ้าพัฒนาบนเครื่องต่อพ่วงกับเครือข่ายสามารถซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการพัฒนาจะใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูง ถ้าพัฒนาบนเครื่องต่อพ่วงกับเครือข่ายสามารถใช้ภาษาที่พัฒนาบนเว็บได้ เช่น ภาษา PHP ภาษา ASP ภาษา JAVA เป็นต้น แต่ถ้าพัฒนาคอมพิวเตอร์แบบไม่ต่อพ่วงสามารถใช้ภาษาระดับสูงเพื่อเขียนโปรแกรมสั่งงาน เช่น ภาษา C ภาษาวิชวลซี หรือภาษาวิชวลเบสิก เป็นต้น

นอกจากนี้ในส่วนของเนื้อหา อาจจะพัฒนาและสร้างเนื้อหาโดยใช้โปรแกรมด้านการจัดตัวอักษร หรือด้านกราฟิกมาช่วยในการสร้างข้อความ ภาพนิ่ง หรือภาพเคลื่อนไหว เช่น โปรแกรม Flash หรือโปรแกรม Photoshop เป็นต้น

2.3 ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์

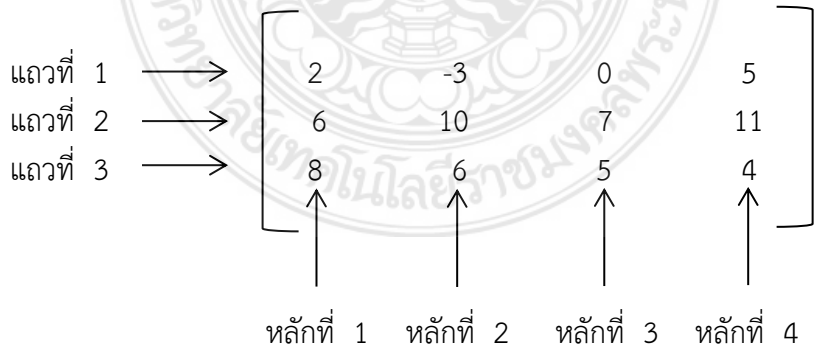
คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับปรับพื้นฐานการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ มีทฤษฎีเนื้อหา 3 บทเรียน ได้แก่ บทที่ 1 เมตริกซ์ บทที่ 2 เวกเตอร์ และบทที่ 3 สมการเชิงอนุพันธ์ ดังนี้

2.3.1 ทฤษฎีบทเรียนเมตริกซ์

ความหมายของเมตริกซ์

บทนิยาม “เมตริกซ์” (Matrix) คือ การนำตัวเลขจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนมาเขียนเรียงกันเป็นแถว ๆ ภายในวงเล็บเล็ก หรือวงเล็บใหญ่

การบอกตำแหน่งของสมาชิก



มิติและสัญลักษณ์ของเมตริกซ์

เมตริกซ์ที่มี m แถว n หลัก เรียกว่า “$m \times n$ เมตริกซ์” และเรียก $m \times n$ ว่า “มิติของเมตริกซ์” และสมาชิก mn จำนวน

ทรานสโพสเมตริกซ์

บทนิยาม ถ้า A เป็น $m \times n$ เมตริกซ์แล้ว ทรานสโพสของ A (transpose of A) เขียนแทนด้วย A^t คือ $n \times m$ เมตริกซ์ ที่มีสมาชิกหลักที่ i เหมือนสมาชิกแถวที่ i ของเมตริกซ์ A เมื่อ $i = 1, 2, 3, \ldots, m$

การเท่ากันของเมตริกซ์

บทนิยาม เมตริกซ์ A และเมตริกซ์ B จะเท่ากัน ก็ต่อเมื่อเมตริกซ์ทั้งสองมีมิติเท่ากันและสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกัน มีค่าเท่ากัน หรือ $a_{ij} = b_{ij}$ สำหรับทุกค่าของ i และ j

การบวกเมตริกซ์

บทนิยาม กำหนดเมตริกซ์ $A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ $B = [b_{ij}]_{mxn}$ จะได้ $A + B\ [a_{ij} + b_{ij}]_{mxn}$

เมตริกซ์ศูนย์

บทนิยาม เมตริกซ์ศูนย์ คือ เมตริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นศูนย์ และสามารถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ 0 ไม่ว่าเมตริกซ์นั้นจะมีมิติเท่าใด นั่นคือ $0 = [0]_{mxn}$

สมบัติเกี่ยวกับการบวกของเมตริกซ์

1. สมบัติปิดของการบวก

ถ้า A และ B เป็น “m x n เมตริกซ์” แล้ว A x B เป็น “ m x n เมตริกซ์” ดังนั้น การบวกเมตริกซ์มีสมบัติปิด

2. สมบัติการสลับที่ของการบวก

ถ้า A และ B เป็น “m x n เมตริกซ์” แล้ว $A + B = B + A$ ดังนั้น การบวกเมตริกซ์มีสมบัติการสลับที่ของการบวก

3. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวก

ถ้า A, B และ C เป็น “m x n เมตริกซ์” แล้ว $(A + B) + C = A(B + C)$ ดังนั้น การบวกเมตริกซ์มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

4. เอกลักษณ์การบวก

การบวกเมตริกซ์มี 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก นั่นคือ ถ้า $A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ $0 = [0]_{mxn}$ แล้ว $A + 0 = 0 + A = A$

5. อินเวอร์สการบวก

ถ้า A เป็น “$m \times n$เมตริกซ์” แล้ว $-A$ เป็นอินเวอร์สการบวกของ A ก็ต่อเมื่อ $A + (-A) = 0 = (-A) + A$

การคูณเมตริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ถ้า $A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ c เป็นจำนวนจริงแล้ว $cA = [c_{ij}]_{mxn}$

การคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์

บทนิยาม ถ้า$A = [a_{ij}]_{mxn}$ และ $B = [b_{ij}]_{nxr}$ ผลคูณ $A \times B$ หรือ AB คือ เมตริกซ์ $C = [c_{ij}]_{mxr}$โดยที่ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2} + b_{2j} \ldots + a_{in}b_{nj}$

เมตริกซ์เอกลักษณ์

บทนิยาม $I = [a_{ij}]_{nxn}$ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ ก็ต่อเมื่อ $a_{ij} = 1$ เมื่อ $i = j$ และ $a_{ij} = 0$ เมื่อ $i \neq j$

สมบัติเกี่ยวกับการคูณเมตริกซ์ด้วยเมตริกซ์

1. สมบัติปิดสำหรับการคูณ

ถ้า A และ B เป็น “$n \times n$เมตริกซ์” หรือ “เมตริกซ์จัตุรัส” (square matrix) จะได้ AB และ BA เป็น “n x n เมตริกซ์” นั่นคือ การคูณเมตริกซ์มีสมบัติปิด

2. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

ถ้า A และ B เป็น “$n \times n$เมตริกซ์” จากตัวอย่างข้างต้นจะพบว่า $AB \neq BA$ดังนั้น การคูณเมตริกซ์ไม่มีสมบัติการสลับที่ของการคูณ

3. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ

ถ้า A, B และ C เป็น “$n \times n$ เมตริกซ์” แล้วจะได้ $(AB)C = A(BC)$นั่นคือ การคูณเมตริกซ์มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ

4. เอกลักษณ์สำหรับการคูณ

การคูณเมตริกซ์มี I เป็นเอกลักษณ์การคูณ นั่นคือ ถ้า $A = [a_{ij}]_{nxn}$แล้ว $AI = IA = A$

5. อินเวอร์สการคูณ

ถ้า A เป็น “n x n เมตริกซ์” แล้ว A^{-1} เป็นอินเวอร์สการคูณของ A ก็ต่อเมื่อ $A(A^{-1}) = (A^{-1})A = I$

ในกรณีที่ $ad - bc = 0$จะไม่สามารถหา A^{-1} ได้ เรียกเมตริกซ์ A ซึ่งหา A^{-1} ไม่ได้นี้ว่า “เมตริกซ์เอกฐาน” (singular matrix)

ในกรณีที่ $ad - bc \neq 0$จะสามารถหา A^{-1}ได้ เรียกเมตริกซ์ A ซึ่งหา A^{-1} ได้นี้ว่า “เมตริกซ์ไม่เอกฐาน” (non – singular matrix)

ดีเทอร์มินันต์ของ 2×2 เมตริกซ์

บทนิยาม ถ้า $A = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{bmatrix}$ และ a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} เป็นจำนวนจริงแล้วดีเทอร์มินันต์ของ A คือ $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ และสามรถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ det (A) หรือ $\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{vmatrix}$

ดีเทอร์มินันต์ของ $n \times n$ เมตริกซ์ เมื่อ $n > 2$

ไมเนอร์

บทนิยาม กำหนด $A = [a_{ij}]_{nxn}$ โดยที่ $a_{ij} \epsilon R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 2 ไมเนอร์ของ a_{ij} ของเมตริกซ์ A คือ ดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ที่ได้จากการตัดแถวที่ I และ หลักที่ j ของเมตริกซ์ A ออกเขียนแทนไมเนอร์ของ a_{ij} ของเมตริกซ์ A ได้ด้วยสัญลักษณ์ $M_{ij}(A)$

โคเฟกเตอร์

บทนิยาม กำหนด $A = [a_{ij}]_{nxn}$ โดยที่ $a_{ij} \epsilon R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 2 โคเฟกเตอร์ของa_{ij}ของเมตริกซ์ A คือ ผลคูณของ $(-1)^{i+j}$ และ $M_{ij}(A)$ เขียนแทนโคแฟกเตอร์ของ a_{ij} ของเมตริกซ์ A ได้ด้วยสัญลักษณ์ $C_{ij}(A)$

ดีเทอร์มินันต์

บทนิยาม กำหนด $A = [a_{ij}]_{nxn}$ โดยที่ $a_{ij} \epsilon R$และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 2

ดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ A คือ $a_{i1}C_{i1}(A) + a_{i2}C_{i2}(A) + a_{i3}C_{i3}(A) + \cdots + a_{in}C_{in}(A)$ เมื่อ$i = 1, 2, 3, \ldots n$เขียนแทนดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ A ได้ด้วยสัญลักษณ์ $\det(A)$หรือ

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21}a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ a_{n1}a_{n2} & \ldots & a_{n3} \end{vmatrix}$$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับดีเทอร์มินันต์ที่ควรทราบมีดังนี้

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{nxn}$ เมื่อ$a_{ij} \epsilon R$และ$n > 2$

$B = [b_{ij}]_{nxn}$ เมื่อ$b_{ij} \epsilon R$และ $n > 2$

1. $\det(A) = a_{i1}C_{i1}A + a_{i2}C_{i2}(A) + \cdots + a_{in}C_{in}(A)$
2. $\det(A) = a_{1j}C_{1j}A + a_{2i}C_{2j}(A) + \cdots + a_{nj}C_{nj}(A)$
3. ถ้า A มีสมาชิกในแถวใดแถวหนึ่ง หรือหลักใดหลักหนึ่งเป็นศูนย์ทุกตัวแล้ว $\det(A) = 0$
4. การสลับที่กันระหว่างแถวสองแถวใด ๆ หรือหลักสองหลักใด ๆ ของ A จะทำให้ได้ดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ใหม่ คือ $-\det(A)$
5. ถ้า A มีสมาชิกในสองแถวใดหรือสองหลักใดเหมือนกันแล้ว $\det(A) = 0$
6. ถ้าคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่ง หรือหลักใดหลักหนึ่งของ A ด้วยจำนวนจริง c แล้วดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ใหม่ คือ $c\det(A)$
7. ถ้าเปลี่ยนแถวใดแถวหนึ่ง (หรือหลักใดหลักหนึ่ง) ของ A โดยใช้จำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์ คูณกับสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่ง (หรือหลักใดหลักหนึ่ง) ของ A แล้วนำไปบวกกับสมาชิกในแถว (หรือหลัก) ที่ต้องการเปลี่ยนนั้น โดยบวกสมาชิกในลำดับเดียวกันเข้าด้วยกันแล้วใช้ผลบวกแทนที่สมาชิกเดิมแล้วดีเทอร์มินันต์ของเมตริกซ์ใหม่จะเท่ากับ $\det(A)$
8. $\det(A^{-1}) = \det(A)$
9. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

10. $\det(cA) = c^n \det(A)$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ
11. $\det(A) = \det(A) \cdot \det(B)$

การหาอินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์

เมตริกซ์เอกฐาน

บทนิยาม ถ้า $A = [a_{ij}]_{nxn}$ เมื่อ $a_{ij} \in R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 แล้ว

A เป็นเมตริกซ์เอกฐาน ก็ต่อเมื่อ $\det(A) = 0$

A เป็นเมตริกซ์ไม่เอกฐาน ก็ต่อเมื่อ $\det(A) \neq 0$

เมตริกซ์ผูกผัน

บทนิยาม ถ้า $A = [a_{ij}]_{nxn}$ เมื่อ $a_{ij} \in R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 แล้วเมตริกซ์ผูกผัน (adjoint matrix) ของ A คือ ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[C_{ij}(A)]_{nxn}$ และสามารถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $\text{adj } A$

อินเวอร์การคูณของเมตริกซ์

ทฤษฎีบท ถ้า $A = [a_{ij}]_{nxn}$ เมื่อ $a_{ij} \in R$ และ n เป็นจำนวนเต็มที่ มากกว่า 1 แล้ว

1. $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = \det(A)\, I_n$
2. ถ้า $\det(A) \neq 0$ แล้ว $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj } A$

การใช้เมตริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

ระบบสมการเชิงเส้น

ทฤษฎีบท ระบบสมการเชิงเส้นหมายถึงชุดสมการที่ทุกสมการเป็นสมการเชิงเส้น และจำนวนสมการในระบบเท่ากับจำนวนตัวแปร

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_1 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots &\quad\quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

และสามารถเขียนเป็นสมการเมตริกซ์ได้ ดังนี้

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}}_{B}$$

$$A \times X = B$$

หรือ $AX = B$

กฎของคราเมอร์

ทฤษฎีบท ถ้า A เป็น "$n \times n$ เมตริกซ์" และ $\det(A) \neq 0$ แล้ว ระบบสมการนี้สามารถเขียนเป็นสมการเมตริกซ์ $AX = B$ ได้ และมีคำตอบดังนี้

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}$$

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

เมื่อ A_i คือ เมตริกซ์ที่ได้จากการแทนหลักที่ i ของ A ด้วย B

การดำเนินการตามแถว

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีการดำเนินการตามแถวเกิดจากความคิดพื้นฐานที่ว่า คำตอบของระบบสมการจะไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสมการในระบบด้วยวิธีต่อไปนี้

1. การสลับที่ระหว่างสมการสองสมการใด ๆ
2. การใช้ค่าคงตัวที่ไม่ใช่ศูนย์คูณสมการใดสมการหนึ่ง
3. การบวกหรือลบกันของสมการาองสมการใด ๆ ในระบบ

การแก้สมการโดยใช้การดำเนินการตามแถวมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เขียนระบบสมการเป็นสมการเมตริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 2 เขียนระบบเมตริกซ์ใหม่ในรูปเมตริกซ์$[A \mid B]$ดังนี้

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_3 \end{array}\right]$$

เรียกว่า $[A \mid B]$ ว่า “ เมตริกซ์แต่งเติม ” (augmented matrix)

ขั้นตอนที่ 3 เปลี่ยนแปลงเมตริกซ์ในขั้นตอนที่ 2 ให้อยู่ในรูป $[I \mid C]$ หรือ

	หลักที่ 1	หลักที่ 2		หลักที่ n	หลักที่ n + 1
แถวที่ 1	1	0	...	0	C_1
แถวที่ 2	0	1	...	0	C_2
	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
แถวที่ n	0	1	...	0	C_2

โดยใช้กระบวนการใดกระบวนการหนึ่ง หรือหลายข้อต่อไปนี้

1. สลับที่ระหว่างสองแถวใด ๆ ของเมตริกซ์แต่งเติม
2. ใช้ค่าคงตัวที่ไม่ใช่ศูนย์คูณสมาชิกทุกตัวของแถวใดแถวหนึ่ง
3. บวกหรือลบแถวใด ๆ ด้วยแถวใดแถวหนึ่งของเมตริกซ์แต่งเติม

2.3.2 ทฤษฎีบทเรียนเวกเตอร์

ความหมายของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่เท่ากัน และเวกเตอร์ที่เป็นนิเสธกัน

บทนิยาม เวกเตอร์ คือ ปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง เราเขียนส่วนของสันตรงแทนขนาดของเวกเตอร์และหัวลูกศรแทนทิศทาง

การบวกเวกเตอร์

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ที่กำหนดให้ สามารถหา $\vec{u} + \vec{v}$ ได้ดังนี้

1. เลือกจุด A จุดใดจุดหนึ่งเป็นจุดเริ่มต้น
2. หาจุด B ที่ทำให้ $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$
3. หาจุด C ที่ทำให้ $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$
4. จะได้ $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ ซึ่งนิยามว่า เป็นผลบวกของ $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ หรือ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

การลบเวกเตอร์

บทนิยาม สำหรับการลบเวกเตอร์ เรานิยามด้วยการบวกเวกเตอร์กับนิเสธของเวกเตอร์ตัวลบกำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ในระนาบ ผลลบของเวกเตอร์ $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $\vec{u} - \vec{v}$ โดยที่ $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

เวกเตอร์ศูนย์ (Zero vector)

บทนิยาม เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับศูนย์ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{0}$ นั่นคือ เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้น และจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

สมบัติของการบวกเวกเตอร์

กำหนดให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ในระนาบ

1. $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (สมบัติการสลับที่)
3. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
4. มี $\vec{0}$ เป็นเอกลักษณ์ของการบวก โดยที่ $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u} = \vec{0}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์)
5. มี $-\vec{u}$ ที่ทำให้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} = -\vec{u} + \vec{u}$ (สมบัติการมีอินเวอร์ส)
6. ถ้า $\vec{u} = \vec{v}$ แล้ว $\vec{u} + \vec{w} = \vec{v} + \vec{w}$ (สมบัติการบวกด้วยเวกเตอร์ที่เท่ากัน)

การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

เขียนแทนด้วย $2\vec{u}$ และเช่นเดียวกัน เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้ามกับ $\vec{u}$ และมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของ $\vec{u}$ เขียนแทนด้วย $-2\vec{u}$ จำนวนจริง 2 และ -2 เป็นปริมาณสเกลาร์ (มีแต่ขนาดไม่มีทิศทาง) เรานิยามการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เมื่อสเกลลาร์เป็นจำนวนจริงได้ดังนี้

บทนิยาม กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงและ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ ผลคูณระหว่าง a และ $\vec{u}$ จะเป็นเวกเตอร์เขียนแทนด้วย $a\vec{u}$ โดยที่

1. ถ้า $a = 0$แล้ว $a\vec{u} = \vec{0}$
2. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ และ มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$
3. ถ้า $a < 0$แล้ว $a\vec{u}$จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$และมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

สมบัติของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

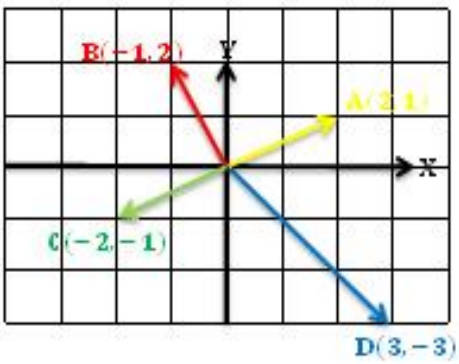
กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง

1. $a\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
3. $(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
   $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
4. $1\vec{u} = \vec{u} = \vec{u}$ (สมบัติการเปลี่ยนเอกลักษณ์)

การใช้เวกเตอร์ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทเรขาคณิต

ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเวกเตอร์มาใช้ในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตได้ให้นักเรียนลองใช้ความรู้ข้างต้นในการแก้ปัญหา

เวกเตอร์ในระบบ 2 มิติ



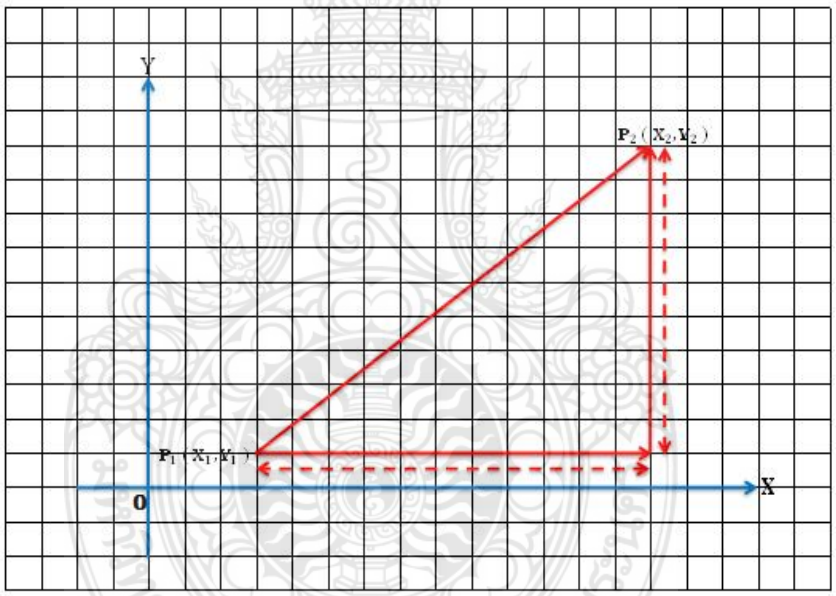
จากรูป $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด $O\,(0,\ 0)$ซึ่งเป็นจุดกำเนิด (Origin) ของระบบแกนมุมฉาก และจะเห็นว่าเวกเตอร์เหล่านี้เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีทิศทางไปตามแกนนอน (แกน X) และแกนตั้ง(แกน Y) ของระบบแกนมุมฉาก

การเขียนเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากไม่จำเป็นต้องมีจุดเริ่มต้นที่จุด $(0,0)$เสมอไปในทำนองเดียวกัน เมื่อกำหนดเวกเตอร์ในรูปคู่อันดับ ก็สามารถเขียนเวกเตอร์ในระนาบของระบบแกนมุมฉากแทนเวกเตอร์นั้น ๆ ได้เสมอ

บทนิยาม $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$ก็ต่อเมื่อ $a = c$และ $b = d$

จากบทนิยาม ถ้า $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$จะได้ $x = 2$ และ$y = 3$

การเขียนเวกเตอร์ที่มีจุดตั้งต้นอยู่ที่จุด $P_1(X_1,\ Y_1)$ และ จุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด $P_2(X_2,\ Y_2)$



จากรูป $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{bmatrix}X_2 - X_1\\Y_2 - X_2\end{bmatrix}$

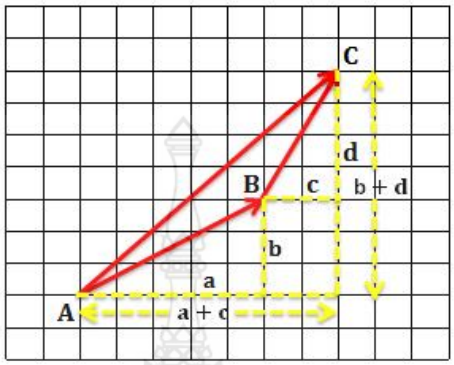
นั่นคือ เวกเตอร์ที่มีจุดตั้งต้นที่$P_1(X_1,\ Y_1)$และจุดสิ้นสุด$P_2(X_2,\ Y_2)$

คือ $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{bmatrix}X_2 - X_1\\Y_2 - X_2\end{bmatrix}$

หรือ กำหนด $P_1(X_1,\ Y_1)$ และ $P_2(X_2,\ Y_2)$ $\therefore$ $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{bmatrix}X_2 - X_1\\Y_2 - X_2\end{bmatrix}$

บทนิยาม นิเสธของ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ $-\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

การบวกเวกเตอร์ในระบบ 2 มิติ



กำหนด $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ และ $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$

$$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

การลบเวกเตอร์ในระบบ 2 มิติ

สำหรับการลบเวกเตอร์ในระบบ2 มิติก็ใช้นิยามเดียวกันกับการบวกเวกเตอร์ โดยบวกเวกเตอร์ตัวตั้งเข้ากับนิเสธของเวกเตอร์ตัวลบ

เวกเตอร์ศูนย์

ในระบบ 2 มิติ เขียนแทนเวกเตอร์ศูนย์ด้วย $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ หรือเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\vec{0}$

การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

สำหรับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เมื่อ α เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$\alpha \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha a \\ \alpha b \end{bmatrix}$$

ขนาดของเวกเตอร์

ขนาดของเวกเตอร์ คือ ความยาวของเวกเตอร์จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดปลายของเวกเตอร์เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\left\| \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \right\|$ จากทฤษฎีบทปีทาโกรัสจะได้ $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2 = a^2 + b^2$ นั่นคือ กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ขนาดของ $\overrightarrow{AB}$ เขียนแทนด้วย $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ โดยที่ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left\| \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \right\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน X และแกน Y

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาด 1 หน่วย ไม่ว่าเวกเตอร์นั้นจะมีทิศทางใดก็ตาม

กำหนดให้ $\vec{i} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน X

$\vec{j} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน Y

เราสามารถเขียนเวกเตอร์ $\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ ให้อยู่ในรูปของ $\vec{i}$ และ $\vec{j}$ ได้ดังนี้

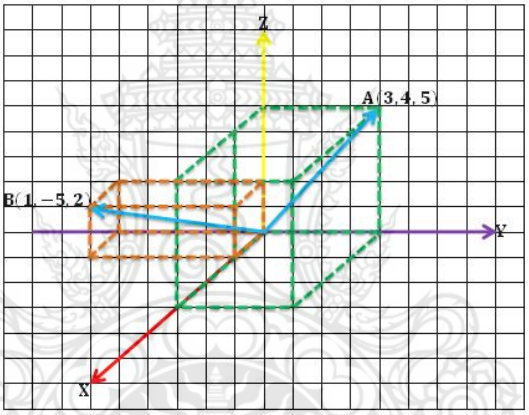
$$\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} = a\vec{i} + a\vec{j}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบ 2 มิติ

กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ และ $\vec{u} \neq 0$ แล้ว

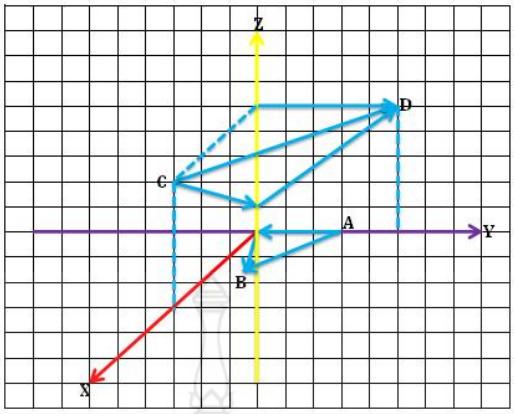
เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศเดียวกับ $\vec{u}$ คือ $\frac{1}{|\vec{u}|}\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$

เวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ



สำหรับเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ เราจะพิจารณาแกนมุมฉากออกเป็น 3 แกน คือแกน X, แกน Y และแกน Z จากรูป $\overrightarrow{OA}$ และ $\overrightarrow{OB}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด 0 (0, 0, 0) ซึ่งเป็นจุดกำเนิด (origin) ของระบบแกนมุมฉากแบบ 3 มิติ จะเห็นว่าเวกเตอร์เหล่านี้เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีทิศทางไปตามแกน X แกน Y และแกน Z

การเขียนเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ ไม่จำเป็นต้องมีจุดเริ่มต้นที่จุด (0 , 0 , 0) เสมอไป แต่เมื่อเรากำหนดเวกเตอร์ในรูปโคออร์ดิเนทก็สามารถเขียนเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากแทนเวกเตอร์นั้น ๆ ได้เสมอ

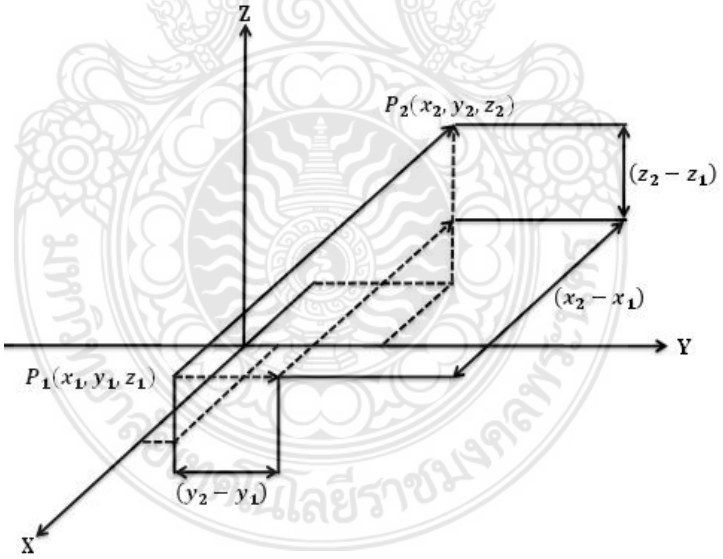


จากรูป $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

บทนิยาม $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $a = d$, $b = e$ และ $c = f$

ถ้า $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $x = 3$, $y = 4$ และ $z = 5$

การเขียนเวกเตอร์ที่มีจุดตั้งต้นอยู่ที่จุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด $P_2(x_2, y_2, z_2)$



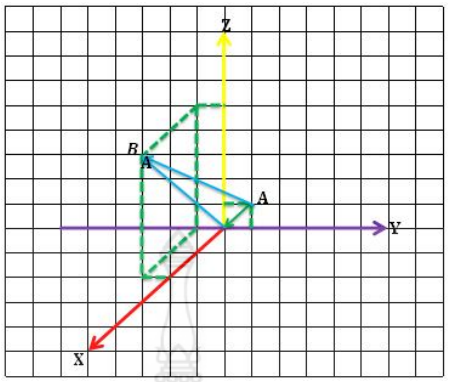
จากรูป $P = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$

นั่นคือ เวกเตอร์ที่มีจุดตั้งต้นที่$P_1(x_1, y_1, z_1)$และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด$P_2(x_2, y_2, z_2)$

คือ $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$

หรือกำหนด $P_1(x_1, y_1, z_1)$และจุด $P_2(x_2, y_2, z_2)$ $\therefore$ $\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$

นิเสธของเวกเตอร์



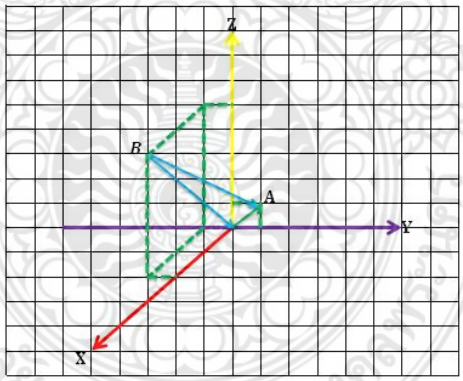
จากรูปที่ 1 $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\overrightarrow{BA}$ คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากัน และมีทิศตรงข้ามกับ $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BA}$ เป็นนิเสธของ $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BA} = -\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \ldots.1$$

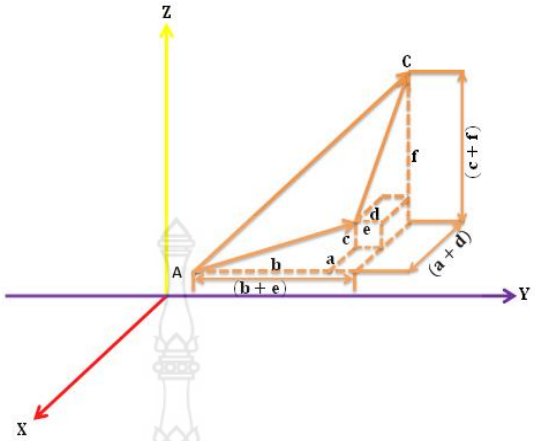


$$\overrightarrow{BA} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \ldots.2$$

$$\therefore -\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (\therefore 1 = 2)$$

นิเสธของ $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ คือ $-\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{bmatrix} -a \\ -b \\ -c \end{bmatrix}$

การบวกเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ



กำหนด $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ และ $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$

$$\therefore \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$$

จากรูป จะเห็นได้ว่า $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$$\text{หรือ} \quad \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + d \\ b + e \\ c + f \end{bmatrix}$$

การลบเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ

สำหรับการลบเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากก็ใช้นิยามเดียวกันกับการบวกเวกเตอร์โดยบวกเวกเตอร์ตัวตั้งเข้ากันกับนิเสธของเวกเตอร์ตัวลบ

$$\text{นั่นคือ} \quad \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -d \\ -e \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - d \\ b - e \\ c - f \end{bmatrix}$$

เวกเตอร์ศูนย์

ในระบบ 3 มิติ เขียนแทนเวกเตอร์ศูนย์ด้วย $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ หรือ เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ $\vec{0}$ นั่นคือ

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

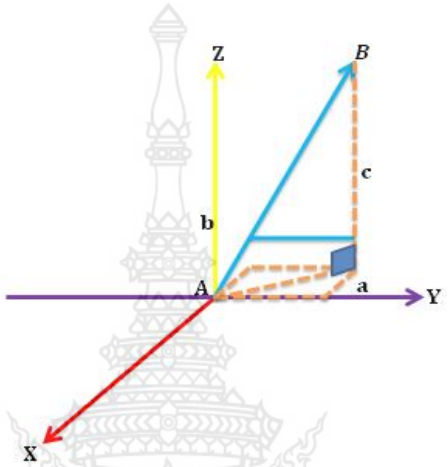
โดยที่ $\vec{0}$ เป็นเอกลักษณ์สำหรับการบวกของเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

สำหรับการคูณด้วยสเกลาร์ เมื่อ α เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$\alpha\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha a\\ \alpha b\\ \alpha c\end{bmatrix}$$

ขนาดของเวกเตอร์



ขนาดของเวกเตอร์ คือ ความยาวของเวกเตอร์จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดปลายของเวกเตอร์

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\left\|\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}\right\|$

จากทฤษฎีบทปิทาโกรัสจะได้ $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

นั่นคือ กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ ขนาดของ $\overrightarrow{AB}$

เขียนแทนด้วย $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ โดยที่ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left\|\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}\right\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกนX แกน Y และแกน Z

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาด 1 หน่วย ไม่ว่าเวกเตอร์นั้นจะมีทิศทางใดก็ตาม

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบ 3 มิติ

กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$ และ $\vec{u} \neq \vec{0}$ แล้ว

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศเดียวกับ $\vec{u}$ คือ $\frac{1}{|\vec{u}|}\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\begin{bmatrix}a\\b\\c\end{bmatrix}$

ผลการคูณเชิงสเกลาร์ (dot product) ของเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ

กำหนดให้ $\vec{u} = a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k}$ และ $\vec{v} = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k}$

ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ คือ $\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2$

หมายเหตุ $c_1 = c_2 = 0$สำหรับเวกเตอร์ในระบบ 2 มิติ

สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงสเกลาร์

กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และ a เป็นจำนวนจริง

1. สำหรับ $\vec{u}$ ใด ๆ $\vec{u} \cdot \vec{u} \geq 0$
2. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{u} = 0$ แล้ว $\vec{u} = \vec{0}$
3. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
4. $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$
5. $(a\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (a\vec{v}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v})$ (กฎการเปลี่ยนกลุ่มได้)
6. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (กฎการแจกแจง)
7. ถ้า $\vec{u}$ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos\theta$
8. ถ้า $\vec{u}$ ตั้งฉากกับ $\vec{v}$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
9. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ แล้ว $\vec{u}$ ตั้งฉากกับ $\vec{v}$

กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และaเป็นจำนวนจริง

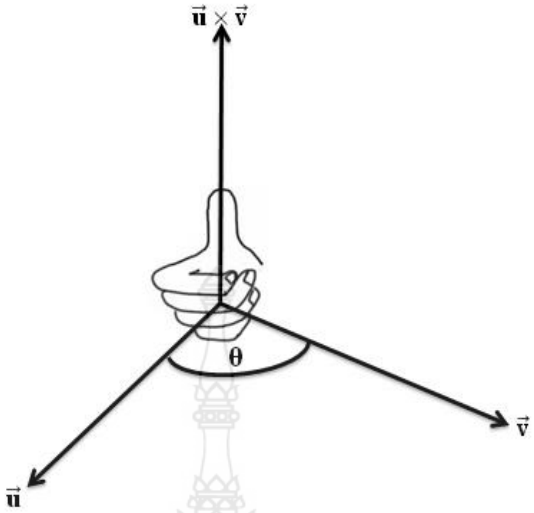
10. $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$
11. $\vec{I} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{I} = \vec{I} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{I} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$
12. $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v}$
13. $|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v}$
14. $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2$

ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (cross – vector product) ของเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ

1. ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของ $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ คือ $\vec{u} \times \vec{v}$ (อ่านว่า"$\vec{u}$ cross $\vec{v}$")
2. กำหนดให้ $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ที่ทำมุมกัน θ

2.1 ขนาดของ $\vec{u} \times \vec{v}$ เขียนแทนด้วย $|\vec{u} \times \vec{v}|$ โดย $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \sin\theta$ โดยที่ $0 \leq \theta \leq 180°$

2.2 ทิศทางของ $\vec{u} \times \vec{v}$ หาได้จากกฎมือขวาดังรูป



จากรูปให้ปลายนิ้วสี่ชี้ตามทิศ $\vec{u}$ จากนั้นกวาดปลายนิ้วทั้งสี่เข้าหา $\vec{v}$
ทิศของหัวแม่มือที่ตั้งฉากกับระนาบที่ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ อยู่คือทิศของ $\vec{u} \times \vec{v}$

การหาผลคูณเชิงเวกเตอร์โดยใช้ความรู้ทางเมตริกซ์

กำหนดให้ $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

$\vec{v} = d\vec{i} + e\vec{j} + f\vec{k} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$

$$\therefore \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \end{vmatrix}$$

$-bd\vec{k} \quad -ce\vec{i} \quad -af\vec{j}$

$bf\vec{i} \quad cd\vec{j} \quad ae\vec{k}$

$$= (bf - ce)\vec{i} + (cd - af)\vec{j} + (ae - bd)\vec{k}$$

สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงเวกเตอร์

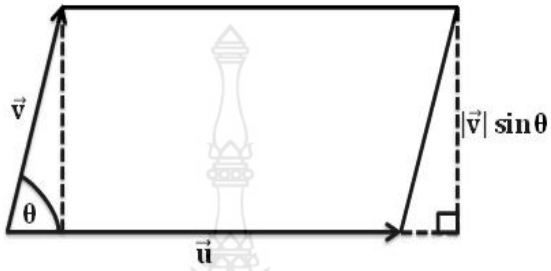
กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และ a เป็นจำนวนจริง

1. $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$
2. ถ้า $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ แล้ว $\vec{u} = \vec{0}$ หรือ $\vec{v} = \vec{0}$ หรือ $\vec{u}$ ขนานกับ $\vec{v}$
3. $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$ (กฎการแจกแจง)
4. $(a\vec{u}) \times \vec{v} = \vec{u} \times (a\vec{v}) = a(\vec{u} \times \vec{v})$ (กฎการเปลี่ยนกลุ่มได้)
5. $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$

6. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} = -\vec{j} \times \vec{i}$
7. $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} = -\vec{k} \times \vec{j}$
8. $\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} = -\vec{i} \times \vec{k}$

กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และ a เป็นจำนวนจริง

9. $|\vec{u} \times \vec{v}|$ = พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นด้านประกอบ

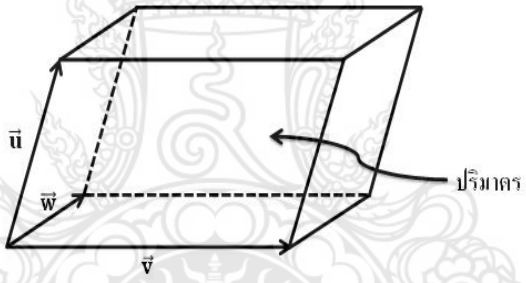


พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน × สูง

$= |\vec{u}|(|\vec{v}| \sin\theta)$

$= |\vec{u} \times \vec{v}|$

10. $\vec{u} \cdot |\vec{v} \times \vec{w}| = \vec{v} \cdot |\vec{w} \times \vec{u}| = \vec{w} \cdot |\vec{u} \times \vec{v}|$



= ปริมาณของรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}, \vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นด้านประกอบ

$= \vec{u} \cdot |\vec{v} \times \vec{w}|$

$= \vec{v} \cdot |\vec{w} \times \vec{u}|$

$= \vec{w} \cdot |\vec{u} \times \vec{v}|$

กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และ a เป็นจำนวนจริง

11. $\vec{u} \times |\vec{v} \times \vec{w}| = |\vec{u} \cdot \vec{w}|\vec{v} - |\vec{u} \cdot \vec{v}|\vec{w}$

$|\vec{u} \times \vec{v}| \times \vec{w} = |\vec{u} \cdot \vec{w}|\vec{v} - |\vec{v} \cdot \vec{w}|\vec{u}$

$\therefore \vec{u} \times |\vec{v} \times \vec{w}| \neq \vec{u} \times |\vec{v} \times \vec{w}|$

2.3.3 ทฤษฎีบทเรียนสมการเชิงอนุพันธ์

สมการเชิงอนุพันธ์สามัญอันดับที่หนึ่งและดีกรีหนึ่ง เขียนได้ในรูป

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

หรือ $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$

สมการแยกตัวแปรได้

สมการ $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$ ..... (1)

เป็น สมการแยกตัวแปรได้ ก็ต่อเมื่อ

$$M(x,y) = M_1(x)\,M_2(y)$$
$$N(x,y) = N_1(x)\,N_2(y)$$

ในกรณีเช่นนี้สามารถเขียนสมการ (1) ได้ในรูป

$$M_1(x)\,M_2(y)\,dx + N_1(x)\,N_2(y)\,dy = 0$$

หารด้วย $M_2(y)\,N_1(x)$ จะได้

$$\frac{M_1(x)}{N_1(x)}\,dx + \frac{N_2(y)}{M_2(y)}\,dy = 0$$

ซึ่งเขียนได้ในรูป $A(x)\,dx + B(y)\,dy = 0$

สามารถหาผลเฉลยได้โดยการหาปริพันธ์ทีละพจน์

สมการเอกพันธุ์

เรียกฟังก์ชัน $f(x,y)$ ว่าเป็น ฟังก์ชันเอกพันธุ์ ถ้ามีจำนวนเต็ม n ซึ่ง

$$f(kx,ky) = k^n f(x,y)$$

เป็นจริงทุกๆจำนวนจริง k และเรียกว่า n ว่า ดีกรี หรือเลขชี้กำลัง ของf เช่น

$$f(x,y) = x^2 + 4xy + 2y^2$$

เป็นฟังก์ชันเอกพันธุ์ดีกรีสอง ทั้งนี้ เพราะว่า

$$f(kx,ky) = (kx)^2 + 4(kx)(ky) + 2(ky)^2$$
$$= k^2(x^2 + 4xy + 2y^2)$$
$$= x^2\,f(x,y)$$

สมการ $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$ เป็น สมการเอกพันธุ์ ถ้า $M(x,y)$ และ $N(x,y)$ เป็นฟังก์ชันเอกพันธุ์ที่มีดีกรีเท่ากัน

การหาผลเฉลยของสมการเอกพันธุ์กระทำได้โดยการแทน

$$y = vx$$

ในสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้

$$M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$$

จะได้ $M(x,y)dx + N(x,y)(v\,dx + x\,dv) = 0$

เมื่อจัดพจน์สมการนี้ใหม่ จะได้สมการแยกตัวแปรได้ ซึ่งจะสามารถหาผลเฉลย ได้โดยวิธีการที่กล่าวไว้แล้วในหัวข้อสมการแยกตัวแปรได้ ที่ผ่านมา

สมการแม่นตรง

สมการ $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$

เป็น สมการแม่นตรง ก็ต่อเมื่อ $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy$ เป็นดิฟเฟอเรนเชียลรวมนั่นคือมีฟังก์ชัน $u(x,y)$ ซึ่ง

$$du(x,y) = M(x,y)dx + N(x,y)\,dy$$

ในกรณีเช่นนี้อาจเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$du(x,y) = 0$$

ดังนั้นผลเฉลยทั่วไปของสมการคือ

$$u(x,y) = c$$

เช่น สมการ $2xy\,dx + x^2\,dy = 0$

เขียนใหม่ได้เป็น $d(x^2y) = 0$

จะได้ $x^2y = c$

นั่นคือ $x^2y = c$ เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการ $2xy\,dx + x^2\,dy = 0$

ในการพิจารณาว่า $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$ เป็นสมการแม่นตรงหรือไม่อาจพิจารณาได้ดังนี้

ถ้า $M(x,y)dx + N(x,y)\,dy = 0$ ..... (1)

เป็นสมการแม่นตรง เรารู้ว่ามี $u(x,y)$ซึ่ง

$$du(x,y) = M(x,y)dx + N(x,y)\,dy \quad \text{..... (2)}$$

แต่เนื่องจาก $du(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}u(x,y)dx + \frac{\partial}{\partial x}u(x,y)\,dy$ ..... (3)

ดังนั้น $M(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}u(x,y), N(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}u(x,y)$ ..... (4)

และ $\frac{\partial}{\partial y}M(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial y\,\partial x}u(x,y),\ \frac{\partial}{\partial x}N(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}u(x,y)$ ..... (5)

ถ้า $M(x,y),\ N(x,y),\ \frac{\partial}{\partial y}M(x,y),\ \frac{\partial}{\partial x}N(x,y)$

เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องย่อมได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial y}M(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial y\,\partial x}u(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}u(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}N(x,y) \quad \text{..... (6)}$$

จะเห็นได้ว่า $\frac{\partial}{\partial y}M(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}N(x,y)$ ..... (7)

เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการเป็นสมการแม่นตรงของสมการ (1) หากสมการใดไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขนี้ ก็จะสรุปได้ว่าสมการนั้นไม่เป็นสมการแม่นตรง

ตัวอย่างเช่น $(3x + 2y^2)dx + 2xy\,dy = 0$

ในที่นี้ $M(x,y) = 3x + 2y^2,\quad N(x,y) = 2xy$

$$\frac{\partial}{\partial y}M(x,y) = 4y, \frac{\partial}{\partial x}N(x,y) = 2y$$

ซึ่งเห็นได้ว่าไม่สอดคล้องกับสมการ (7) สมการนี้จึงไม่เป็นสมการแม่นตรง

อันที่จริงแล้วเงื่อนไขของสมการ (7)ยังเป็นเงื่อนไขที่พอเพียงที่จะประกันว่า

สมการ (1) เป็นสมการแม่นตรงด้วย หากสมการใดสอดคล้องกับเงื่อนไขนี้ อาจหาผลเฉลยได้โดยการหา $u(x,y)$ ให้เป็นไปตามสมการ (2)

จากสมการ (4) จะได้ว่า $\frac{\partial}{\partial x}u(x,y) = M(x,y)$ ..... (8)

ดังนั้น $u(x,y) = \int M(x,y)\ dx$ ..... (9)

เนื่องจากการหาอนุพันธ์ในสมการ (8) นั้น ถือว่า y เป็นค่าคงตัว ดังนั้นในการหาปริพันธ์สมการ (9) จึงต้องถือว่า y เป็นค่าคงตัวด้วย จึงได้ว่าค่าคงตัวของการหาปริพันธ์อาจเป็นฟังก์ชันของ y จึงได้ผลลัพธ์ของสมการ (9) ในรูป

$$u(x,y) = F(x,y) + g(y) \quad \text{..... (10)}$$

สามารถหา $g(y)$ ได้โดยการใช้อีกสมการหนึ่งของสมการ (4) คือ

$$N(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}u(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(F(x,y) + g(y)) \quad \text{..... (11)}$$

เมื่อนำ $g(y)$ ที่ได้จากสมการ (11) แทนในสมการ (10) จะหาผลเฉลยของสมการ (1) ได้

สูตรดิฟเฟอเรนเชียล

1. $d(uv) = v\,du + u\,dv$
2. $D\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\ du - u\ dv}{v^2}$
3. $d(e^u) = e^u\,du$
4. $d(\ln u) = \frac{1}{u}\,du$
5. $d(\sin u) = \cos u\ du$
6. $d(\cos u) = -\sin u\ du$
7. $d(\tan u) = \sec^2 u\ du$

สมการเชิงอนุพันธ์ที่ทำให้เป็นสมการแม่นตรงได้

ในกรณีที่ $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$ ไม่เป็นสมการแม่นตรงอาจมีฟังก์ชั่น $\mu(x,y)$ ที่ทำให้

$$\mu(x,y)(M(x,y)dx + N(x,y)dy) = 0$$

เป็นสมการแม่นตรง เรียก $\mu(x,y)$ ว่า ตัวประกอบปริพันธ์ เช่น

$$y\,dx - x\,dy = 0$$

ไม่เป็นสมการแม่นตรง แต่ถ้าคูณด้วย $\frac{1}{y^2}$ จะได้

$$\frac{1}{y}\,dx - \frac{x}{y^2}\,dy = 0$$

ซึ่งเมื่อเทียบกับ $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

จะได้ $M(x,y) = \frac{1}{y}$ และ $N(x,y) = -\frac{x}{y^2}$

ดังนั้น $\frac{\delta}{\delta y}M(x,y) = -\frac{1}{y^2}$, $\frac{\delta}{\delta y}N(x,y) = -\frac{1}{y^2}$

จะเห็นว่า $\frac{\delta}{\delta y}M(x,y) = \frac{\delta}{\delta y}N(x,y)$

ดังนั้น $\frac{1}{y}\,dx - \frac{x}{y^2}\,dy = 0$ เป็นสมการแม่นตรง

เช่นนี้จึงได้ว่า $\mu(x,y) = \frac{1}{y^2}$ เป็นตัวประกอบปริพันธ์ของ

$$y\,dx - x\,dy = 0$$

ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงแสดงได้ว่า$\mu(x,y)$เป็นตัวประกอบปริพันธ์ของสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนดให้

สมการเชิงเส้น

โดยทั่วไปสมการเชิงเส้นอันดับที่หนึ่งจะอยู่ในรูป

$$a_0(x)\frac{dy}{dx} + a_1(x)\,y = b(x) \qquad .....(1)$$

เมื่อ $a_0(x),\ a_1(x)$และ $b(x)$ เป็นฟังก์ชันของ xและ $a_0(x) \neq 0$

ดังนั้นเมื่อหารสมการ(1) ด้วย $a_0(x)$ โดยตลอด จะได้

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\,y = Q(x) \qquad ..... (2)$$

สมการนี้มี $e^{\int P(x)dx}$เป็นตัวประกอบปริพันธ์ ซึ่งเมื่อนำไปคูณทั้งสองข้างของสมการ (2) จะได้

$$e^{\int P(x)dx}\frac{dy}{dx} + e^{\int P(x)dx}P(x)\,y = e^{\int P(x)dx}Q(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(e^{\int P(x)dx}\,y\right) = e^{\int P(x)dx}Q(x)$$

$$e^{\int P(x)dx}\,y = \int e^{\int P(x)dx}\,Q(x)\,dx + c$$

$$y = e^{\int P(x)dx}\left[\int e^{\int P(x)dx}\,Q(x)\,dx + c\right]$$

สมการแบร์นูลลี

สมการแบร์นูลลีคือสมการที่จัดได้ในรูป

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\,y = Q(x)\,y^n,\ n \neq 0 \text{ หรือ } 1$$

และสามารถหาผลเฉลยของสมการแบร์นูลลีได้โดยจัดสมการใหม่ให้ทางขวาของสมการอยู่ในรูปฟังก์ชันxอย่างเดียว คือ

$$y^{-n}\frac{dy}{dx} + P(x)\,y^{1-n} = Q(x)$$

แล้วสมมติตัวแปรใหม่ในพจน์ $P(x)\,y^{1-n}$ โดยให้

$$v = y^{1-n} \quad \frac{dv}{dx} = (1-n)\,y^{-n}\frac{dy}{dx}$$

จะได้ $\frac{1}{1-n}\frac{dv}{dx} + P(x)\,v = Q(x)$ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น จากนั้นจึงหาผลเฉลยตามที่ได้ศึกษามาแล้ว

สมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่สอง

ในการศึกษาวิธีหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่สองจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์ เสียก่อน

ให้ $D = \frac{d}{dx}, D^2 = \frac{d^2}{dx^2}$

จะได้ว่า $Df(x) = f'(x), D^2f(x) = f''(x)$

เรียก D และ D^2ว่า ตัวดำเนินการ นอกจากนี้ ยังมีตัวดำเนินการอื่นๆ เช่น

$$If(x) = f(x)$$

$$Lf(x) = f'^{(x)} - f(x+1)$$ เป็นต้น

โดยตัวดำเนินการIข้างต้นเรียกว่า ตัวดำเนินการเอกลักษณ์และสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นได้ในพจน์ของตัวดำเนินการ$I, D, D^2, \ldots$ เช่น

สามารถเขียน $(1)\ \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{2dy}{dx} - 3y = 0$ ได้เป็น

$$(2)\ D^2y - 2Dy - 3Iy = 0$$

$$(3)\ (D^2 - 2D - 3I)y = 0$$

ซึ่งอาจเขียนสมการ (3) ได้ในรูป

$$(4)\ Ly = 0$$

โดยที่ $(5)\ L = D^2 - 2D - 3I$

Lเป็นตัวดำเนินการที่เขียนได้ในพจน์ของ$I, D, D^2, \ldots$ และเรียกตัวดำเนินการใดๆ ที่เขียนได้ในรูปนี้ว่า ตัวดำเนินการดิฟเฟอเรนเชียล นอกจากนี้ยังนิยมเขียนแทน cI ด้วยcดังนั้น ตัวดำเนินการL ในสมการ (5) สามารถเขียนได้เป็น$L = D^2 - 2D - 3$

การใช้สมการช่วยในการหาผลเฉลย

เนื่องจากเราสามารถแยกตัวประกอบของตัวดำเนินการดิฟเฟอเรนเชียลในรูป

$L = D^2 + aD + b$ ได้เป็น

$$D^2 + aD + b = (D - m_1)(D - m_2)$$

เมื่อm_1 , m_2 เป็นรากของสมการกำลังสอง

$$m^2 + am + b = 0 \quad \ldots\ldots (1)$$

ดังนั้นสมการ (1) จึงมีความสำคัญในการหาผลเฉลยของ

$$(D^2 + aD + b)y = q(x) \ \ldots\ldots (2)$$

เรียกสมการ (1) ว่า สมการช่วย

จากสมการ (2) ถ้า$q(x) = 0$จะได้

$$(D^2 + aD + b)y = 0 \ldots\ldots (3)$$

ในการหาผลเฉลยของสมการ (3) นี้ขึ้นอยู่กับ$m_1,\ m_2$ของสมการช่วย

$m^2 + am + b = 0$ ดังนี้

ก) กรณีที่$m_1 \neq m_2$จะได้ผลเฉลยทั่วไปของ

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a\frac{dy}{dx} + by = 0$$

เป็น $y = k_1 e^{m_1 x} + k_2 e^{m_2 x}$

ข) กรณีที่ $m_1 = m_2 = m$ จะได้ผลเฉลยทั่วไปของ

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a\frac{dy}{dx} + by = 0$$

เป็น $y = k_1 e^{mx} + k_2 e^{mx}$

ในกรณีที่ราก $m_1,\ m_2$ของสมการช่วยเป็นจำนวนเชิงซ้อน จะต้องอาศัยสูตรของออยเลอร์ที่ว่า

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

ดังนั้นถ้าราก $m_1,\ m_2$ของสมการช่วย

$$m^2 + am + b = 0$$

เป็นจำนวนเชิงซ้อน $\alpha + i\beta, \alpha - i\beta\ (\beta \neq 0)$ จะได้ผลเฉลยของ

$$(D^2 + aD + b)\, y = 0$$

คือ $y = k_1 e^{\alpha x} \cos\beta x + k_2 e^{\alpha x} \sin\beta x$

2.4 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.4.1 ความหมายการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ยาใจ พงษ์บริบูรณ์ (2537 อ้างใน สมนึก ปฏิปทานนท์, 2550) กล่าวว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการ คือการวิจัยที่ใช้กระบวนการปฏิบัติอย่างมีระบบ โดยผู้วิจัยและผู้เกี่ยวข้องมีส่วนร่วมในการปฏิบัติการและวิเคราะห์วิจารณ์ผลการปฏิบัติ จากการใช้วงจร4 ขั้นตอนคือ การวางแผน การลงมือกระทำ การสังเกตและการสะท้อนการปฏิบัติ ซึ่งดำเนินการต่อเนื่องกันไป ผลที่ได้นำไปปรับแผนเข้าสู่วงจรใหม่จนกว่าจะได้ข้อสรุปที่แก้ไขปัญหาได้จริง หรือพัฒนาสภาพการณ์ของสิ่งที่ศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมนึก ปฏิปทานนท์ (2550) กล่าวว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เป็นการวิจัยที่มุ่งจะนำหลักการของวิธีการทางวิทยาสาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาในสภาพการณ์เฉพาะ เน้นการวิจัยที่ง่ายไม่สลับซับซ้อน และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในการทำงานจริงๆ

กิตติพร ปัญญาภิญโญผล (2549) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึงการศึกษาค้นคว้าอย่างมีระบบถึงการปฏิบัติงานของผู้ปฏิบัติงานเอง เพื่อเข้าใจดีขึ้น หรือแก้ปัญหาเกี่ยวกับงานที่ทำอยู่ มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น ซึ่งได้จากการรวบรวมการร่วมมือ การสะท้อนตนเองและการใช้วิจารณญาณประกอบภายใต้กรอบจรรยาบรรณที่ยอมรับกัน

กรมส่งเสริมการเกษตร (2551) การวิจัยปฏิบัติการ คือ การวิจัยประยุกต์แบบหนึ่ง เป็นการวิจัยที่สะท้อนผลการปฏิบัติงานของตนเองเป็นวงจรแบบต่อเนื่องไม่มีที่สิ้นสุด โดยเริ่มต้นที่ขั้นตอนการวางแผน การปฏิบัติการสังเกต และการสะท้อนกลับเกี่ยวกับการปฏิบัติงาน เพื่อให้เกิดการพัฒนาปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น

Lewin (1946 อ้างใน ยาใจ พงษ์บริบูรณ์, 2552) กล่าวว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการ คือการวิจัยที่ใช้กระบวนการศึกษาในลักษณะกลุ่มรวมกันทำงานและตัดสินใจ อย่างมีพันธะต่อกันเพื่อมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น และใช้การปฏิบัติการ 3 ขั้นตอน คือการวางแผน การปฏิบัติการ และการสะท้อนผลการปฏิบัติ

Johnson, C.S. และ Kromann-Kelly (1995 อ้างในสุวิมล ว่องวาณิช, 2551) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึงการรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์และตีความหมายโดยมีแผนงานกำหนดและแลกเปลี่ยนผลกับเพื่อนร่วมวิชาชีพ กระบวนการวิจัยปฏิบัติการต้องตอบคำถาม5 ข้อดังต่อไปนี้ (1) คำถามที่ต้องการศึกษาคืออะไร (2) ข้อมูลที่เกี่ยวข้องมีอะไรบ้าง (3) ข้อมูลที่ต้องจัดเก็บคืออะไร (4)จะวิเคราะห์ข้อมูลอย่างไร และ (5) จะแปลความหมายนั้นว่าอย่างไร การตอบคำถามเหล่านี้ต้องใช้เวลาวางแผน และในทุกขั้นตอนต้องอภิปรายกับเพื่อนร่วมงาน

Zuber-Skerritt, O. (1996 อ้างในสุวิมล ว่องวาณิช, 2551) กล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นกระบวนการที่มีขั้นตอนการทำงานเป็นวงจรต่อเนื่อง 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) การวางแผนกลยุทธ์ (2) การปฏิบัติ (นำแผนไปปฏิบัติ) (3) การสังเกต (โดยมีการประเมินตนเอง) และ (4) การสะท้อนผลเชิงวิพากษ์จากตนเองและเพื่อนร่วมงานในผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 1-3 จากนั้นมีการทำงานในวงจรรอบที่ 2 โดยมีการปรับแผนการทำงาน แล้วนำไปปฏิบัติ ทำการสังเกตผลที่เกิดขึ้นและสะท้อนผลเพื่อปรับปรุงต่อไป

Dick, B. (2000 อ้างใน สุวิมล ว่องวาณิช, 2551) กล่าวว่าการวิจัยปฏิบัติการ ประกอบด้วยวิธีวิทยาการการวิจัยที่ทำให้เกิดผลของการปฏิบัติ และผลของการวิจัย ในเวลาเดียวกัน โดยมีขั้นตอนการวิจัยที่เป็นวงจรต่อเนื่อง ประกอบด้วยผู้มีส่วนร่วมในกระบวนการ ใช้ข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นข้อความที่เป็นภาษามากกว่าตัวเลข นอกจากนี้ยังมีการสะท้อนผลซึ่งครอบคลุมทั้งส่วนที่เป็นกระบวนการและผลลัพธ์ การวิจัยปฏิบัติการจึงเป็นกระบวนการที่มีความยืดหยุ่นตอบสนองต่อความต้องการจำเป็นที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ต่างๆ ทั้งนี้ Dick มีความเห็นว่าการวิจัยปฏิบัติการเป็นการวิจัยที่มีการสร้างสมมติฐานการวิจัยจากข้อมูลที่รวบรวมได้ระหว่างการทำวิจัย และสามารถใช้กระบวนการดังกล่าวเป็นเครื่องมือสำหรับการวิจัยนำร่อง การนำไปใช้เป็นเครื่องมือวินิจฉัยจุดบกพร่องต่างๆ หรือใช้เพื่อการประเมินผล อย่างไรก็ตาม Dick เห็นว่าการมีส่วนร่วมไม่จำเป็นต้องมีตลอดการวิจัย อาจให้ผู้อื่นมีส่วนร่วมเพียงแค่ผู้ให้ข้อมูลลักษณะสำคัญ

จากการศึกษาแนวคิดของนักวิชาการทั้งในประเทศและต่างประเทศที่มีต่อความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ สามารถสรุปได้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ คือ การศึกษาค้นคว้า รวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ และตีความหมายอย่างมีระบบ และยืดหยุ่น เพื่อตอบสนองต่อความต้องการจำเป็นที่เกิดขึ้นในสถานการณ์เฉพาะ ถึงการปฏิบัติงานเพื่อเข้าใจดีขึ้น หรือแก้ปัญหาเกี่ยวกับงานที่ทำอยู่ ของผู้วิจัยและผู้ที่เกี่ยวข้อง โดยมีขั้นตอนการทำงานเป็นวงจรต่อเนื่อง 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) การวางแผนกลยุทธ์ (2) การปฏิบัติ (นำแผนไปปฏิบัติ) (3) การสังเกต (โดยมีการประเมินตนเอง) และ (4)การสะท้อนผลเชิงวิพากษ์จากตนเองและเพื่อนร่วมงาน ผลที่ได้นำไปปรับแผนเข้าสู่วงจรใหม่จนกว่าจะได้ข้อสรุปที่แก้ไขปัญหาได้จริง หรือพัฒนาสภาพการณ์ของสิ่งที่ศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ภายใต้กรอบจรรยาบรรณที่ยอมรับกัน

2.4.2 ทฤษฎีพื้นฐานของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

Mills (2003 อ้างใน กิตติพร ปัญญาภิญโญผล, 2549) กล่าวถึงทฤษฎีและปรัชญาที่เป็นฐานสำคัญของการปฏิบัติของนักวิจัย มีความแตกต่างหลากหลายขึ้นกับรากเหง้าทางประวัติศาสตร์ของนักวิจัยเชิงปฏิบัติการ ซึ่งจัดเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทที่ใช้ทฤษฎีเป็นฐาน (critical or theory-based) และประเภทที่ใช้การปฏิบัติการเป็นฐาน (practical based) นั่นคือ Mills จัดว่าวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ใช้การวิพากษ์เป็นฐาน (critical action research) และวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ปลดปล่อยอิสระจากการครอบงำของกรอบ (emancipatory action research) โดยรวมประเภทที่ 1 และประเภทที่ 3 ดังที่กล่าวข้างต้นเป็นกลุ่มประเภทเดียวกัน เพราะเป้าหมายหลักเหมือนกัน คือ มีการรวบรวมความรู้ที่ไม่ติดยึดกับกฎเกณฑ์หรือกรอบแบบเดิม ๆ หลักการเหตุผลสำหรับ critical action research ใช้ทฤษฎีเป็นฐานสำคัญในทางสังคมศาสตร์และทางมนุษยศาสตร์ รวมถึงทฤษฎีของยุคหลังสมัยใหม่ (theories of postmodernism) หรือ technical action research

ทฤษฎีเชิงวิพากษ์ (critical theory) ในงานวิจัยเชิงปฏิบัติการหรือ technical action research ทางสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์ ต่างก็มีวัตถุประสงค์ที่เป็นพื้นฐานร่วมคล้าย ๆ กัน (Kemmis, 1990 อ้างใน กิตติพร ปัญญาภิญโญผล, 2549) ดังนี้

1. ความสนใจร่วมกันในกระบวนการของการนำไปสู่การรู้แจ้ง (enlightenment)

2. ความสนใจร่วมกันในการทำให้แต่ละคนอิสระเสรีจากสั่งการหรือบงการตามแบบเดิม ๆ (สืบทอดตามวัฒนธรรมแบบเดิม ๆ)

3. การเต็มใจผูกมัดตัวเองเข้ามีส่วนร่วมในกระบวนการทางประชาธิปไตย เพื่อการปฏิรูปและนอกจากนี้รากเหง้าในทฤษฎีเชิงวิพากษ์ของทางสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์ เป็นที่มาของวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ใช้การวิพากษ์เป็นฐาน ซึ่งมาจากทฤษฎียุคหลังสมัยใหม่ (Postmodernism) ที่เรียกร้องความเป็นจริง (Truth) และความเป็นปรนัย (Objectivity) ตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์แบบเดิม แทนที่จะเรียกร้องข้อเท็จจริง (Fact) กลุ่มยุคหลังสมัยใหม่ให้ข้อโต้แย้งว่าความเป็นจริง (Truth) มักเกี่ยวข้องเสมอกับสิ่งอื่น ๆ เช่น เงื่อนไข สถานการณ์ และความรู้ที่ได้มักเกิดจากความเจริญงอกงามที่เป็นผลพอกพูนขึ้นจากประสบการณ์เดิม

ดังนั้น ทัศนะของยุคหลังสมัยใหม่ได้คำนึงถึงความห่วงใยดังกล่าวเหล่านี้ โดยสนับสนุนให้การวิจัยตั้งอยู่บนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการมีอยู่ของความเป็นจริง (truth) เป็นสิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับสิ่งอื่น ๆ ไม่ว่าเงื่อนไขหรือสถานการณ์ และยังขึ้นกับประสบการณ์เดิมด้วย ดังนั้นเพียงจัดทำให้วิจัยเชิงปฏิบัติการดำเนินการในสถานที่นั้นๆเอง จึงจะน่าจูงใจและตรงมากกว่าและที่สำคัญคือผลข้อค้นพบที่ได้มานั้นมีความหมายสำหรับผู้มีส่วนร่วมเอง

ทฤษฎียุคหลังสมัยใหม่ได้ผลักดันให้ศึกษาและตรวจสอบถึงกลไกของการผลิตความรู้ และตั้งคำถามถึงข้อตกลงเบื้องต้นที่เป็นฐานสำคัญของชีวิตสมัยใหม่ นั่นคือ มีการผลักดันให้ “ตรวจสอบสิ่งที่มีอยู่ตามปกติประจำวันในกิจกรรมส่วนบุคคล กิจกรรมทางสังคมและกิจกรรมทางวิชาชีพ” (Stringer, 1996 อ้างใน กิตติพร ปัญญาภิญโญผล, 2549) วิจัยเชิงปฏิบัติการให้วิธีการที่ทำให้เราสามารถนำไปใช้เพื่อการตรวจสอบและได้ตัวแทนประสบการณ์ของผู้วิจัย ซึ่งสร้างตามบริบทและการเมือง

คุณค่าของวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ใช้การวิพากษ์เป็นฐานคือ การทำให้วิจัยทางการศึกษาตอบสนองต่อสังคม รวมถึงลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

1. ความเป็นประชาธิปไตย ช่วยการมีส่วนร่วมของกลุ่มคน

2. ความเสมอภาค รับทราบถึงคุณค่าของความเท่าเทียม

3. ความมีอิสรภาพหรือเสรีภาพหรือความเสมอภาพ ให้มีอิสรภาพจากการถูกกดขี่พ้นจากสภาพความหดหู่ หมดกำลังใจ

4. การส่งเสริมสนับสนุน ช่วยส่งเสริมให้คนแสดงออกอย่างเต็มศักยภาพในขณะเดียวกัน วิธีการของการใช้ทฤษฎีวิพากษ์เป็นฐานนั้นถูกวิจารณ์ว่าขาดความเป็นไปได้ด้านการปฏิบัติ (Hammersley, 1993 อ้างใน กิตติพร ปัญญาภิญโญผล, 2549) ซึ่งถือว่าไม่สำคัญนักเพราะวิจัยเชิงวิพากษ์ช่วยค้นหาหรือช่วยแก้ปัญหาซึ่งใช้เป็นวิธีการสำหรับครูได้ผูกมัดตนเอง โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการค้นหาความสัมพันธ์และพร้อม ๆ กับปฏิบัติงานในวิชาชีพของครูเองด้วย

ส่วนวิจัยอีกประเภทหนึ่ง คือ วิจัยเชิงปฏิบัติการที่เน้นการปฏิบัติเป็นฐาน (Practical Action Research) โดยวิจัยเชิงนี้เน้นหนักไปที่วิธีการดำเนินการกับกระบวนการของวิจัยเชิงปฏิบัติการ และให้น้ำหนักน้อยกับ “ปรัชญา” โดยตั้งสมมติฐานว่าครูแต่ละคนหรือแต่ละทีมมีอิสระในตัวเองในการกำหนดเรื่องที่ต้องการศึกษา นักวิจัยผูกมัดกับการพัฒนาทางวิชาชีพครูปรับปรุงการเรียนการสอน ปรับปรุงโรงเรียน และนักวิจัยต้องสะท้อนงานที่ปฏิบัติอย่างมีระบบท้ายที่สุดเชิงปฏิบัติการประเภทนี้มีทัศนะว่า นักวิจัยเป็นผู้ตัดสินใจเลือกกำหนดประเด็นที่ต้องการวิจัย ตัดสินใจเองว่าจะใช้เทคนิคอะไรในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์และแปลความหมายข้อมูล และพัฒนาแผนการปฏิบัติที่ขึ้นกับผล

ข้อค้นพบ สำหรับความคิดรวบยอดหลักของวิจัยเชิงปฏิบัติการทั้ง 2 ประเภท สรุปเสนอในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 สรุปความคิดรวบยอดหลักของวิจัยเชิงปฏิบัติการที่เน้นการวิพากษ์และการปฏิบัติเป็นฐาน

วิจัยเชิงปฏิบัติการที่เน้นการวิพากษ์ (Critical Action Research)	**วิจัยเชิงปฏิบัติการที่เน้นการปฏิบัติ (Practical Action Research)**
1. ลักษณะของการมีส่วนร่วมและเป็นประชาธิปไตย 2. มีการตอบสนองทางสังคมและดำเนินการในบริบทเฉพาะนั้น ๆ 3. กระบวนการช่วยให้นักวิจัยต้องตรวจสอบทุกวัน ดำเนินการตามที่ได้รับอนุมัติให้ปฏิบัติทางวิชาชีพ 4. ความรู้ที่ได้รับเมื่อผ่านการวิจัยเชิงปฏิบัติการผู้ให้ข้อมูลคือนักเรียน ครูและผู้บริหารมีอิสระเสรีภาพจากสาระความรู้ที่ได้รับพร้อมกับได้เพิ่มพูนการเรียนรู้ การสอนและการจัดทำนโยบาย	1. นักวิจัยมีอำนาจในการตัดสินใจ เป็นตัวของตัวเองอย่างอิสระ 2. นักวิจัยมีข้อผูกมัดกับการพัฒนาทางวิชาชีพและการปรับปรุงโรงเรียน 3. นักวิจัยต้องสะท้อนสิ่งที่ตนปฏิบัติ 4. นักวิจัยจะใช้วิธีการที่เป็นระบบในการสะท้องานที่ปฏิบัติของครูเอง 5. นักวิจัยเป็นผู้เลือกประเด็นปัญหาที่ต้องการทำวิจัยเอง พิจารณาเทคนิคการรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์และแปลความหมายข้อมูล และรวมถึงพัฒนาแผนการปฏิบัติเองด้วย

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กอบสุข คงมนัส (2554) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะตามกระบวนการให้คำปรึกษาเพื่อพัฒนาความสามารถของครูประจำการในการให้คำปรึกษาเรื่องการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน โครงสร้างของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะตามกระบวนการให้คำปรึกษา มี 5 ส่วน คือ 1) ส่วนความเชี่ยวชาญความรู้ เป็นฐานความรู้และกรณีศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนและความสามารถในการให้คำปรึกษา 2) ส่วนกลยุทธ์การให้คำปรึกษา เป็นส่วนควบคุมการแสดงความรู้และกลยุทธ์การเรียนการสอนตามกระบวนการให้คำปรึกษา 3) ส่วนวินิจฉัย เป็นเกณฑ์การวินิจฉัยการตอบสนองของครูผู้รับคำปรึกษา 4) ส่วนแบบจำลองผู้รับคำปรึกษา เป็นการจัดเก็บข้อมูลครูผู้รับคำปรึกษา แสดงระดับความรู้ปัจจุบันและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูผู้รับคำปรึกษา และ 5) ส่วนต่อประสานกับผู้ใช้ เป็นส่วนควบคุมปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูผู้รับคำปรึกษากับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มตัวอย่างมีคะแนนความสามารถในการให้คำปรึกษาด้านการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนและคะแนนความรู้การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุรศักดิ์ มังสิงห์ (2551) ได้ศึกษาและพัฒนาระบบสอนเสริมที่สร้างความฉลาดให้กับระบบด้วยเทคนิคปัญญาประดิษฐ์แบบซอฟต์แวร์เอเจนต์ โดยระบบสามารถตรวจสอบประวัติการเรียนของผู้เรียนและให้คำแนะนำเกี่ยวกับบทเรียนที่ควรศึกษาหรือทบทวนให้แก่ผู้เรียนแต่ละรายอย่าง

เหมาะสม ผลการทดลองพบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ที่ลงทะเบียนเข้าใช้ระบบให้ความสนใจและเข้าใช้กิจกรรมด้านการเรียนอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งใกล้เคียงกับการเรียนตามปกติ

ตรีพล สักกะวนิช และคณะ (2550) ได้พัฒนาบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์แบบปฏิสัมพันธ์บนระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ตรายวิชาระบบปฏิบัติการ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์รูปแบบบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์แบบปฏิสัมพันธ์ขึ้นมาเพื่อใช้เป็นต้นแบบในการพัฒนาบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ ตัวบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 87.22/86.55 แสดงว่าบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้นมีคุณภาพดี ผลการเปรียบเทียบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีการทดสอบทางสถิติ t-test พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ($\bar{x} = 72.16$) สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ ($\bar{x} = 61.70$) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และผลการประเมินคุณภาพของบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้นอยู่ในเกณฑ์ดี

นรารัตน์ วรรธนเศรณี (2550) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาก่อนและหลังเรียน เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักศึกษาสาขาวิชาคอมพิวเตอร์และนักศึกษาสาขาอื่น ๆ ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์มีประสิทธิภาพ 73.61/66.98 ซึ่งไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 85/85 แต่ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

วิทยา อารีราษฎร์ (2549) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการสอนใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะและมีส่วนร่วมผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนารูปแบบ CICAI (Collaborative Intelligent Computer-Assisted Instruction) ได้รูปแบบที่มีองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ ด้านโมดูลหลัก ประกอบด้วย 6 โมดูล ได้แก่ โมดูลเชี่ยวชาญ โมดูลเนื้อหาสาระวิชา โมดูลผู้เรียน โมดูลการสอน โมดูลสื่อสาร และโมดูลการเรียนร่วมกัน และด้านสภาพแวดล้อมทีเกี่ยวข้อง ประกอบด้วย 8 ส่วน ได้แก่ บทบาทผู้เรียน บทบาทผู้สอน รูปแบบและวิธีการสื่อสาร กลุ่มผู้เรียน เทคนิคที่ใช้ภายในกลุ่ม วิธีการเรียนร่วมกัน การประเมินผลและเอเจนต์ ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อรูปแบบ พบว่า ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อรูปแบบอยู่ในระดับสูง

น้ำทิพย์ รัตนาวงศ์ไชยา และคณะ (2548) ได้ทำการศึกษาสื่อการเรียนการสอนที่มีความฉลาดเรื่องตรรกศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำเสนอวิธีการพัฒนาระบบการสอนที่มีความฉลาด และได้พัฒนาเพื่อใช้ในการเสริมการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตั้งแต่ชั้น ม.1 – ม. 6 เพื่อเป็นการทบทวนและเสริมความรู้ในเรื่องตรรกศาสตร์เกี่ยวกับการนำไปประยุกต์ใช้ นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันหรือใช้เป็นพื้นฐานการศึกษาต่อไปได้ การทำงานของระบบ คือ ระบบเตรียมบทเรียนโดยคำนึงถึงลักษณะการเรียนรู้ ความรู้พื้นฐานของผู้เรียน และจุดมุ่งหมายในการเรียนเป็นสำคัญ โดยเริ่มจากระบบจำแนกนักเรียนตามลักษณะการเรียนรู้ ระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียน จากข้อมูลที่นักเรียนกรอกไว้ตอนลงทะเบียนเข้าสู่ระบบ จากนั้นระบบหาแผนการจัดบทเรียนที่สอดคล้องกับความรู้พื้นฐานและ

จุดประสงค์ของการเรียน และสร้างบทเรียนที่ประกอบด้วยเนื้อหา ตัวอย่าง และแบบทดสอบที่สอดคล้องกับลักษณะการเรียนรู้และความรู้พื้นฐานเดิมของผู้เรียน โดยนักเรียนที่มีลักษณะการเรียนรู้และความรู้พื้นฐานต่างกันจะได้เรียนกับบทเรียนที่แตกต่างกัน

ณัฐนาถ เหมือนสุวรรณ และคณะ (2548) ได้ออกแบบระบบผู้ช่วยสอนอัตโนมัติแบบสนทนาโต้ตอบที่สามารถประยุกต์ใช้งานได้ โดยใช้เทคนิคที่รวบรวมมาจากผู้ช่วยสอนที่เป็นมนุษย์และเทคนิคการประมวลผลภาษาธรรมชาติ เพื่อให้การติดต่อระหว่างระบบผู้ช่วยสอนกับผู้เรียนเป็นไปอย่างสะดวกและเป็นธรรมชาติ ทำให้ผู้เรียนสามารถใช้ประโยชน์จากระบบผู้ช่วยสอนที่เลียนแบบพฤติกรรมของผู้ช่วยสอนจริงที่เป็นมนุษย์

Tsai C.C. (2008) ได้ทำการศึกษาระบบการเรียนการสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้สภาพแวดล้อมของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัด โดยทำการทดลองระบบการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะกับระบบการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียนด้วยระบบการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสูงกว่าคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียนด้วยระบบการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จึงสามารถสรุปได้ว่าการพัฒนาระบบการสอนโดยอาศัยการพัฒนาระบบการเรียนการสอนแบบอัจฉริยะเป็นเครื่องมือที่สามารถทำให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนที่สูงขึ้น

Sergio M. and Elio S. (2007) ได้ทำการพัฒนาระบบการตอบคำถามบนพื้นฐานของการบริหารจัดการองค์ความรู้ โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครูบนสภาพแวดล้อมต่าง ๆ เช่น ตัวอย่างการทำงานความต้องการของผู้ใช้งานที่รวบรวมอยู่บนคลังความรู้และรูปแบบของการเรียนการสอนบนระบบอีเลริน์นิ่ง ผลการวิจัยพบว่า ระบบที่พัฒนาขึ้นมีการใช้รูปแบบของการบริหารจัดการเรียนตามมาตรฐานของสคอม (SCORM) ระบบสามารถเลือกเนื้อหาและรูปแบบการสอนให้กับผู้เรียนได้ มีการติดต่อสื่อสารทั้งทางด้านออนไลน์และออฟไลน์ อีกทั้งระบบสามารถติดตามการทำงานของนักเรียนและตอบคำถามนักเรียนได้อย่างอัตโนมัติ

Chitaya (2007) ได้ทำการออกแบบระบบช่วยสอนระหว่างการเรียนแบบส่วนบุคคลกับการเรียนแบบร่วมมือ การออกแบบได้นำระบบเอเจนต์มาใช้ในการติดตามการทำงานในการเรียนการสอนของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การออกแบบระบบช่วยสอนทั้งสองแบบสามารถทำให้ระบบมีการปรับเปลี่ยนรูปแบบการสอน เนื้อหาการเรียนรู้ ตามความต้องการของผู้เรียนและผู้เรียนยังมีการทำงานร่วมมือกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Ahmad (2008) ได้ทำการออกแบบสถาปัตยกรรมระบบการเรียนการสอนแบบปรับเปลี่ยนเนื้อหาตามประสิทธิภาพการสะท้อนของผู้เรียน ผลการออกแบบสถาปัตยกรรมระบบมีส่วนประกอบ 4 ส่วน ได้แก่ 1) ส่วนการแสดงผลข้อมูล 2) ส่วนเนื้อหา 3) ส่วนข้อมูลผู้ใช้ และ4) ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งระบบที่ออกแบบสามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหาตามประสิทธิภาพการสะท้อนของผู้เรียนได้

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยได้กำหนดวิธีการดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.3 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.4 วิธีดำเนินการทดลอง

3.5 การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากร ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร จำนวน 60 คน

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า 2 ห้อง ซึ่งแบ่งห้องที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และห้องที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม ทำการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ จำนวน 3 บทเรียน

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์

3. แบบประเมินบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

3.3 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ มีขั้นตอนการวิจัย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ตอนที่ 2 การออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

ตอนที่ 3 การพัฒนาแบบจำลองตามที่ออกแบบไว้

ตอนที่ 1 การออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นขั้นตอนวิเคราะห์เนื้อหาองค์ประกอบหรือโครงสร้าง ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะและการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เพื่อช่วยอธิบายถึงองค์ประกอบต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบได้อย่างเป็นระบบ ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาและวิเคราะห์ประกอบด้วย

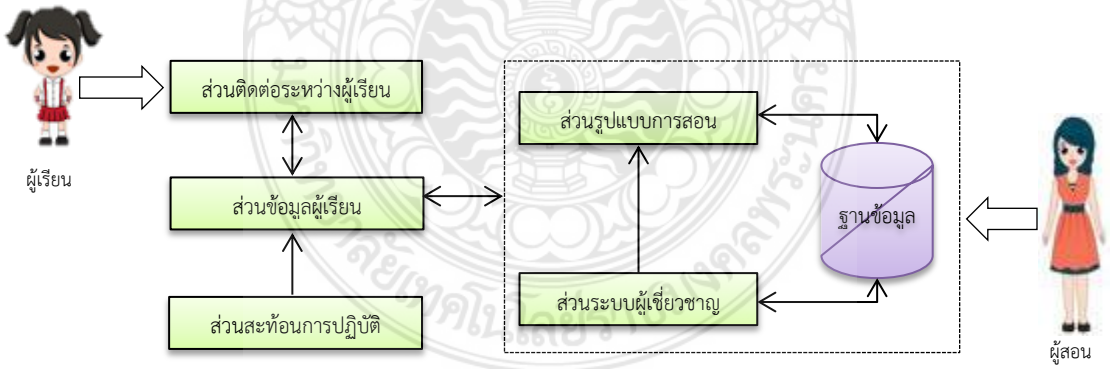
1. แนวคิดเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้แก่ ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ ได้แก่ องค์ประกอบพื้นฐานของระบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ สถาปัตยกรรมของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ และการพัฒนาบทเรียนอัจฉริยะ

3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ได้แก่ ความหมายการวิจัยเชิงปฏิบัติการ และทฤษฎีพื้นฐานของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

เมื่อดำเนินการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้วิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 องค์ประกอบ ได้แก่ (ดังภาพที่ 3.1)

1. ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน
2. ส่วนข้อมูลผู้เรียน
3. ส่วนรูปแบบการสอน
4. ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ
5. ส่วนสะท้อนการปฏิบัติ



ภาพที่ 3.1 ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

จากภาพที่ 3.1 หน้าที่การทำงานขององค์ประกอบแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการแต่ละส่วน ดังนี้

1. ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน (Interface Module) เป็นส่วนควบคุมการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบ โดยนำเสนอทางจอภาพ

2. ส่วนข้อมูลผู้เรียน (Student Module) เป็นส่วนที่ไว้ใช้สำหรับเก็บข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน เช่น คะแนนในการทำแบบฝึกหัด เวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึกหัด และสามารถติดตามผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเป็นข้อมูลเบื้องต้นให้กับส่วนรูปแบบการสอน เพื่อรวบรวมให้กับผู้สอนไว้ใช้ในการสอนต่อไป

3. ส่วนรูปแบบการสอน (Pedagogical Module) เป็นส่วนของการเลือกและปรับรูปแบบการสอนตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแล้วนำเสนอเนื้อหาตามระดับความรู้ แบบฝึกหัด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ผู้เรียน ซึ่งเป็นนำข้อมูลข้อมูลผู้เรียนมาตัดสินใจเลือกรูปแบบการสอนต่อไป

4. ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert System) เป็นส่วนการวิเคราะห์และคัดกรองระดับความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนตามความต้องการและความเหมาะสมของผู้เรียน วิเคราะห์ความสามารถของผู้เรียนในการแนะนำทางเลือกของเนื้อหา โดยทำการวิเคราะห์จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากฐานข้อมูลและส่งระบบผู้เชี่ยวชาญที่ได้ไปยังข้อมูลผู้เรียนต่อไป

5. ส่วนสะท้อนการปฏิบัติ (Reflect Module) เป็นส่วนการประเมินตรวจสอบผลการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งสามารถแจ้งผลให้กับผู้เรียนได้ทันที เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนการปฏิบัติต่อไป

ตอนที่ 2 การออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

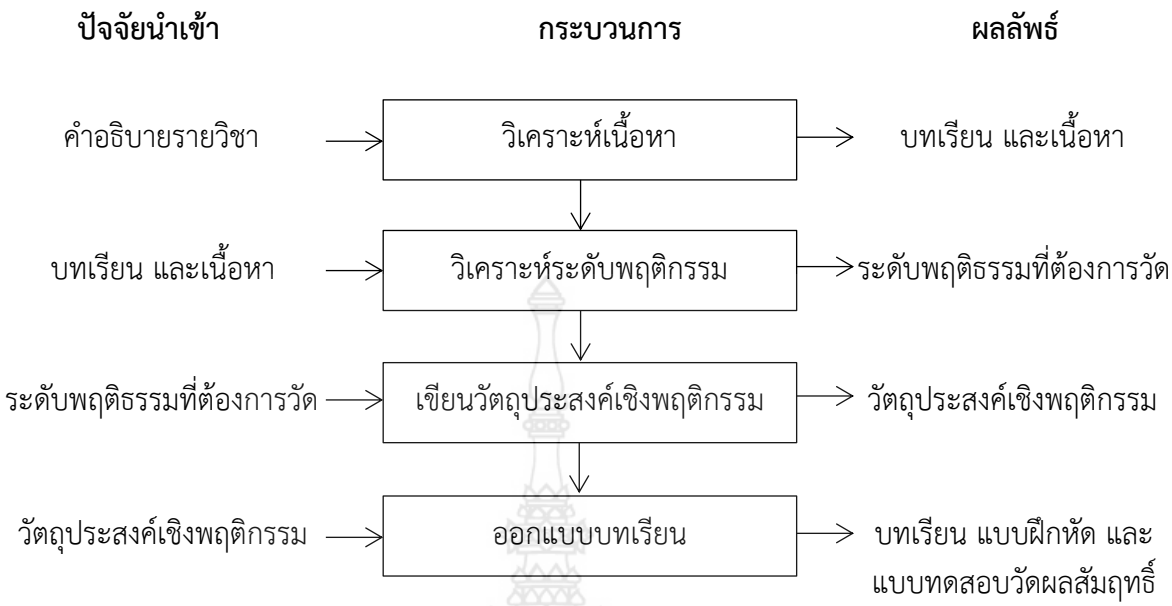
การออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์รายวิชาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา ซึ่งสามารถแบ่งเนื้อหาบทเรียนที่มีความสำคัญได้ 3 บท คือ บทที่ 1 เมตริกซ์ บทที่ 2 เวกเตอร์ และบทที่ 3 สมการเชิงอนุพันธ์ มีขั้นตอนการดำเนินงานได้ดังนี้ (ดังภาพที่ 3.2)

1. การวิเคราะห์เนื้อหาจากคำอธิบายรายวิชาที่กำหนด และสำรวจความคิดเห็นโดยผู้เชี่ยวชาญ

2. การวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียนโดยผู้เชี่ยวชาญ

3. การเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยนำระดับของพฤติกรรมที่วิเคราะห์จากผู้เชี่ยวชาญ มาเป็นกรอบในการเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

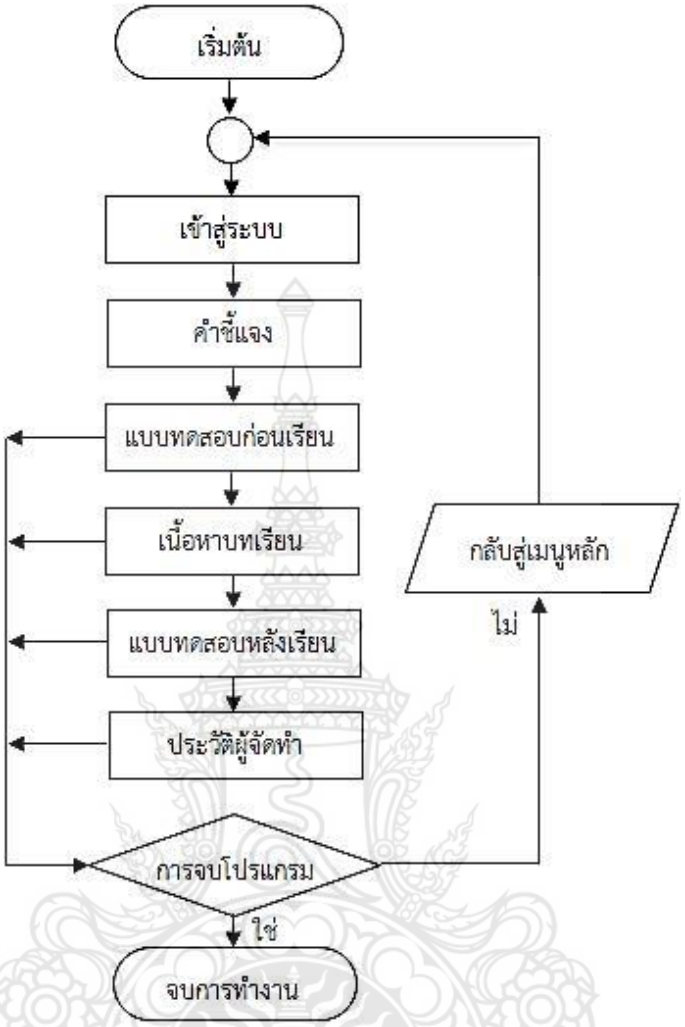
4. การออกแบบบทเรียน แบบฝึกหัดแต่ละบท และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยทำการตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์โดยผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา



ภาพที่ 3.2 ขั้นตอนการวิเคราะห์บทเรียน

4.1 ขั้นตอนการออกแบบบทเรียน

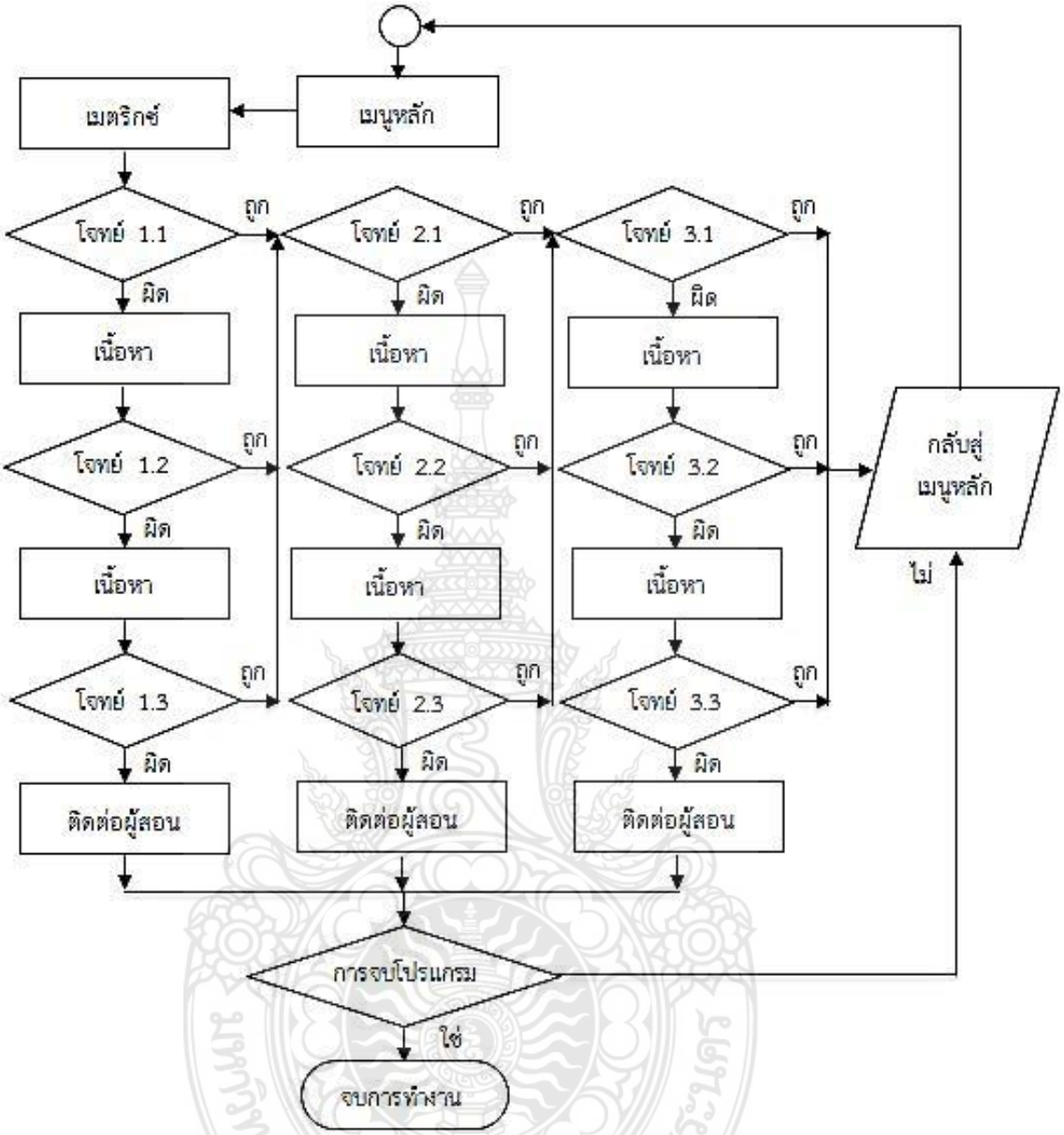
ผู้วิจัยดำเนินการออกแบบบทเรียน เริ่มจากการเข้าสู่ระบบ เพื่อเข้าสู่โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องกรอกข้อมูล ชื่อ – นามสกุล และเลขที่ โดยโปรแกรมแสดงหน้าคำชี้แจงเพื่อให้ทราบถึงการใช้งาน สำหรับหน้าคำชี้แจงโปรแกรมจะให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 15 ข้อ จากนั้นโปรแกรมเข้าสู่หน้าเมนูหลักสำหรับหน้าเมนูหลักจะประกอบไปด้วย คำชี้แจง ประวัติผู้จัดทำ และเนื้อหาบทเรียนประกอบด้วยกัน 3 บท คือ บทที่ 1 เมตริกซ์ บทที่ 2 เวกเตอร์ และบทที่ 3 สมการเชิงอนุพันธ์ และเมื่อผู้เรียนเรียนครบในแต่ละบทเรียนแล้ว ผู้เรียนสามารถทำแบบทดสอบหลังเรียนได้โดยไม่ต้องเรียนครบทั้ง 3 บท สำหรับแบบทดสอบหลังเรียนจะมีจำนวนทั้งหมด 15 ข้อ และเมื่อต้องการจบโปรแกรมจะมีให้เลือกกลับสู่เมนูหลักหรือออกจากโปรแกรม ดังภาพที่ 3.3



ภาพที่ 3.3 ขั้นตอนการออกแบบบทเรียน

4.2 การออกแบบเนื้อหาบทเรียนแต่ละบทเรียน

ผู้วิจัยดำเนินการแบ่งระดับความยากง่ายของเนื้อหาบทเรียนออกเป็น 3 ระดับ โดยแต่ละระดับจะมีเนื้อหาความยากง่ายแตกต่างกันออก ซึ่งเมื่อผู้เรียนต้องทำโจทย์ในข้อที่ 1.1 และถ้าผู้เรียนตอบผิดระบบจะให้เข้าสู่บทเรียนในเรื่องนั้น ๆ และถ้าผู้เรียนตอบผิดในระดับนั้นครบ 3 ครั้ง ต้องติดต่ออาจารย์ผู้สอน เพื่อผู้สอนให้คำแนะนำเกี่ยวกับการเรียนในเนื้อหานั้น ๆ เพิ่มเติม ดังภาพที่ 3.4



ภาพที่ 3.4 การออกแบบเนื้อหาบทเรียนแต่ละบทเรียน

ตอนที่ 3 การพัฒนาแบบจำลองตามที่ออกแบบไว้

การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ได้ออกแบบไว้ ประเมินผลระบบโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน และนำไปทดลองใช้เพื่อหาคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ขั้นตอนการดำเนินงานได้ดังนี้

1. การพัฒนาโปรแกรมบทเรียนตามสถาปัตยกรรมของระบบที่ออกแบบไว้
2. การทดสอบและปรับปรุงแก้ไขโปรแกรมบทเรียน

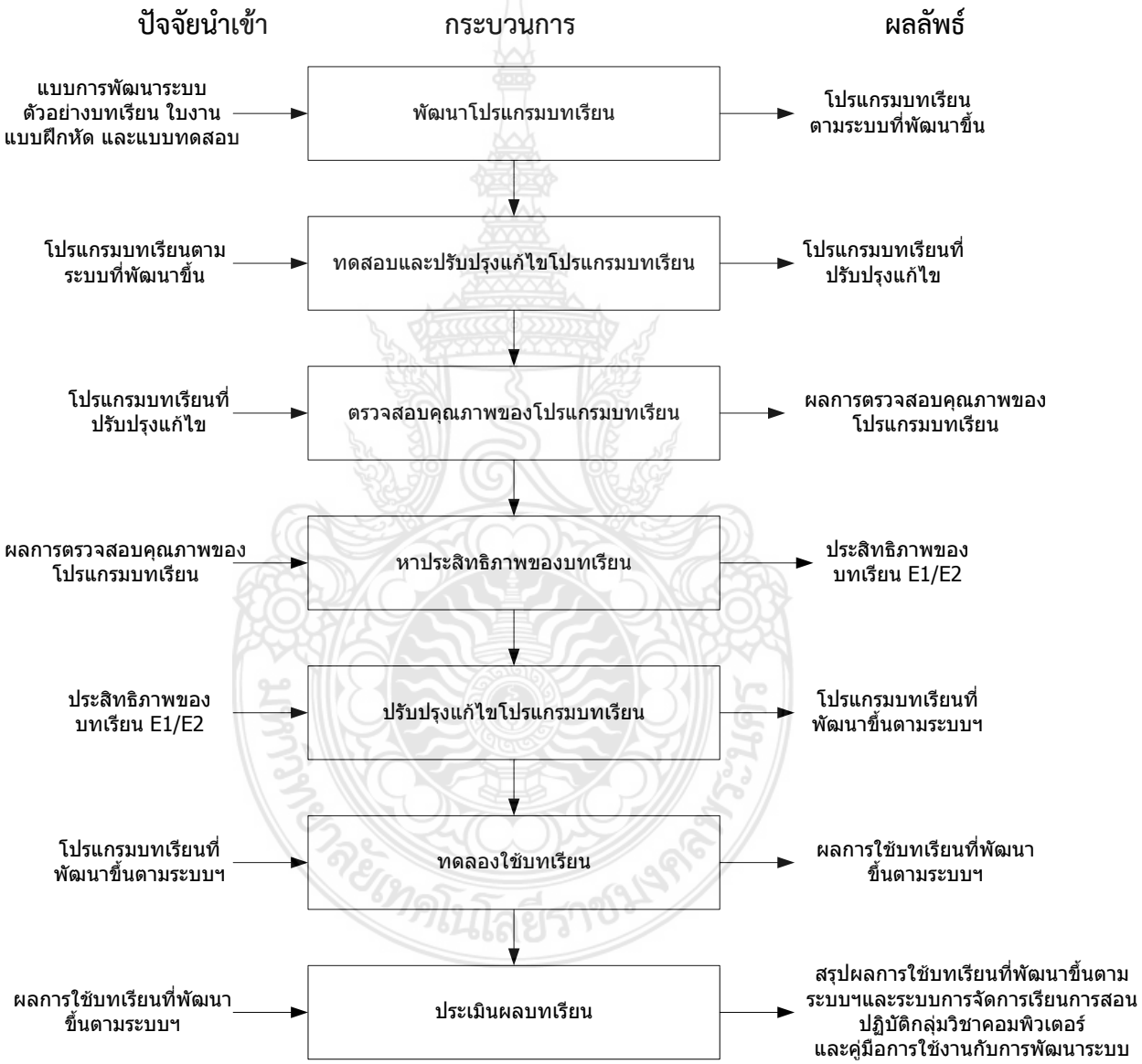
3. การตรวจสอบคุณภาพของโปรแกรมบทเรียน โดยผู้เชี่ยวชาญ

4. การหาประสิทธิภาพของโปรแกรมบทเรียนตามเกณฑ์ 80/80

5. ปรับปรุงแก้ไขโปรแกรมบทเรียน ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

6. การทดลองใช้บทเรียนที่พัฒนาขึ้นตามระบบฯ

7. การประเมินผลบทเรียนและวิเคราะห์ข้อมูลการประเมินผลระบบฯ เพื่อสรุปผลการใช้บทเรียนที่พัฒนาขึ้น



ภาพที่ 3.5 ขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองตามที่ออกแบบไว้

3.4 วิธีดำเนินการทดลอง

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบกึ่งการทดลอง (Quasi Experimental Research) กลุ่มตัวอย่างได้แก่นักศึกษาของคณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า วิศวกรรมคอมพิวเตอร์ และวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) มีขั้นตอนการดำเนินการทดลองดังนี้

1. การตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านเทคนิค จำนวน 5 ท่าน ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบประเมินการตรวจสอบคุณภาพ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 การทดสอบโปรแกรม เป็นการทดสอบหน้าที่ต่าง ๆ ของโปรแกรม และโครงสร้างของโปรแกรม

ส่วนที่ 2 การทดสอบระบบ เป็นการทดสอบประสิทธิภาพ 3 ด้าน ได้แก่

1. ด้านความสามารถของระบบฯ ตรงต่อความต้องการของผู้ใช้
2. ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้
3. ด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ

2. การหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะตามเกณฑ์ 80/80 โดยแบ่งการทดลองเป็น 3 ขั้นตอน เพื่อหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้นตามระบบฯ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทดลองรายบุคคล เป็นขั้นหาข้อบกพร่องของระบบฯ โดยทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 3 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของระบบฯ และนำข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองในขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 2 การทดลองกลุ่มเล็ก เป็นขั้นหาแนวโน้มของประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยทดลองกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 9 คน เพื่อทดลองหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้แบบทดสอบของกระบวนการเรียนปฏิบัติ (E_1) และประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E_2) และหาข้อบกพร่องของระบบฯ และนำข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองในขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 3 การทดลองภาคสนาม เป็นขั้นหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้อง เพื่อทำการหาประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้แบบทดสอบของกระบวนการเรียนปฏิบัติ (E_1) และประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E_2)

3. การทดลองใช้บทเรียนที่พัฒนาขึ้นตามระบบฯ ซึ่งกำหนดแบบแผนการทดลอง โดยใช้แบบ Pretest Posttest Control Group Design ดังนี้

กลุ่ม	ทดสอบก่อนเรียน	การทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
ER	O_1	X	O_2
CR	O_1	-	O_2

โดยที่

ER หมายถึง กลุ่มทดลอง
CR หมายถึง กลุ่มควบคุม
O_1 หมายถึง การทดสอบก่อนเรียน
O_2 หมายถึง การทดสอบหลังเรียน
X หมายถึง การเรียนใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

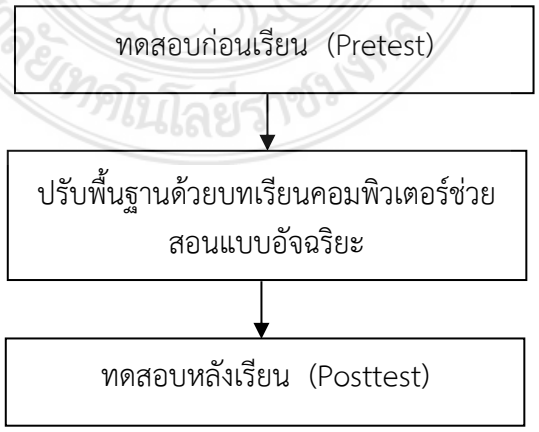
3.5 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล กระทำการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับไม่ทำการปรับพื้นฐานความรู้ ซึ่งแต่ละกลุ่มต้องทำการทดสอบพื้นฐานความรู้ จากนั้นดำเนินการปรับพื้นฐานตามเงื่อนไข เมื่อสิ้นสุดทำการทดสอบหลังเรียน สามารถอธิบายได้ดังนี้ (ดังภาพที่ 3.6)

1. ทดสอบพื้นฐานความรู้ (Pretest) ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นเครื่องมือในการทดสอบ

2. สอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่พัฒนาขึ้น ซึ่งบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนี้ได้ผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญและปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างตามขั้นตอนและวิธีการที่คู่มือครูกำหนดไว้

3. ทดสอบหลังเรียน (Posttest) เมื่อผู้เรียนผ่านการเรียนครบหน่วยกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว ทำการทดสอบผลการเรียนอีกครั้งด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบก่อนเรียน



ภาพที่ 3.6 ขั้นตอนการดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ดังนี้

1. วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมกับข้อสอบ
2. วิเคราะห์หาความยากง่ายและอำนาจจำแนกของข้อสอบ
3. วิเคราะห์หาคะแนนเฉลี่ย
4. วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ
5. วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ
6. ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์

3.7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สูตรการหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมกับข้อสอบ (Index of Consistency)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC = ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ = ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N = จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. สูตรหาค่าความยากง่าย (Difficulty) ของแบบทดสอบ

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบ

R แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูก

N แทน จำนวนผู้ตอบข้อสอบทั้งหมด

3. สูตรการหาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรการหาค่าดัชนีอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

$$B = \frac{R_u - R_l}{N}$$

เมื่อ B แทน ค่าอำนาจจำแนก
R_u แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูกของกลุ่มสูง
R_l แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูกของกลุ่มต่ำ
N แทน จำนวนคนทั้งหมด

4. การหาค่าเฉลี่ย

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ย
$\sum x$ แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม
N แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม

5. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

$$S.D. = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
x แทน คะแนนแต่ละตัว
$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ย
N แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม
Σ แทน ผลรวม

6. การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้สูตรของโลเวท (Lovett) (บุญชม ศรีสะอาด, 2535: 96)

$$r_{\propto} = 1 - \frac{k\sum x_1 - \sum x_1^2}{(k-1)(x_1 - C)^2}$$

เมื่อ $r_{\propto}$ แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
k แทน จำนวนข้อสอบ
x_1 แทน คะแนนของแต่ละคน
C แทน คะแนนเกณฑ์หรือจุดตัดของแบบทดสอบ

7. สถิติ t-test สำหรับทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบก่อนเรียนและคะแนนทดสอบหลังเรียน

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}; df = N - 1$$

เมื่อ

t แทน ค่าสถิติที่ใช้

D แทน ค่าผลต่างระหว่างคู่คะแนน

N แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างหรือจำนวนคู่คะแนน

8. หาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ (บุญชม ศรีสะอาด, 2535)

$$E_1 = \frac{\sum x}{\frac{N}{A}} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$ แทน คะแนนรวมของนักศึกษาทุกคนที่ตอบกิจกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

A แทน คะแนนเต็มของกิจกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

$$E_2 = \frac{\sum f}{\frac{N}{B}} \times 100$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

$\sum f$ แทน คะแนนรวมของนักศึกษาทุกคนที่ตอบแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้

B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

9. การแปลความหมายของแบบประเมินตามแนวทางของ (Best, 1970 : 179-187 อ้างถึงในสุนทร, 2543: 44)

1. ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	4.50	- 5.00	หมายถึง	มากที่สุด
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	3.50	- 4.49	หมายถึง	มาก
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	2.50	- 3.49	หมายถึง	ปานกลาง
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.50	- 2.49	หมายถึง	น้อย
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.00	- 1.49	หมายถึง	น้อยมากที่สุด

2. ความคิดเห็นของนักศึกษา

ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	4.50	- 5.00	หมายถึง	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	3.50	- 4.49	หมายถึง	เห็นด้วย
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	2.50	- 3.49	หมายถึง	ไม่มีความคิดเห็น
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.50	- 2.49	หมายถึง	ไม่เห็นด้วย
ค่าเฉลี่ยตั้งแต่	1.00	- 1.49	หมายถึง	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ 2) เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ และ 3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ ผลการดำเนินงานวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

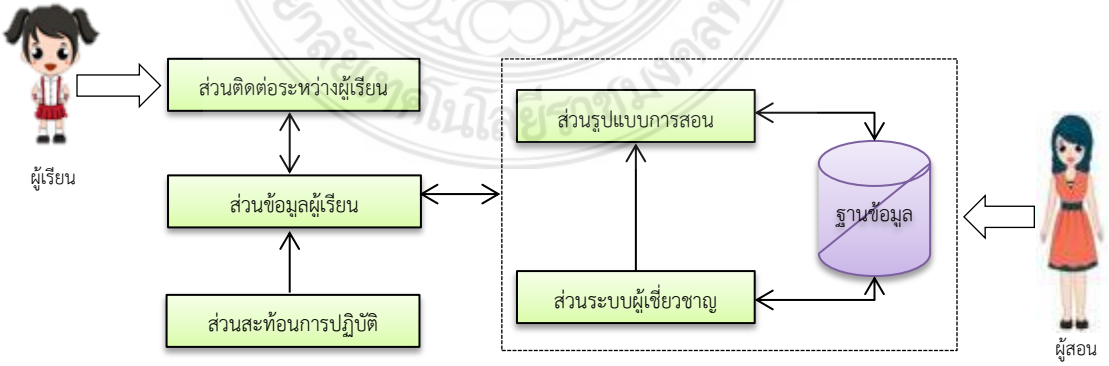
4.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

4.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์

4.1 ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

4.1.1 ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

แบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ได้อาศัยหลักการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะและการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เมื่อทำการสังเคราะห์แล้วแบบจำลองมีองค์ประกอบ 5 ส่วน ดังภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 องค์ประกอบของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

จากภาพที่ 4.1 สามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

1. ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน (Interface Module) เป็นส่วนควบคุมการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบ โดยนำเสนอทางจอภาพ

2. ส่วนข้อมูลผู้เรียน (Student Module) เป็นส่วนที่ไว้ใช้สำหรับเก็บข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน เช่น คะแนนในการทำแบบฝึกหัด เวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึกหัด และสามารถติดตามผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเป็นข้อมูลเบื้องต้นให้กับส่วนรูปแบบการสอน เพื่อรวบรวมให้กับผู้สอนไว้ใช้ในการสอนต่อไป

3. ส่วนรูปแบบการสอน (Pedagogical Module) เป็นส่วนของการเลือกและปรับรูปแบบการสอนตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแล้วนำเสนอเนื้อหาตามระดับความรู้ แบบฝึกหัด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ผู้เรียน ซึ่งเป็นนำข้อมูลข้อมูลผู้เรียนมาตัดสินใจเลือกรูปแบบการสอนต่อไป

4. ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert System) เป็นส่วนการวิเคราะห์และคัดกรองระดับความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนตามความต้องการและความเหมาะสมของผู้เรียน วิเคราะห์ความสามารถของผู้เรียนในการแนะนำทางเลือกของเนื้อหา โดยทำการวิเคราะห์จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากฐานข้อมูลและส่งระบบผู้เชี่ยวชาญที่ได้ไปยังข้อมูลผู้เรียนต่อไป

5. ส่วนสะท้อนการปฏิบัติ (Reflect Module) เป็นส่วนการประเมินตรวจสอบผลการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งสามารถแจ้งผลให้กับผู้เรียนได้ทันที เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนการปฏิบัติต่อไป

4.1.2 ผลการพัฒนาบทเรียนที่ใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

ผลการพัฒนาบทเรียนที่ใช้ในแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยขอนำเสนอผลการวิเคราะห์ ได้แก่ ผลการวิเคราะห์เนื้อหาจากคำอธิบายรายวิชาที่กำหนด และการวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียน

1. ผลการวิเคราะห์เนื้อหาจากคำอธิบายรายวิชาที่กำหนด และการวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียน

การวิเคราะห์เนื้อหาจากคำอธิบายรายวิชาด้านคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ในระดับอุดมศึกษานี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสำรวจระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาของโครงสร้างเนื้อหา ลำดับความสำคัญของเนื้อหา และระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง ซึ่งแสดงรายละเอียดได้ตามหัวข้อดังต่อไปนี้ ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการแปลผล ตามระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

ข้อ	รายการ	$\bar{x}$	$S.D.$	แปลผล
1.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 บทเรียน	4.13	0.74	มาก
2.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 1 ประกอบด้วย 3 หัวข้อ	4.20	0.77	มาก
3.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 2 ประกอบด้วย 2 หัวข้อ	4.27	0.59	มาก
4.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 3 ประกอบด้วย 2 หัวข้อ	4.40	0.63	มาก
5.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาในแต่ละบทเรียน	3.87	0.64	มาก
6.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 1	4.07	0.96	มาก
7.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 2	4.13	0.91	มาก
8.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 3	4.20	0.94	มาก
	ค่าเฉลี่ยโดยรวม	**4.16**	**0.77**	**มาก**

จากตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ผู้เชี่ยวชาญมีระดับความคิดเห็นเกี่ยวกับความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหา ลำดับความสำคัญของเนื้อหา โดยรวมมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.16 อยู่ในระดับมาก จึงแสดงให้เห็นว่าโครงสร้างเนื้อหา ลำดับความสำคัญของเนื้อหา มีความเหมาะสมที่จะนำไปวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียนต่อไป

2. ผลการวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียน

การวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียน มีวัตถุประสงค์เพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวังนำมาวิเคราะห์พฤติกรรมของผู้เรียน 3 ด้าน ได้แก่ ระดับความจำ ระดับความเข้าใจ และระดับการนำไปใช้ ผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง

บทเรียนและหัวข้อเนื้อหา		ระดับการวัด
1	เมตริกซ์	
	11 เมตริกซ์	
	111 นิยามของเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	112 ชนิดของเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	113 สัญลักษณ์ของเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	12 พีชคณิตเมตริกซ์	
	121 ความหมายของพีชคณิตเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	122 ทฤษฎีบทของเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	13 อินเวอร์สเมตริกซ์	
	131 นิยามของอินเวอร์สของเมตริกซ์	ความเข้าใจ
	132 คุณสมบัติของอินเวอร์ส	ความเข้าใจ
2	เวกเตอร์	
	21 การวิเคราะห์เวกเตอร์	
	211 ความรู้ทั่วไปของเวกเตอร์	ความเข้าใจ
	212 ส่วนประกอบของเวกเตอร์	ความเข้าใจ
	22 การนำไปใช้ของการวิเคราะห์เวกเตอร์	
	221 การบวก การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	ประยุกต์ใช้
	222 ผลคูณของเวกเตอร์	ประยุกต์ใช้
	223 ผลคูณสเกลาร์ของสามเวกเตอร์	ประยุกต์ใช้
	224 ผลคูณเวกเตอร์ของสามเวกเตอร์	ประยุกต์ใช้
3	สมการเชิงอนุพันธ์	
	31 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง	
	311 นิยามสมการเชิงอนุพันธ์	ความเข้าใจ
	312 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์โดยใช้ตัวประกอบอินทิเกรต	ประยุกต์ใช้
	313 ปัญหาค่าเริ่มต้น	ประยุกต์ใช้
	32 สมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับสอง	
	321 สมการเชิงเส้นอันดับสอง	ประยุกต์ใช้
	322 การใช้สมการช่วยในการหาผลเฉลย	ประยุกต์ใช้

จากตารางที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่ให้บทเรียนและหัวข้อเนื้อหามีการวัดในระดับความเข้าใจ รองลงมาคือ ระดับการประยุกต์ใช้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำระดับการเรียนรู้ไปเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมต่อไป

4.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น สามารถนำไปใช้เป็นแบบจำลองในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้เนื่องจากองค์ประกอบมีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะกับหลักการของการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่สามารถปรับเนื้อหาตามความเหมาะสมของผู้เรียนและเพิ่มองค์ประกอบการสะท้อนการปฏิบัติการเพื่อให้ผู้เรียนสามารถตรวจสอบผลการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้อย่างทันที ซึ่งมีผลการตรวจสอบคุณภาพ ดังนี้

4.2.1 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์

การตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญด้านเทคนิค จำนวน 5 ท่าน โดยใช้แบบประเมินการตรวจสอบคุณภาพ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ส่วน ดังนี้

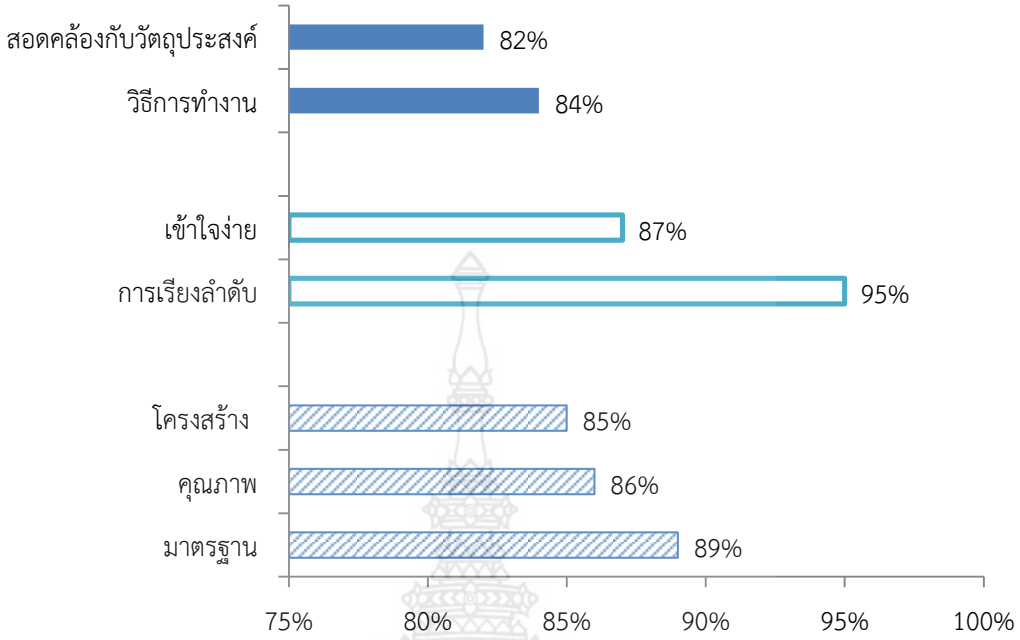
ส่วนที่ 1 ผลการทดสอบความถูกต้องทางด้านภาษาคำสั่งและความสามารถในการทำงาน

1. ผลการประเมินส่วนย่อยต่าง ๆ ของโปรแกรม พบว่า ส่วนย่อยทั้ง 5 กระบวนการทำงานมีความถูกต้อง ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการทำงาน

2. ผลการประเมินระหว่างกระบวนการทำงานกับกระบวนการทำงาน พบว่า กระบวนการทำงานแต่ละกระบวนการทำงานมีความเชื่อมโยงกันตามที่ได้ออกแบบไว้

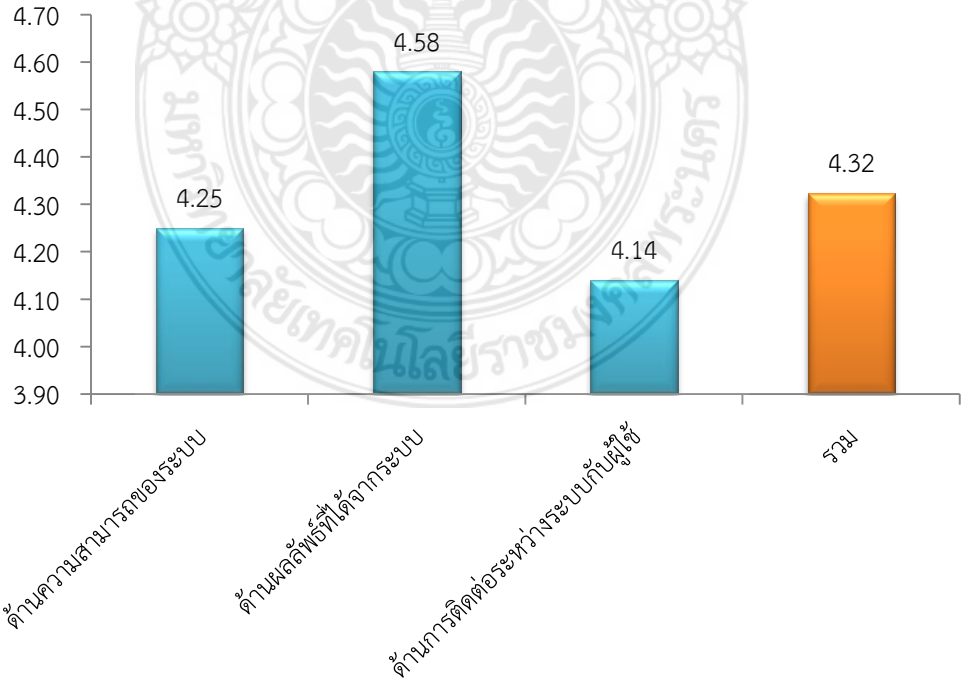
3. ผลการประเมินภาพรวมทั้งระบบ พบว่า ภาพรวมในการพัฒนาระบบสามารถทำงานได้ไม่เกิดข้อผิดพลาด

4. ผลการประเมินการยอมรับระบบ (Acceptance Testing) เป็นการทดสอบขั้นสุดท้ายก่อนที่ระบบจะถูกยอมรับได้ว่าสามารถทำงานได้จริงเป็นการทดสอบร่วมกันระหว่างผู้ใช้ระบบและผู้ออกแบบพัฒนาระบบ ทำการทดสอบความสมบูรณ์ของระบบโดยผู้เชี่ยวชาญด้านวิชาชีพ จำนวน 5 ท่าน ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการออกแบบ ด้านกระบวนการทำงาน และด้านหน้าที่การทำงาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า แบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบอัจฉริยะที่พัฒนา ขึ้นสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือวิจัยได้ เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า ด้านการออกแบบ เรื่องมาตรฐานการออกแบบคุณภาพการออกแบบ และโครงสร้างที่ออกแบบไม่ซับซ้อนเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 89% - 85% ด้านกระบวนการทำงานเรื่องการเรียงลำดับกระบวนการทำงานการเข้าใจในภาษาที่ใช้ในการทำงานเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 95% - 87% และด้านหน้าที่การทำงานเรื่องวิธีการทำงานในแต่ละการทำงาน ความสอดคล้องกับความต้องการของผู้ใช้งานเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 84% - 82% ดังภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 การตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์

ส่วนที่ 2 ผลการประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการจากผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความสามารถของระบบตรงต่อความต้องการของผู้ใช้ ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ และด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ ดังภาพที่ 4.3



ภาพที่ 4.3 การประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

จากภาพที่ 4.3 การประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่พัฒนาขึ้น มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.32$) เมื่อพิจารณาเป็นรายได้พบว่า ด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ มีผลการทำงานอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{x} = 4.58$) รองลงมาได้แก่ ด้านความสามารถของระบบ มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.25$) และด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ (นักศึกษา อาจารย์ และผู้ดูแลระบบ) มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.14$)

4.2.2 ผลการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

ผู้วิจัยได้นำบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่พัฒนาขึ้น ทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า จำนวน 20 คน โดยประสิทธิภาพกระบวนการ (E_1) ได้จากคะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียน ส่วนประสิทธิภาพผลลัพธ์ (E_2) ได้จากคะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

บทเรียน	คะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียน คิดเป็นร้อยละ (E_1)	คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คิดเป็นร้อยละ (E_2)	ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ (E_1/E_2)
บทเรียนที่ 1	82.75	89.00	82.75/89.00
บทเรียนที่ 2	83.75	89.00	83.75/89.00
บทเรียนที่ 3	83.75	89.00	83.75/89.00
รวม	**83.42**	**89.00**	**83.42/89.00**

จากตารางที่ 4.3 พบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการมีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.42/89.00 เมื่อพิจารณาคะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพบว่าทุกหน่วยมีประสิทธิภาพมากกว่าหรือเท่ากับเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

4.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างนักศึกษากลุ่มทดลองที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับกลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามแบบแผนการทดลอง ดังตารางที่ 4.4 – ตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.4 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

การทดลอง	N	$\bar{x}$	$S.D.$	t
ก่อนเรียน	20	53.67	1.83	*2.024
หลังเรียน		89.00	1.81	

*P<.05

จากตารางที่ 4.4 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{x}$	$S.D.$	t
กลุ่มทดลอง	20	89.00	1.81	*2.028
กลุ่มควบคุม	20	63.00	2.36	

*P<.05

จากตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างนักศึกษากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ 2) เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ และ 3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์วิศวกรรมไฟฟ้า 2 ห้อง ซึ่งแบ่งห้องที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และห้องที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม ทำการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ จำนวน 3 บทเรียน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์
3. แบบประเมินบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าสถิติ t-test

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ สามารถสรุปผลการวิจัย ได้ดังนี้

5.1.1 ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ มีองค์ประกอบ 5 ส่วน ดังนี้

1. ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน (Interface Module) เป็นส่วนควบคุมการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบ โดยนำเสนอทางจอภาพ

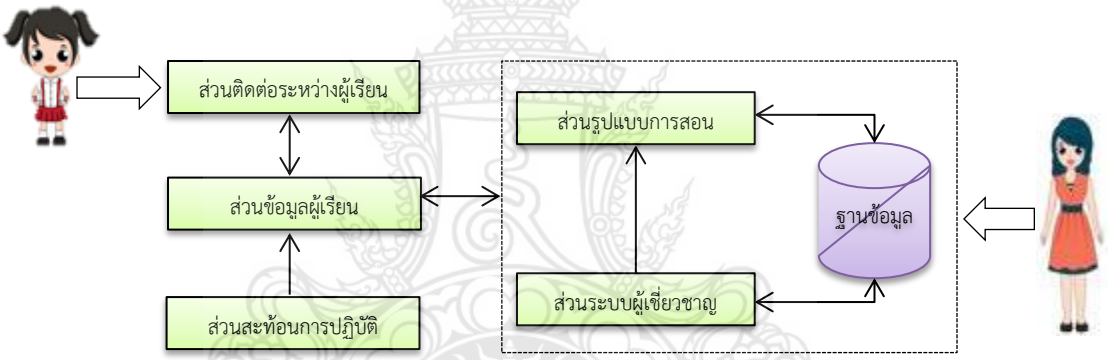
2. ส่วนข้อมูลผู้เรียน (Student Module) เป็นส่วนที่ไว้ใช้สำหรับเก็บข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน เช่น คะแนนในการทำแบบฝึกหัด เวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึกหัด และสามารถติดตามผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเป็นข้อมูลเบื้องต้นให้กับส่วนรูปแบบการสอน เพื่อรวบรวมให้กับผู้สอนไว้ใช้ในการสอนต่อไป

3. ส่วนรูปแบบการสอน (Pedagogical Module) เป็นส่วนของการเลือกและปรับรูปแบบการสอนตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแล้วนำเสนอเนื้อหาตามระดับความรู้ แบบฝึกหัด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ผู้เรียน ซึ่งเป็นนำข้อมูลข้อมูลผู้เรียนมาตัดสินใจเลือกรูปแบบการสอนต่อไป

4. ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert System) เป็นส่วนการวิเคราะห์และคัดกรองระดับความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนตามความต้องการและความเหมาะสมของผู้เรียน วิเคราะห์ความสามารถของผู้เรียนในการแนะนำทางเลือกของเนื้อหา โดยทำการวิเคราะห์จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากฐานข้อมูลและส่งระบบผู้เชี่ยวชาญที่ได้ไปยังข้อมูลผู้เรียนต่อไป

5. ส่วนสะท้อนการปฏิบัติ (Reflect Module) เป็นส่วนการประเมินตรวจสอบผลการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งสามารถแจ้งผลให้กับผู้เรียนได้ทันที เพื่อให้ได้ข้อมูลที่จะนำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนการปฏิบัติต่อไป

จากองค์ประกอบทั้ง 5 ส่วน สามารถนำมาแสดงความสัมพันธ์กัน ดังภาพที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 องค์ประกอบของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

5.1.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ จากผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์

1.1 ผลการทดสอบความถูกต้องทางด้านภาษาคำสั่งและความสามารถในการทำงาน พบว่า ส่วนย่อยทั้ง 5 กระบวนการทำงาน มีความถูกต้อง ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการ ซึ่งกระบวนการทำงานแต่ละกระบวนการทำงานมีความเชื่อมโยงกันตามที่ได้ออกแบบไว้ โดยภาพรวมการพัฒนาระบบสามารถทำงานได้ไม่เกิดข้อผิดพลาด และเมื่อทำการประเมินการยอมรับระบบ พบว่าแบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือวิจัยได้ เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า ด้านการออกแบบ เรื่องมาตรฐานการออกแบบ คุณภาพการออกแบบ และโครงสร้างที่ออกแบบไม่ซับซ้อนเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 89% -

85% ด้านกระบวนการทำงานเรื่องการเรียงลำดับกระบวนการทำงาน การเข้าใจในภาษาที่ใช้ในการทำงานเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 95% - 87% และด้านหน้าที่การทำงานเรื่องวิธีการทำงานในแต่ละการทำงาน ความสอดคล้องกับความต้องการของผู้ใช้งานเป็นที่ยอมรับจากผู้เชี่ยวชาญ คิดเป็นเปอร์เซ็นต์อยู่ระหว่าง 84% - 82%

1.2 ผลการประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่พัฒนาขึ้น มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.32$) เมื่อพิจารณาเป็นรายได้พบว่าด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ มีผลการทำงานอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{x} = 4.58$) รองลงมาได้แก่ ด้านความสามารถของระบบ มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.25$) และด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ (นักศึกษา อาจารย์ และผู้ดูแลระบบ) มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก ($\bar{x} = 4.14$)

2. ผลการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น พบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการมีประสิทธิภาพ เท่ากับ 83.42/89.00 เมื่อพิจารณาคะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่าทุกหน่วยมีประสิทธิภาพมากกว่าหรือเท่ากับเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้

5.1.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5.2 อภิปรายผล

การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ สามารถสรุปประเด็นสำคัญ ได้ดังนี้

5.2.1 ผลการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ พบว่า มีองค์ประกอบ 5 ส่วน ได้แก่ ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน ส่วนข้อมูลผู้เรียน ส่วนรูปแบบการสอน ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ และส่วนสะท้อนการปฏิบัติ ที่มีความสอดคล้องกับหลักการทำงานของคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะและการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่สำคัญ ดังนี้

1. ส่วนติดต่อระหว่างผู้เรียน องค์ประกอบส่วนนี้เป็นสำคัญแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ทั้งนี้เนื่องจากเป็นส่วนควบคุมการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบโดยนำเสนอทางจอภาพ ที่ทำให้ผู้เรียนสามารถมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน และศึกษาเนื้อหาต่าง ๆ ตามความถนัดของผู้เรียนได้ สอดคล้องกับแนวคิดของสุกรี (2551) ที่ได้กล่าวไว้ว่าการมีปฏิสัมพันธ์ในการใช้คอมพิวเตอร์มีส่วนช่วยเร้าความสนใจตามทฤษฎีของมาโลน และยังช่วยเสริมแรงอย่างดีในการให้ผลย้อนกลับในบทเรียน เพราะการเรียนรู้ของมนุษย์ เกิดจากการที่มนุษย์ให้

ความสนใจกับสิ่งเร้า (Stimuli) และรับรู้ (Perception) สิ่งเร้าต่าง ๆ นั้นอย่างถูกต้อง คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ดีควรจะออกแบบให้เกิดการรับรู้ที่ง่ายดายและเที่ยงตรง การนำลักษณะปฏิสัมพันธ์ที่ดี มาใช้ในการออกแบบคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จึงนับเป็นความสำคัญและช่วยส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ ตรงตามวัตถุประสงค์ของบทเรียนนั้น

2. ส่วนข้อมูลผู้เรียน องค์ประกอบส่วนนี้เป็นส่วนที่ไว้ใช้สำหรับเก็บข้อมูลของผู้เรียนแต่ละคน เช่น คะแนนในการทำแบบฝึกหัด เวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึกหัด และสามารถติดตามผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละคน ทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาขณะที่กำลังเรียนได้เพิ่มมากขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้นำส่วนข้อมูลผู้เรียนไปรวมกับระบบผู้เชี่ยวชาญเพื่อวิเคราะห์และคัดกรองระดับความรู้ เนื้อหาที่ใช้ในการเรียนรู้ ตามความเหมาะสมของผู้เรียน สอดคล้องกับงานวิจัยของวิทยา (2549) ที่พัฒนารูปแบบ CICAI (Collaborative Intelligent Computer-Assisted Instruction) โดยมีโมดูลผู้เรียนเพื่อใช้ในการประเมินสภาพความรู้ปัจจุบันของผู้เรียน เป็นวิธีการที่แสดงความเข้าใจเนื้อหาของผู้เรียนขณะที่กำลังเรียน ทำให้จำเป็นที่จะต้องมีการบันทึกข้อมูลของผู้เรียนไว้เพื่อใช้ประมวลผลระหว่างการเรียน ข้อมูลที่จัดเก็บได้แก่ ข้อมูลส่วนตัวของผู้เรียน (Profile) เช่น รหัสชื่อ ที่อยู่ เป็นต้น ข้อมูลสถานะการเรียน เช่น ระดับความรู้ คะแนน สถิติการเข้าเรียน เป็นต้น

3. ส่วนรูปแบบการสอน องค์ประกอบส่วนนี้เป็นส่วนของการเลือกและปรับรูปแบบการสอนตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแล้วนำเสนอเนื้อหาตามระดับความรู้ แบบฝึกหัดและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ผู้เรียน ใช้จัดเก็บเนื้อหาสาระที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียน หรือเลือกรูปแบบการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละคน เพื่อเลือกยุทธศาสตร์การสอนที่ใช้สอนผู้เรียนต่อไปโดยอาศัยสภาพปัจจุบัน แบบจำลองผู้เรียนรวมถึงการจัดการวินิจฉัยการเสนอความรู้ใหม่ และตั้งคำถามหรือเสนอปัญหาแก่ผู้เรียน สอดคล้องกับณัฐนาถ และคณะ (2548) ได้ออกแบบระบบผู้ช่วยสอนอัตโนมัติแบบสนทนาโต้ตอบที่สามารถประยุกต์ใช้งานได้ โดยใช้เทคนิคที่รวบรวมมาจากผู้ช่วยสอนที่เป็นมนุษย์ และเทคนิคการประมวลผลภาษาธรรมชาติ เพื่อให้การติดต่อระหว่างระบบผู้ช่วยสอนกับผู้เรียนเป็นไปอย่างสะดวกและเป็นธรรมชาติ ทำให้ผู้เรียนสามารถใช้ประโยชน์จากระบบผู้ช่วยสอนที่เลียนแบบพฤติกรรมของผู้ช่วยสอนจริงที่เป็นมนุษย์

4. ส่วนระบบผู้เชี่ยวชาญ องค์ประกอบส่วนนี้เป็นส่วนการวิเคราะห์และคัดกรองระดับความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนตามความต้องการและความเหมาะสมของผู้เรียน วิเคราะห์ความสามารถของผู้เรียนในการแนะนำทางเลือกของเนื้อหาประกอบด้วยความรู้หรือเนื้อหาวิชาที่จะสอนผู้เรียน ซึ่งความรู้เนื้อหาวิชาที่สอนจะอยู่ในรูปของข้อเท็จจริง การอธิบาย ความสัมพันธ์ เน้นทักษะการแก้ปัญหาหรือกระบวนการ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Chitaya (2007) ที่ได้ทำการออกแบบระบบช่วยสอนระหว่างการเรียนแบบส่วนบุคคลกับการเรียนแบบร่วมมือ การออกแบบได้นำระบบเอเจนต์มาใช้ในการติดตามการทำงานในการเรียนการสอนของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า การออกแบบระบบช่วยสอนทั้งสองแบบสามารถทำให้ระบบมีการปรับเปลี่ยนรูปแบบการสอน เนื้อหาการเรียนรู้ ตามความต้องการของผู้เรียนและผู้เรียนยังมีการทำงานร่วมมือกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5. ส่วนสะท้อนการปฏิบัติ องค์ประกอบส่วนนี้เป็นส่วนการประเมินตรวจสอบผลการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ซึ่งสามารถแจ้งผลให้กับผู้เรียนได้ทันที สามารถนำไปปรับปรุงการเรียนรู้จนกว่าจะได้ข้อสรุปที่แก้ไขปัญหาได้จริง หรือพัฒนาสภาพการณ์ของสิ่งที่ศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สอดคล้องกับแนวคิดของ Dick B. (2000) การสะท้อนผลซึ่งครอบคลุมทั้งส่วนที่เป็นกระบวนการและผลลัพธ์ การวิจัยปฏิบัติการจึงเป็นกระบวนการที่มีความยืดหยุ่น ตอบสนองต่อความต้องการจำเป็นที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ต่าง ๆ เป็นเครื่องมือสำหรับการวิจัยนำร่อง การนำไปใช้เป็นเครื่องมือวินิจฉัยจุดบกพร่องต่าง ๆ หรือใช้เพื่อการประเมินผล

5.2.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ จากผู้เชี่ยวชาญ พบว่า ผลการทดสอบความถูกต้องทางด้านภาษาคำสั่งและความสามารถในการทำงาน มีความถูกต้อง ไม่มีข้อผิดพลาดในกระบวนการ ซึ่งกระบวนการทำงานแต่ละกระบวนการทำงานมีความเชื่อมโยงกันตามที่ได้ออกแบบไว้ ส่งผลให้การประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่พัฒนาขึ้น มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก สอดคล้องกับทฤษฎีการประเมินระบบเพื่อตรวจสอบการทำงานฟังก์ชันต่าง ๆ ให้ตรงตามความต้องการของผู้ใช้งานอย่างเหมาะสม เป็นการทดสอบโปรแกรมที่ใช้งานในระบบว่าสามารถทำงานได้อย่างถูกต้องหรือไม่ ก่อนที่จะดำเนินการติดตั้งระบบเพื่อใช้งานจริง อาจมีความจำเป็นต้องจำลองสถานการณ์การดำเนินงานขึ้นมา (โอภาส, 2548)

อีกทั้งผลการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น พบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Tsai (2008) ได้ทำการศึกษาระบบการเรียนการสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้สภาพแวดล้อมของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัด ผลการวิจัยพบว่า คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียนด้วยระบบการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสูงกว่าคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดหลังเรียน สามารถสรุปได้ว่าการพัฒนาระบบการสอนโดยอาศัยการพัฒนาระบบการเรียนการสอนแบบอัจฉริยะเป็นเครื่องมือที่สามารถทำให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนที่สูงขึ้น เนื่องจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะมีความยืดหยุ่น สามารถวิเคราะห์การตอบสนองของผู้เรียนได้ และมีการสะท้อนผลการปฏิบัติงานให้ผู้เรียนนำกลับไปแก้ไขได้อย่างทันที จึงทำให้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมในการนำมาปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

5.2.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ระหว่างนักศึกษาที่ปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์กับนักศึกษาที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ปรับความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อันเนื่องมาจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้นมาอย่างมีคุณภาพช่วยให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์สูงกว่าผู้ที่ไม่ได้ปรับพื้นฐานความรู้ จึงส่งผลทำให้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ชั้นสูงได้อย่างแม่นยำมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของตรีพล และคณะ (2550) ได้พัฒนาบทเรียนสื่อ

อิเล็กทรอนิกส์แบบปฏิสัมพันธ์บนระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ตรายวิชาระบบปฏิบัติการ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์ที่สร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยวิธีการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และงานวิจัยของกอบสุข (2554) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะตามกระบวนการให้คำปรึกษาเพื่อพัฒนาความสามารถของครูประจำการในการให้คำปรึกษาเรื่องการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มตัวอย่างมีคะแนนความสามารถในการให้คำปรึกษาด้านการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนและคะแนนความรู้การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จึงสรุปได้ว่าแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการสามารถปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาขึ้น เปิดโอกาสให้ผู้เรียนที่มีพื้นฐานความรู้ไม่เพียงพอ ได้ทบทวนและเพิ่มเติมความรู้ได้ด้วยตนเองตามความสามารถทางการเรียนรู้ของแต่ละรายบุคคล และช่วยส่งเสริมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาที่เกี่ยวข้องทางด้านคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งนี้

1. นักพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถนำผลการวิจัยนี้ไปออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการไปเพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียนให้มีทักษะการวิจัยที่ใช้กระบวนการปฏิบัติอย่างมีระบบ โดยผู้วิจัยและผู้เกี่ยวข้องมีส่วนร่วมในการปฏิบัติการและวิเคราะห์วิจารณ์ผลการปฏิบัติ

2. นักเขียนโปรแกรมสามารถนำผลการวิจัยไปเป็นแนวทางในการเขียนหรือผลิตบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียนให้มีการคิดวิเคราะห์อย่างมีวิจารญาณ

3. การพัฒนาบทเรียนการสอนที่ใช้ในระบบ ผู้สอนควรปรับสื่อการสอนให้เหมาะสมตามระดับการเรียนรู้ของกลุ่มผู้เรียน ควรใช้แบบฝึกหัดที่หลากหลายและควรปรับวิธีการประเมินทักษะของผู้เรียนให้หลากหลายมากขึ้น

4. การนำแบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบอัจฉริยะไปใช้งานโดยการสร้างบทเรียนแล้วควรจะต้องสร้างระบบการจัดการข้อมูลของผู้เรียนให้มากขึ้น เพื่อสร้างความพร้อมของระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ เนื่องจากผู้เรียนในระบบต้องสื่อสารกันมากทั้งระหว่างผู้เรียนกับการปฏิบัติ หรือระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

5.3.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. แบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบอัจฉริยะโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการที่พัฒนาขึ้นเป็นเนื้อหาเกี่ยวกับการปรับพื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์สำหรับอุดมศึกษา ดังนั้นเนื้อหาที่นำมาเป็นตัวอย่างแก่ผู้เรียนจึงใช้เนื้อหาที่ค่อนข้างง่ายจนถึงปานกลาง เพื่อให้เกิดความแตกต่างจึงควรนำเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในระดับอุดมศึกษามาเป็นแบบฝึกหัดเพื่อพัฒนาทักษะผู้เรียนเพิ่มมากขึ้น

2. ควรมีการศึกษาวิจัยเพื่อพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะในเทคนิคอื่น ๆ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับเทคนิคการวิจัยเชิงปฏิบัติ ว่าเทคนิคอะไรส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่เพิ่มขึ้นมากที่สุด

3. ควรมีการศึกษาระบบผู้เชี่ยวชาญในรูปแบบอื่น ๆ เพื่อนำปรับใช้ในโมดูลการวิเคราะห์ระดับการเรียนรู้ผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

บรรณานุกรม

กอบสุข คงมนัส. **การพัฒนารูปแบบการออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะตามกระบวนการให้คำปรึกษาเพื่อพัฒนาความสามารถของครูประจำการในการให้คำปรึกษาเรื่องการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2554.

กวิยา เนาวประทีป. **เทคนิคการเรียนคณิตศาสตร์ : เมตริกซ์.** กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์, 2556.

กิตติพร ปัญญาภิญโญผล. **รูปแบบของวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน : กรณีศึกษาสำหรับครูมัธยมศึกษา.** เชียงใหม่ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 2549.

กำพล ดำรงวงค์. **การพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะเพื่อสอนการสร้างผังมโนทัศน์.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

ตรีพล สักกะวนิช และคณะ. “การพัฒนาบทเรียนสื่ออิเล็กทรอนิกส์แบบปฏิสัมพันธ์บนระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ต รายวิชาระบบปฏิบัติการ 1.” **วารสารเทคโนโลยีสารสนเทศ.** 2 (ม.ค.-มิ.ย. 2550) : 43-51.

ณัฐนาถ เหมือนสุวรรณ และคณะ. **ผู้ช่วยสอนอัตโนมัติสำหรับวิชาการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์.** กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2548.

ภิญญาพัชญ์ กาวินคำ. **การพัฒนารูปแบบการให้คำปรึกษาในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ เรื่อง การออกแบบการสอนโดยใช้วิจัยเป็นฐาน.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2549.

นรารัตน์ วรรธนเศรณี. **การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์**. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์อุตสาหกรรมมหาบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2550.

น้ำทิพย์ รัตนาวงศ์ไชยา และคณะ. **สื่อการเรียนการสอนที่มีความฉลาดเรื่องตรรกศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา.** วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา ภาควิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. **วิจัยในชั้นเรียน ทักษะวิชาชีพครูปฏิรูปการศึกษา.** [ระบบออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://comcenter.rimc.a.th/~comcenter/Nc1.html. (26 กรกฎาคม 2556).

ยาใจ พงษ์บริบูรณ์. การวิจัยเชิงปฏิบัติการ **. วารสารศึกษาศาสตร์,** 14(2),13. 2537**.**

บรรณานุกรม (ต่อ)

วิทยา อารีราษฎร์. **การพัฒนารูปแบบการสอนใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแบบอัจฉริยะและมีส่วนร่วมผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์.** วิทยานิพนธ์ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา ภาควิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา ภาควิชาคอมพิวเตอร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2549.

สมนึก ปฏิปทานนท์. **ผลการเรียนการสอนด้วยวิธีสตอรี่ไลน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา สังคมศึกษาและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.** กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัยจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย, 2542.

สุกรี รอดโพธิ์ทอง. *การออกแบบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน*. **วารสารรามคำแหง.** ปีที่ 15 ฉบับที่ 3. เลขหน้า 42-48. 2551.

สุรศักดิ์ มังสิงห์. **ระบบสอนเสริมอัจฉริยะสำหรับการเรียนภาษาคอมพิวเตอร์.** คณะสารสนเทศศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีปทุม, 2551.

สุวิมล ว่องวาณิช. **คู่มือการวิจัยในชั้นเรียนสำหรับโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร.** กรุงเทพฯ : ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย. 2544.

สุกัญญา สนิทวงศ์ ณ อยุธยา. **แคลคูลัส 2 ฉบับเสริมประสบการณ์.** กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์, 2552.

โอภาส เอี่ยมสิริวงศ์. **การวิเคราะห์และออกแบบระบบ ฉบับปรับปรุงเพิ่มเติม**. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น. 2548.

Ahmad K. and Hamed M. **Developing a Novel Framework for Effective Use of Implicit Feedback in Adaptive e-Learning**. Proceeding of the Fifth International Conference on Information Technology: New Generations. USA : IEEE Computer Society, 2008, April.

Chitaya T. and Surasak M. **Design of an Intelligent Tutoring System that Comprises Individual Learning and Collaborative Problem-Solving Modules**. Proceeding of the Fourth International Conference on eLearning for Knowledge-Based Society. Bangkok : Assumption University, 2007, December.

Livergood N.D. **Computer-assisted instruction to intelligent tutoring systems.** Proceeding of the 8th International Conference on Information Technology: New Generations. USA : Spring, 1991, April.

Rekker M.M. **Students strategies for learning programming from a computation environment: A design, evaluation, and model.** Proceeding of the Second International Conference. Canada : University of California at Berkley, 1992, June.

บรรณานุกรม (ต่อ)

Roberts F.C. and Park O.C. **Intelligent Computer-Assisted Instruction: An explanation and overview.** New Jersey : Educational Technology Publications, 1991.

Sergio M. and Elio S. **Development of an Intelligent Answering Machine based on LMS Knowledge**. Proceeding of International Conference on Engineering Education (ICEE). Portugal : Univerity of Comimbra, 2007, September.

Tsai C.C. "The effect of an intelligent tutoring system (ITS) on student achievement in algebraic expression." **International Journal of Instruction**. 1 (July 2008) : 25-38.

Wallach B. **Artificial intelligence & instructions and methods.** Massachusetts : Addison-Wesley Publishing, 1987.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

รายนามชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์วัฒนา ผลทวี
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์อรวรรณ ชลวาสิน
3. อาจารย์ภาวนา ชูศิริ
4. อาจารย์พิสิฐ สอนละ
5. ดร.จริยา เอียบสกุล

ภาคผนวก ข
แบบสอบถามที่ใช้ในการวิจัย

แบบสอบถามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อ เนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ สำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามฉบับนี้ เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับการวิเคราะห์เนื้อหาจากคำอธิบายรายวิชาที่กำหนด และการวิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัดผู้เรียน มีจุดมุ่งหมายเพื่อสำรวจระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาของโครงสร้างเนื้อหา ลำดับความสำคัญของเนื้อหา และระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง เพื่อนำผลการวิเคราะห์ไปพัฒนาเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการต่อไป

2. ส่วนประกอบของแบบสอบถาม แบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหา

ตอนที่ 2 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของลำดับของเนื้อหา

ตอนที่ 3 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง

3. หลังจากที่ท่านศึกษารายละเอียดเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการแล้ว (เอกสารดังแนบ) โปรดแสดงความคิดเห็นของท่าน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

ผู้วิจัย

ตอนที่ 1 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหา

หลังจากที่ท่านศึกษารายละเอียดเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา หัวข้อ 1 คำอธิบายรายวิชา หัวข้อ 2 การวิเคราะห์โครงสร้างเนื้อหาวิชา และ หัวข้อ 3 การวิเคราะห์โครงสร้างเนื้อหาแต่ละหน่วยเรียนแล้ว โปรดแสดงความคิดเห็นของท่าน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

สำหรับเกณฑ์ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา แบ่งการพิจารณาระดับความคิดเห็น ออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด
ระดับ 4 หมายถึง เห็นด้วยมาก
ระดับ 3 หมายถึง เห็นด้วยปานกลาง
ระดับ 2 หมายถึง เห็นด้วยน้อย
ระดับ 1 หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด

ข้อ	รายการ	ระดับความคิดเห็น				
		5	4	3	2	1
1.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 บทเรียน 7 หัวข้อ					
2.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 1 ประกอบด้วย 3 หัวข้อ					
3.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 2 ประกอบด้วย 2 หัวข้อ					
4.	ความเหมาะสมของโครงสร้างเนื้อหาสำหรับการปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ บทเรียนที่ 3 ประกอบด้วย 2 หัวข้อ					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของลำดับเนื้อหา

หลังจากที่ท่านศึกษารายละเอียดเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา หัวข้อ 4 ลำดับเนื้อหาในการนำเสนอบทเรียนแล้ว โปรดแสดงความคิดเห็นของท่าน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

สำหรับเกณฑ์ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านความเหมาะสมของลำดับเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา แบ่งการพิจารณาระดับความคิดเห็น ออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด
ระดับ 4 หมายถึง เห็นด้วยมาก
ระดับ 3 หมายถึง เห็นด้วยปานกลาง
ระดับ 2 หมายถึง เห็นด้วยน้อย
ระดับ 1 หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด

ข้อ	รายการ	ระดับความคิดเห็น				
		5	4	3	2	1
1.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาในแต่ละบทเรียน					
2.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 1					
3.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 2					
4.	ความเหมาะสมของลำดับความสำคัญของเนื้อหาภายในบทเรียนที่ 3					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 3 ระดับความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในด้านระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง

หลังจากที่ท่านศึกษารายละเอียดเนื้อหาที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาแล้ว โปรดแสดงความคิดเห็นของท่าน โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด

สำหรับเกณฑ์การพิจารณาระดับการเรียนรู้ของเนื้อหาเพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่คาดหวัง แบ่งการพิจารณาระดับการเรียนรู้ของเนื้อหา ออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

ระดับ K หมายถึง ความรู้และความจำ (Knowledge)
ระดับ C หมายถึง ความเข้าใจ (Comprehension)
ระดับ A หมายถึง การนำไปใช้ (Application)

บทเรียนและหัวข้อเนื้อหา		ระดับการเรียนรู้		
		K	C	A
1	เมตริกซ์			
	11 เมตริกซ์			
	111 นิยามของเมตริกซ์			
	112 ชนิดของเมตริกซ์			
	113 สัญลักษณ์ของเมตริกซ์			
	12 พีชคณิตเมตริกซ์			
	121 ความหมายของพีชคณิตเมตริกซ์			
	122 ทฤษฎีบทของเมตริกซ์			
	13 อินเวอร์สเมตริกซ์			
	131 นิยามของอินเวอร์สของเมตริกซ์			
	132 คุณสมบัติของอินเวอร์ส			
2	เวกเตอร์			
	21 การวิเคราะห์เวกเตอร์			
	211 ความรู้ทั่วไปของเวกเตอร์			
	212 ส่วนประกอบของเวกเตอร์			
	22 การนำไปใช้ของการวิเคราะห์เวกเตอร์			
	221 การบวก การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์			
	222 ผลคูณของเวกเตอร์			
	223 ผลคูณสเกลาร์ของสามเวกเตอร์			
	224 ผลคูณเวกเตอร์ของสามเวกเตอร์			
3	สมการเชิงอนุพันธ์			
	31 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง			
	311 นิยามสมการเชิงอนุพันธ์			

บทเรียนและหัวข้อเนื้อหา		ระดับการเรียนรู้		
		K	C	A
	312 การแก้สมการเชิงอนุพันธ์โดยใช้ตัวประกอบอินทิเกรต			
	313 ปัญหาค่าเริ่มต้น			
	32 สมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับสอง			
	321 สมการเชิงเส้นอันดับสอง			
	322 การใช้สมการช่วยในการหาผลเฉลย			

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลการทำงานของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2. แบบสอบถามนี้จะแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความสามารถของระบบตรงต่อความต้องการของผู้ใช้ ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ และด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ

โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องในแบบสอบถามที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด โดยตัวเลขของระดับประสิทธิภาพต่อแบบประเมินแต่ละด้านมีความหมายดังนี้

5 หมายถึง มีผลการทำงานอยู่ในระดับมากที่สุด
4 หมายถึง มีผลการทำงานอยู่ในระดับมาก
3 หมายถึง มีผลการทำงานอยู่ในระดับปานกลาง
2 หมายถึง มีผลการทำงานอยู่ในระดับน้อย
1 หมายถึง มีผลการทำงานอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ผู้วิจัย

	รายการ	ผลการทำงาน				
		5	4	3	2	1
	ด้านความสามารถของระบบ					
	- ความสามารถด้านการจัดการองค์ประกอบหน้าจอ					
1.	การแบ่งเมนูของโปรแกรมสามารถเข้าได้ง่าย					
2.	ปุ่มและคำอธิบาย ง่ายต่อความเข้าใจ					
3.	ความสวยงามของหน้าจอโปรแกรม					
4.	สีสันที่ใช้มีความเหมาะสม					
5.	การแสดงด้านกราฟิกมีความเหมาะสม					
6.	แบบอักษรที่ใช้อ่านง่ายและมีขนาดเหมาะสม					
7.	คำและประโยคที่ใช้ง่ายต่อความเข้าใจ					
8.	รูปแบบการจัดระเบียบหน้าจอง่ายต่อการใช้งาน					
9.	มีคำอธิบายการใช้งานที่ชัดเจน					
	- ความสามารถด้านการรับข้อมูลเข้าและส่งข้อมูลออก					
10.	การแก้ไข เปลี่ยนแปลงข้อมูลส่วนตัว					
11.	การดูข้อมูลรายวิชาที่สอน					
12.	การดูประวัติการเรียนของผู้เรียน					
13.	สามารถแสดงผลการเรียนเป็นรายบุคคล					
14.	สามารถแสดงผลการเรียนเป็นกลุ่ม					
15.	การยืนยันเมื่อเสร็จสิ้นการใช้งาน					
16.	การทำงานมีความถูกต้องสมบูรณ์					
	- ความสามารถด้านความปลอดภัยของระบบ					
17.	การเปลี่ยนแปลงรหัสผ่าน					
18.	การเตือนเมื่อมีข้อผิดพลาด					
19.	ความเร็วในการใช้งานของระบบ					
20.	ความเหมาะสมของการกำหนดสิทธิผู้ใช้ระบบงานระดับต่าง ๆ					
21.	ความถูกต้องของระบบการรักษาความปลอดภัยในระบบงาน					
22.	ความเหมาะสมในการรักษาความปลอดภัยของระบบโดยภาพรวม					
	ด้านผลลัพธ์ที่ได้จากระบบ					
23.	ผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องและสมบูรณ์					
24.	ผลลัพธ์ที่ได้ตรงต่อความต้องการของผู้ใช้					
25.	ผลลัพธ์ที่ได้สามารถนำไปใช้งานได้จริง					
	ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ (นักศึกษา)					
26.	การล็อกอินเข้าใช้งานระบบ					
27.	การเปลี่ยนรหัสผ่าน					

รายการ		ผลการทำงาน				
		5	4	3	2	1
28.	การแก้ไขข้อมูลประวัติของผู้เรียน					
29.	การดึงข้อมูลแบบทดสอบวัดระดับความรู้					
30.	การแสดงผลระดับความรู้ของผู้เรียน					
31.	การแสดงเนื้อหาความรู้ตรงกับระดับความรู้ของผู้เรียน					
32.	มีการแจ้งผลการเรียนของผู้เรียนในแต่ละครั้งให้ผู้เรียนนำกลับไปทบทวนได้เป็นรายบุคคล					
	ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ (อาจารย์)					
33.	การล็อกอินเข้าใช้งานระบบ					
34.	การเปลี่ยนรหัสผ่าน					
35.	การนำเนื้อหา แบบฝึกหัด แบบทดสอบ เข้าสู่ระบบ					
36.	การแก้ไขเนื้อหา แบบฝึกหัด แบบทดสอบ					
37.	การแสดงรายงานผลการเรียนของผู้เรียนแต่ละรายบุคคล					
38.	การแสดงรายงานผลการเรียนของผู้เรียนเป็นกลุ่ม					
39.	การแสดงรายงานผลการเรียนเป็นค่าเฉลี่ย					
40.	การแสดงรายงานผลการเรียนในลักษณะกราฟ					
	ด้านการติดต่อระหว่างระบบกับผู้ใช้ (ผู้ดูแลระบบ)					
41.	การล็อกอินเข้าใช้งานระบบ					
42.	การเปลี่ยนรหัสผ่าน					
43.	การแก้ไขข้อมูลประวัติส่วนตัว					
44.	การเรียกดูข้อมูลในแต่ละส่วน					
45.	การเพิ่มข้อมูลแต่ละส่วน					
46.	การลบและแก้ไขข้อมูลแต่ละส่วน					
47.	การเรียกดูผลการประเมิน					
48.	การกำหนดสิทธิของผู้ใช้					
49.	การตรวจสอบข้อมูลผู้ใช้ระบบ					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสอบถามระดับความพึงพอใจที่มีต่อการพัฒนาแบบจำลองคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาโดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2. แบบสอบถามนี้จะแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่

2.1 ด้าน User Functional Requirement Test เป็นการสอบถามความพึงพอใจของระบบที่ออกแบบตรงตามความต้องการของผู้ใช้ระบบมากน้อยเพียงใด

2.2 ด้าน Functional Test เป็นการสอบถามความพึงพอใจของการทำงานว่าสามารถทำงานได้ตามฟังก์ชันงานของระบบมากน้อยเพียงใด

2.3 ด้าน Usability Test เป็นการสอบถามลักษณะการออกแบบระบบว่ามีความง่ายต่อการใช้งานมากน้อยเพียงใด

2.4 ด้าน Security Test เป็นการสอบถามความปลอดภัยของข้อมูลในระบบว่ามีมากน้อยเพียงใด

โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องในแบบสอบถามที่ตรงกับระดับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด โดยตัวเลขของระดับประสิทธิภาพต่อแบบประเมินแต่ละด้านมีความหมายดังนี้

5 หมายถึง มีระดับความพึงพอใจต่อระบบที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับมากที่สุด

4 หมายถึง มีระดับความพึงพอใจต่อระบบที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับมาก

3 หมายถึง มีระดับความพึงพอใจต่อระบบที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับปานกลาง

2 หมายถึง มีระดับความพึงพอใจต่อระบบที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับน้อย

1 หมายถึง มีระดับความพึงพอใจต่อระบบที่พัฒนาขึ้นอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ผู้วิจัย

1. ฐานะของผู้ตอบแบบสอบถาม

☐ นักศึกษา ☐ อาจารย์ ☐ ผู้ดูแลระบบ

2. การประเมินระบบด้านความสามารถการทำงานตรงตามความต้องการของผู้ใช้ (ด้าน User Functional Requirement Test)

รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
	5	4	3	2	1
1. สามารถปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบ โดยนำเสนอทางจอภาพ					
2. สามารถเก็บข้อมูลกิจกรรมการเรียนรู้และประวัติส่วนตัวของผู้เรียนแต่ละคน					
3. สามารถเลือกและปรับรูปแบบการสอนแล้วนำเสนอบทเรียนแบบฝึกหัด และแบบทดสอบสู่ผู้เรียน					
4. สามารถให้คำแนะนำเกี่ยวกับบทเรียนที่ควรศึกษาหรือทบทวนให้แก่ผู้เรียนอย่างเหมาะสมตามระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียน					
5. สามารถวัดและวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำแบบทดสอบของผู้เรียนแต่ละคน					
6. สามารถรวบรวมองค์ความรู้ต่าง ๆ ที่นำไปใช้ในการเรียนการสอน					

ปัญหาที่เกิดขึ้น	ข้อควรแก้ไข
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

3. การประเมินระบบด้านหน้าที่การทำงานของระบบ (ด้าน Functional Test)

รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
	5	4	3	2	1
1. ความถูกต้องในการควบคุมการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้ใช้งานกับระบบ					
2. ความถูกต้องในการเลือกและปรับรูปแบบการสอนตามความรู้ความสามารถของผู้เรียน					
3. ความถูกต้องในการนำเสนอบทเรียน แบบฝึกหัด และแบบทดสอบต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียน					
4. ความถูกต้องในการให้ข้อเสนอแนะในการเรียนเพิ่มเติมแก่ผู้เรียน					
5. ความถูกต้องในการวิเคราะห์ระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียน					
6. ความถูกต้องในการวิเคราะห์ความสามารถของผู้เรียนในการแนะนำทางเลือกของบทเรียน					
7. ความถูกต้องในการส่งข้อมูลองค์ความรู้ไปยังหน่วยรูปแบบการสอน หน่วยการให้คำปรึกษา เพื่อนำเสนอต่อผู้เรียน					

ปัญหาที่เกิดขึ้น	ข้อควรแก้ไข
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

4. การประเมินระบบด้านการใช้งานระบบ (ด้าน Usability Test)

รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
	5	4	3	2	1
1. ความง่ายต่อการใช้งานของระบบ					
2. ความเหมาะสมในการเลือกใช้ขนาดของตัวอักษรบนจอภาพ					
3. ความเหมาะสมในการใช้สีของตัวอักษรและรูปภาพ					
4. ความเหมาะสมในการใช้ข้อความ สัญลักษณ์หรือรูปภาพเพื่ออธิบายสื่อความหมาย					
5. ความเป็นมาตรฐานเดียวกันในการออกแบบหน้าจอภาพ					
6. ความเหมาะสมในการปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับผู้ใช้					
7. ความเหมาะสมในการวางตำแหน่งของส่วนประกอบบนจอภาพ					

ปัญหาที่เกิดขึ้น	ข้อควรแก้ไข
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

5. การประเมินระบบด้านความปลอดภัยของระบบ (ด้าน Security Test)

รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
	5	4	3	2	1
1. มีการกำหนดรหัสผ่านในการเข้าใช้ระบบตามกฎเกณฑ์ของการกำหนดรหัสผ่าน					
2. มีตรวจสอบสิทธิการเข้าใช้งานของผู้ใช้ระบบ					
3. มีการควบคุมความปลอดภัยในการเข้าถึงข้อมูลในระบบ					
4. มีการป้องกันความผิดพลาดของระบบจากการใช้งานของผู้ใช้					

ปัญหาที่เกิดขึ้น	ข้อควรแก้ไข
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมในการพัฒนาปรับปรุงระบบ

.....

.....

.....

.....

.....

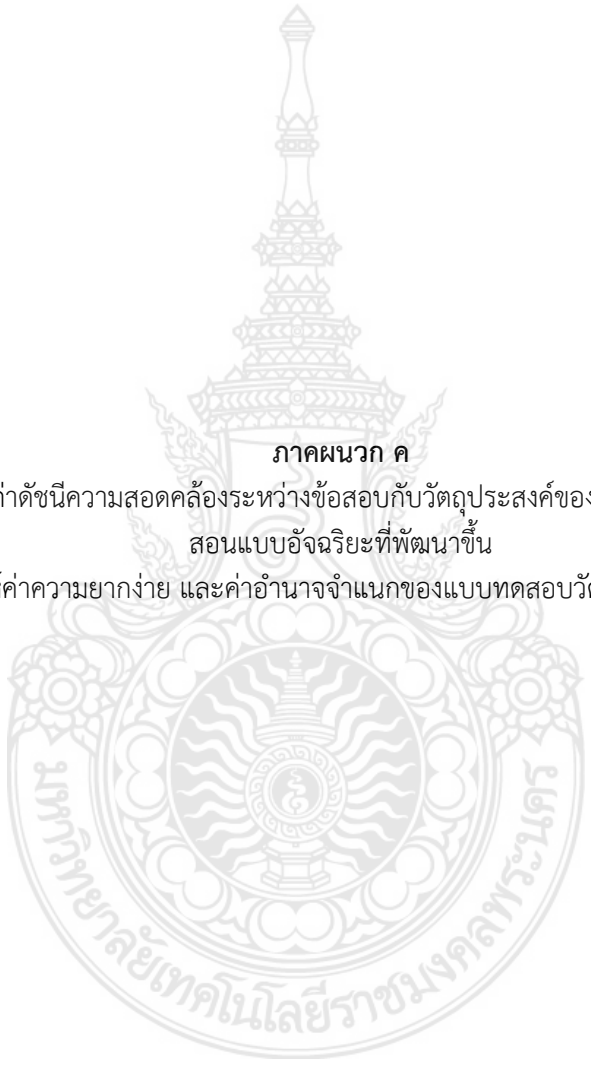
ขอขอบคุณที่เสียสละเวลาในการตอบแบบประเมินในครั้งนี้

ผู้วิจัย

ภาคผนวก ค

ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



ตารางที่ ค.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับวัตถุประสงค์ของของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

ข้อ	คนที่			รวม	IOC	แปลผล
	1	2	3			
1	-1	1	1	1	0.33	ปรับปรุง**
2	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
3	1	-1	1	1	0.33	ปรับปรุง**
4	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
5	1	0	1	2	0.66	ใช้ได้/ปรับปรุง*
6	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
7	-1	1	1	1	0.33	ปรับปรุง**
8	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
9	-1	1	1	1	0.33	ปรับปรุง**
10	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
12	1	1	0	2	0.66	ใช้ได้/ปรับปรุง*
13	1	1	1	3	1.00	ใช้ได้
14	1	0	1	2	0.66	ใช้ได้/ปรับปรุง*
15	1	1	1	2	0.66	ใช้ได้/ปรับปรุง*

หมายเหตุ

ใช้ได้/ปรับปรุง* หมายถึง ข้อคำถามนั้นใช้ได้และมีการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ข้อคำถามมีความสมบูรณ์มากขึ้น

ปรับปรุง** หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีการปรับปรุงให้มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์และทำการตรวจสอบอีกครั้งจากผู้เชี่ยวชาญ

ตารางที่ ค.2 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.66	0.40
2	0.70	0.46
3	0.66	0.40
4	0.56	0.33
5	0.66	0.40
6	0.66	0.40
7	0.56	0.33
8	0.70	0.46
9	0.66	0.40
10	0.56	0.33
11	0.66	0.40
12	0.56	0.33
13	0.66	0.40
14	0.66	0.40
15	0.56	0.33
ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับเท่ากับ 89.08%		

ภาคผนวก ง

ผลการทดลองใช้กับนักศึกษา

ตารางที่ ง.1 คะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ

คนที่	คะแนนการทำแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียน		
	บทเรียนที่ 1 (เต็ม 20 คะแนน)	บทเรียนที่ 2 (เต็ม 20 คะแนน)	บทเรียนที่ 3 (เต็ม 20 คะแนน)
1	18	19	19
2	17	16	14
3	19	16	18
4	18	15	18
5	18	18	19
6	13	19	16
7	13	17	17
8	17	15	14
9	15	18	15
10	14	17	17
11	15	18	14
12	14	14	18
13	17	19	17
14	17	19	19
15	18	16	12
16	19	18	19
17	16	15	15
18	19	13	17
19	16	14	18
20	18	19	19
ร้อยละ	**82.75**	**83.75**	**83.75**
ค่าเฉลี่ยของร้อยละ	**83.42**		

ตารางที่ ง.2 คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะที่พัฒนาขึ้น

คนที่	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ก่อนเรียน (30 คะแนน)	หลังเรียน (30 คะแนน)
1	16	26
2	17	27
3	18	25
4	15	27
5	15	28
6	14	28
7	14	26
8	17	25
9	16	28
10	18	26
11	14	25
12	18	28
13	18	29
14	18	29
15	18	25
16	18	29
17	13	29
18	13	23
19	17	27
20	15	24
ร้อยละ	**53.67**	**89.00**
S.D.	**1.83**	**1.81**

ตารางที่ ง.3 คะแนนการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการปรับพื้นฐานความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ระหว่างนักศึกษากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

คนที่	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)	กลุ่มควบคุม (30 คะแนน)
1	26	19
2	27	18
3	25	17
4	27	19
5	28	18
6	28	18
7	26	16
8	25	15
9	28	18
10	26	19
11	25	17
12	28	21
13	29	20
14	29	18
15	25	20
16	29	19
17	29	24
18	23	25
19	27	19
20	24	18
ร้อยละ	**89.00**	**63.00**
S.D.	**1.81**	**2.36**

ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 15 ข้อ
2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

---

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ จงหาค่า A^{-3}

   1. $\begin{bmatrix} \frac{1}{27} & -\frac{26}{27} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
   2. $\begin{bmatrix} \frac{26}{27} & -\frac{1}{27} \\ \frac{1}{27} & -\frac{26}{27} \end{bmatrix}$
   3. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{27} & -\frac{26}{27} \end{bmatrix}$
   4. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{27} & \frac{26}{27} \end{bmatrix}$

2. กำหนด$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 7 \end{bmatrix}$แล้ว A^{-1}คือข้อใด

   1. $\begin{bmatrix} \frac{18}{94} & \frac{6}{94} & \frac{10}{94} \\ -\frac{17}{94} & \frac{10}{94} & \frac{1}{94} \\ \frac{6}{94} & \frac{2}{94} & -\frac{28}{94} \end{bmatrix}$
   2. $\begin{bmatrix} -\frac{18}{94} & -\frac{6}{94} & -\frac{10}{94} \\ \frac{17}{94} & -\frac{10}{94} & -\frac{1}{94} \\ -\frac{6}{94} & -\frac{2}{94} & \frac{28}{94} \end{bmatrix}$
   3. $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 7 \end{bmatrix}$
   4. หาค่าไม่ได้

3. ข้อต่อไปนี้ข้อใดผิด

1. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $A = A^t$

2. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$ แล้ว $A = A^t$

3. ถ้า $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{5}\sqrt{5} & -\frac{2}{5}\sqrt{5} \\ \frac{2}{5}\sqrt{5} & \frac{1}{5}\sqrt{5} \end{bmatrix}$ แล้ว $A = A^t$

4. ถ้า $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ แล้ว $x = 1, y = 2$

4. กำหนด $f(X) = X^2 - X + 3I$ และ $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา $f(A)$

1. $\begin{bmatrix} 11 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 11 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

5. กำหนดให้ $AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 5 & 14 \end{bmatrix}$ จงหา $B^{-1}A^{-1}$

1. $\begin{bmatrix} 2 & -28 & 17 \\ -5 & 10 & -5 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 2 & -5 & -1 \\ -28 & 10 & -1 \\ 17 & -5 & -1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 2 & -29 & 17 \\ 5 & 10 & 5 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -28 & -10 & -1 \\ 17 & -5 & -1 \end{bmatrix}$

6. กำหนด$\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$จุด$A(2,-3)$ถ้า$\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$แล้ว จงหา B

1. $(8, 11)$
2. $(8, -11)$
3. $(-8, 11)$
4. $(-8, -11)$

7. ข้อใดต่อไปนี้ไม่จริง

1. กำหนด $\vec{u}$และ $\vec{v}$เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ถ้า $\vec{u}$ตั้งฉากกับ $\vec{v}$แล้ว $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u} - \vec{v}|$
2. กำหนด $\vec{u}$และ $\vec{v}$เป็นเวกเตอร์ใด ๆ ถ้า $\vec{u}$และ $\vec{v}$ ทำมุมกัน $130°$แล้ว $|\vec{u} + \vec{v}| > |\vec{u} - \vec{v}|$
3. กำหนด $\vec{u} = \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$ aและ bเป็นจำนวนจริง ถ้า $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$แล้ว $a = b = 0$
4. กำหนด $\vec{u}$และ $\vec{v}$เป็นเวกเตอร์ใด ๆ และ $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$แล้ว $3 \leq |\vec{u} + \vec{v}| \leq 7$

8. สี่เหลี่ยมด้านขนานรูปหนึ่งประกอบด้วยด้านยาว 4 และ 6 หน่วย ถ้าสี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่ 12 ตารางหน่วย จงหาว่าด้านทั้งสองของสี่เหลี่ยมนี้ทำมุมกันอยู่เท่าไร

1. $30°$
2. $45°$
3. $60°$
4. $120°$

9. กำหนด$A(2,3), B(1,9), C(8,11)$ และ $D(6,6)$และ θ เป็นมุมระหว่าง $\overrightarrow{AC}$และ $\overrightarrow{AD}$ จงหาค่าของมุมθ

1. $\arcsin \frac{7}{25}$
2. $\arcsin \frac{24}{25}$
3. $\arccos \frac{7}{25}$
4. $\arccos \frac{12}{25}$

10. กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

จงหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นด้านประกอบ

1. 8
2. 12
3. 16
4. 24

11. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} + y + 2x + 4 = x^2$

1. $y = 4^2 - x^2$
2. $y = x^2 - 4x + c$
3. $y = 4^2 + x^2$
4. $y = x^2 + 4x + c$

12. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $x \ln x \, dy - y \, dx = 0$

1. $y = c \ln x$
2. $y = 1$
3. $y = \sqrt{4x^2 - 2}$
4. $y = x^2 - 4$

13. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์ $\frac{dy}{dx} = -\frac{xy+3y^2}{x^2}$

1. $x^2y = k(3y - 2x)$
2. $y^3 + x^3 = cx^2$
3. $x^2y = k(3y + 2x)$
4. $y^3 - x^3 = cx^2$

14. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่สอง

$y'' + 12y' + 36y = 0$

1. $y = e^{-6x}(k_1 + k_2 x)$
2. $y = e^{6x}(k_1 + k_2 x)$
3. $y = e^{3x}(k_1 + k_2 x)$
4. $y = e^{-3x}(k_1 + k_2 x)$

15. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่สอง $y'' + y' = 0$, $y = 2$ และ$y' = 1$เมื่อ$x = 1$

1. $y = 3 - e^{1-x}$
2. $y = 2 - e^{1-x}$
3. $y = 1 - e^{1-x}$
4. $y = e^{1-x}$

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. ตอบข้อ 1
2. ตอบข้อ 4
3. ตอบข้อ 4
4. ตอบข้อ 1
5. ตอบข้อ 2
6. ตอบข้อ 2
7. ตอบข้อ 2
8. ตอบข้อ 1
9. ตอบข้อ 1
10. ตอบข้อ 3
11. ตอบข้อ 1
12. ตอบข้อ 1
13. ตอบข้อ 3
14. ตอบข้อ 1
15. ตอบข้อ 1

.....

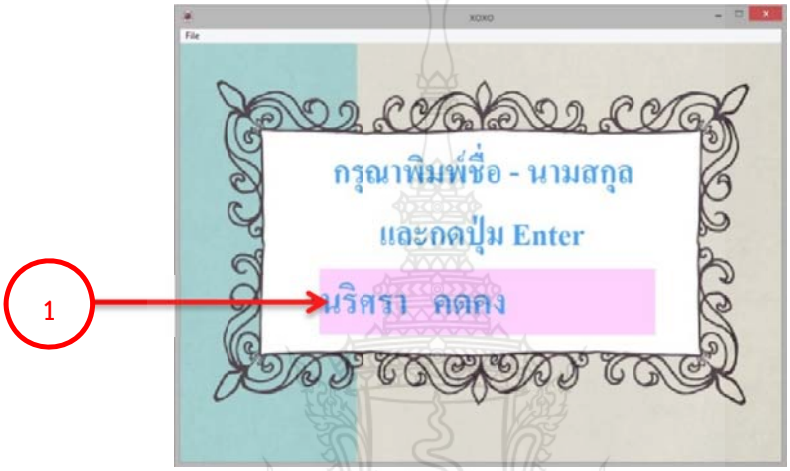
ภาคผนวก ฉ

คู่มือการใช้งานบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้
ด้านคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

คู่มือการใช้งานบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะ
สำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์

คู่มือการใช้งานบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบอัจฉริยะสำหรับปรับพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการใช้งานดังนี้

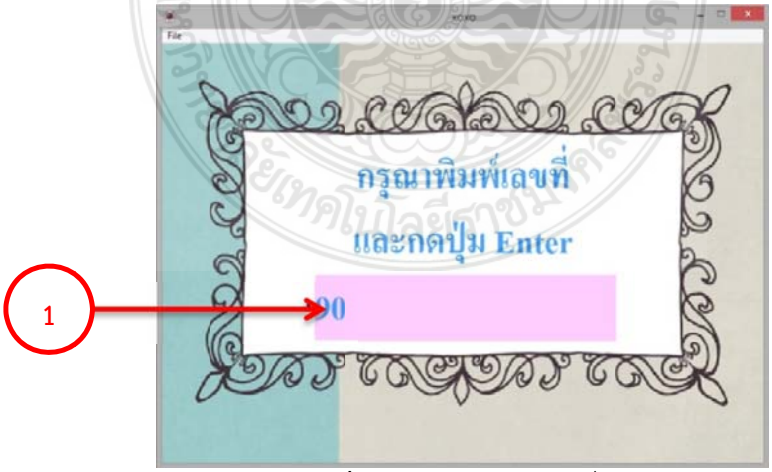
1. หน้าต้อนรับหน้าแรก



ภาพที่ ฉ.1 หน้าต้อนรับหน้าแรก

หน้าต่างต้อนรับหน้าแรกมีปุ่มการใช้สำหรับพิมพ์ชื่อ – นามสกุล และกดปุ่ม Enter เพื่อเข้าสู่หน้าต่อไป

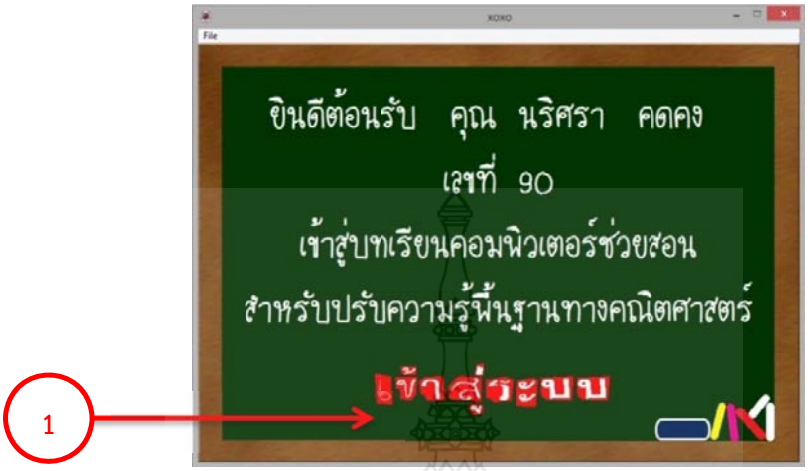
2. หน้าต้อนรับหน้าที่สอง



ภาพที่ ฉ.2 หน้าต้อนรับหน้าที่สอง

หน้าต้อนรับหน้าที่สองมีปุ่มการใช้สำหรับพิมพ์เลขที่ และกดปุ่ม Enter เพื่อเข้าสู่หน้าต่อไป

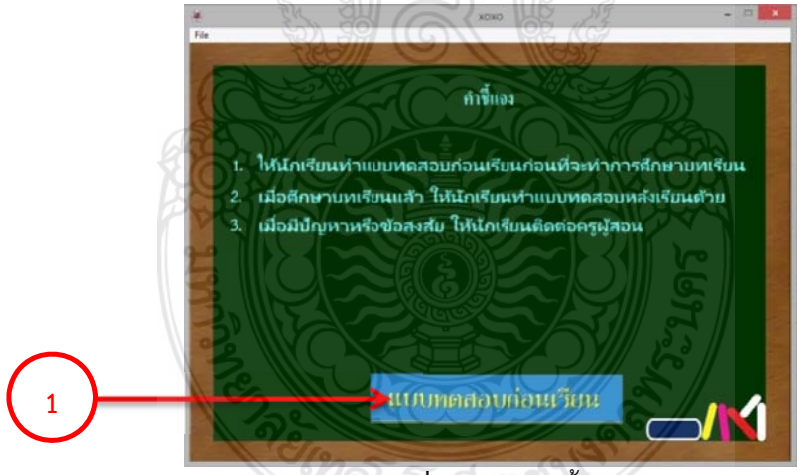
3. หน้าต้อนรับเข้าสู่ระบบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน



ภาพที่ ฉ.3 หน้าต้อนรับเข้าสู่ระบบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

หน้าต้อนรับเข้าสู่ระบบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีปุ่มการใช้สำหรับกดเข้าสู่ระบบ

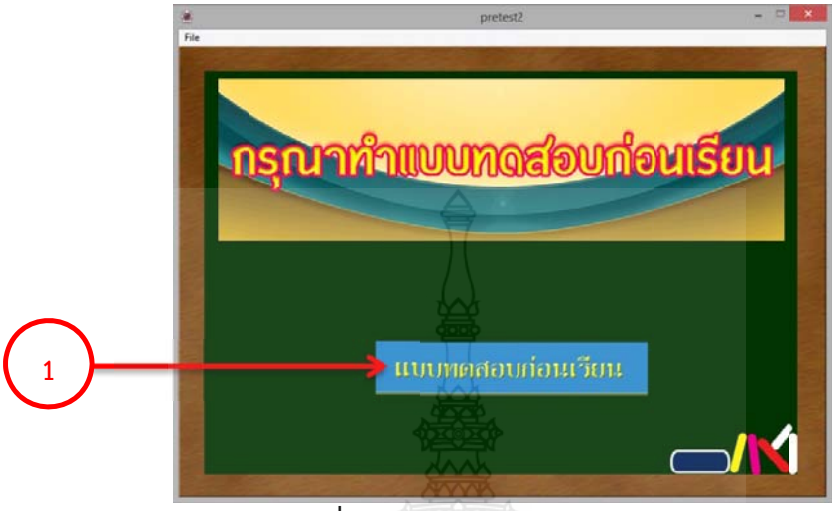
4. หน้าคำชี้แจง



ภาพที่ ฉ.4 หน้าคำชี้แจง

หน้าคำชี้แจงมีปุ่มการใช้สำหรับกดเข้าสู่แบบทดสอบก่อนเรียน

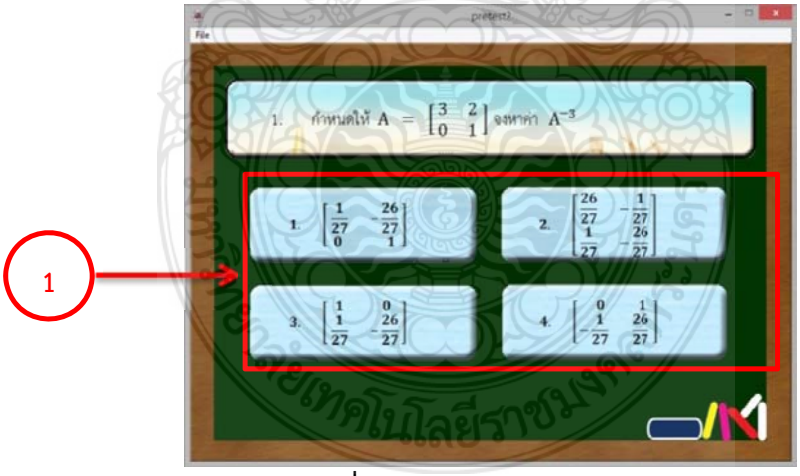
5. หน้าเข้าสู่แบบทดสอบก่อนเรียน



ภาพที่ ฉ.5 หน้าเข้าสู่แบบทดสอบก่อนเรียน

หน้าเข้าสู่แบบทดสอบก่อนเรียนมีปุ่มการใช้สำหรับกดทำแบบทดสอบก่อนเรียน

6. หน้าแบบทดสอบก่อนเรียน



ภาพที่ ฉ.6 หน้าแบบทดสอบก่อนเรียน

หน้าแบบทดสอบก่อนเรียนมีปุ่มการใช้สำหรับเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ประกอบด้วย

ข้อ 1.

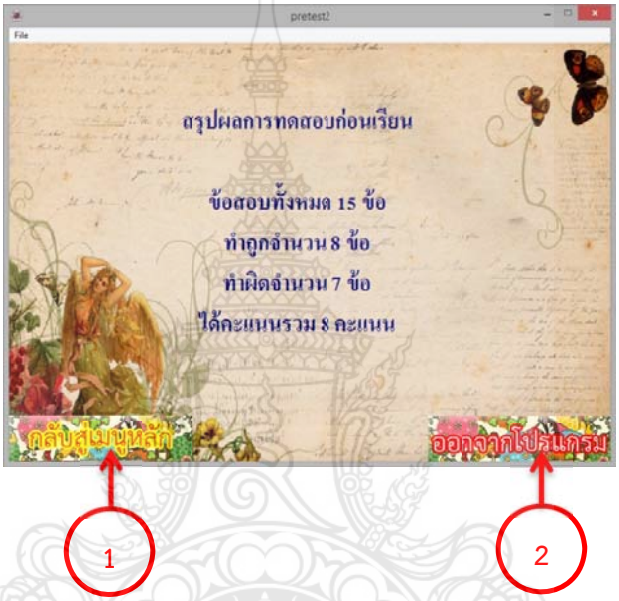
ข้อ 2.

ข้อ 3.

ข้อ 4.

ขั้นตอนในการทำข้อสอบให้เลือกข้อคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยการคลิกเมาส์ที่ตัวเลือก จะสังเกตได้ว่าเมื่อนำเมาส์ไปลากผ่านแบบทดสอบจะปรากฏรูปมือ เมื่อทำการเลือกคำตอบเสร็จเรียบร้อยแล้วโปรแกรมจะทำการสรุปผลการทดสอบก่อนเรียนโดยบอก จำนวนข้อที่ถูก จำนวนข้อที่ผิด และคะแนนรวมที่ได้จากการทำแบบทดสอบก่อนเรียน

7. หน้าสรุปผลการทดสอบก่อนเรียน

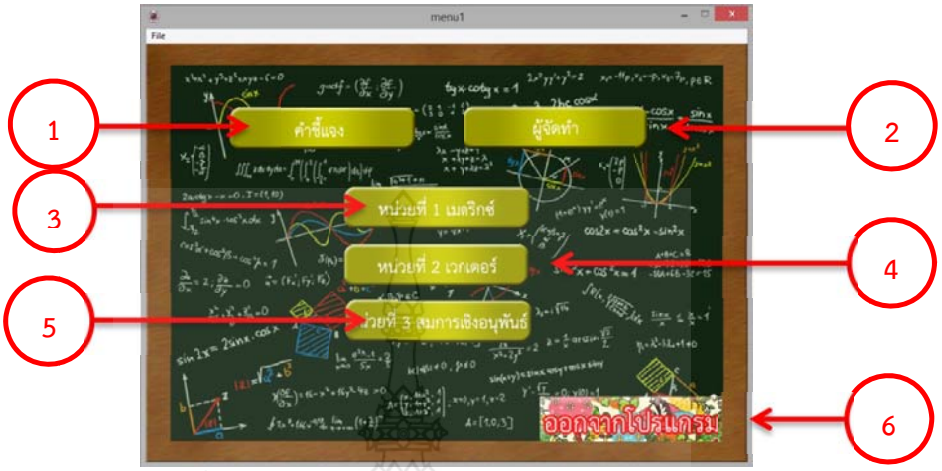


ภาพที่ ฉ.7 หน้าสรุปผลการทดสอบก่อนเรียน

หน้าสรุปผลการทดสอบก่อนเรียนจะมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดกลับสู่เมนูหลัก
2. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

8. หน้าเมนูหลักของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

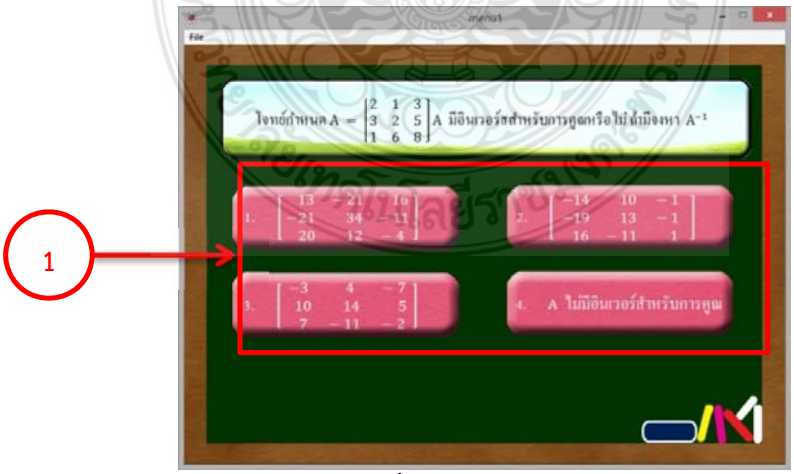


ภาพที่ ฉ.8 หน้าเมนูหลักของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

หน้าเมนูหลักของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดเข้าสู่คำชี้แจง
2. ใช้สำหรับกดเข้าสู่ประวัติผู้จัดทำ
3. ใช้สำหรับกดเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องเมตริกซ์
4. ใช้สำหรับกดเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องเวกเตอร์
5. ใช้สำหรับกดเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์
6. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

9. หน้าโจทย์คำถาม



ภาพที่ ฉ.9 หน้าโจทย์คำถาม

หน้าโจทย์คำถามมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ประกอบด้วย

ข้อ 1.

ข้อ 2.

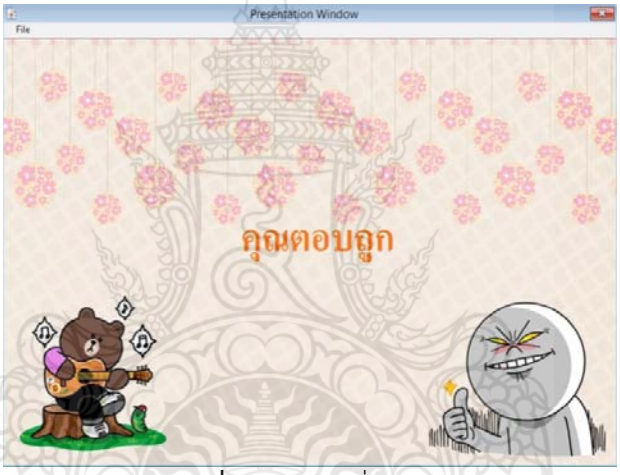
ข้อ 3.

ข้อ 4.

ในกรณีที่ตอบถูก โปรแกรมจะแสดงดังภาพที่ ฉ.10 และทำข้อต่อไปในระดับที่ยากขึ้น

ในกรณีที่ตอบผิด โปรแกรมจะแสดงดังภาพที่ ฉ.11 ให้คลิ๊กเพื่อเข้าสู่บทเรียน เพื่อทำการเรียนเนื้อหาในบทเรียนหน่วยนั้น

10. หน้าเมื่อตอบถูก



ภาพที่ ฉ.10 หน้าเมื่อตอบถูก

หน้าเมื่อตอบถูกจะค้างไว้ 5 วินาที จากนั้นโปรแกรมจะให้ผู้เรียนทำข้อต่อไปในระดับที่ยากขึ้น

11. หน้าเมื่อตอบผิดและนำเข้าสู่บทเรียน

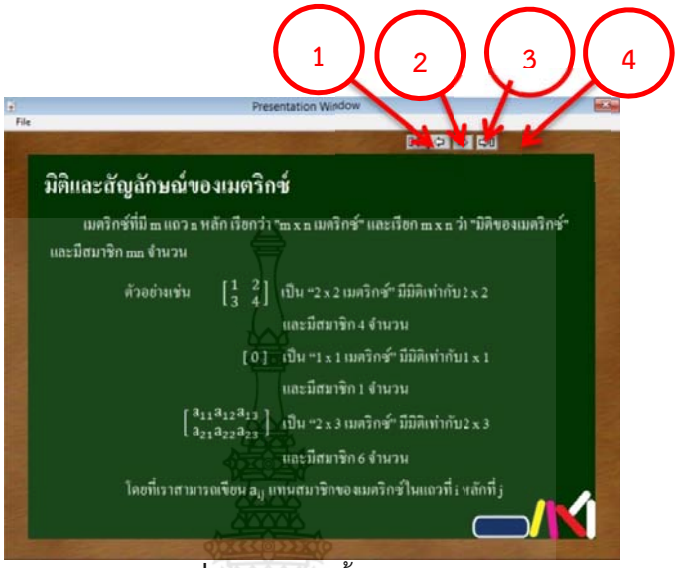
ภาพที่ ฉ.11 หน้าเมื่อตอบผิดและนำเข้าสู่บทเรียน

หน้าเมื่อตอบผิดและนำเข้าสู่บทเรียนมีปุ่มการใช้สำหรับกดเข้าสู่บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในแต่ละบทเรียน

12. หน้าต้อนรับเข้าสู่บทเรียน

ภาพที่ ฉ.12 หน้าต้อนรับเข้าสู่บทเรียน

13. หน้าเนื้อหาบทเรียน



ภาพที่ ฉ.13 หน้าเนื้อหาบทเรียน

หน้าเนื้อหาบทเรียนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดกลับไปยังหน้าแรกสุดของเนื้อหา
2. ใช้สำหรับกดย้อนกลับเข้าหน้าเนื้อหาเรื่องก่อนหน้า
3. ใช้สำหรับกดเข้าหน้าเนื้อหาเรื่องถัดไป
4. ใช้สำหรับกดไปยังหน้าท้ายสุดของเนื้อหา

14. หน้าสุดท้ายของเนื้อหาบทเรียน

ภาพที่ ฉ.14หน้าสุดท้ายของเนื้อหาบทเรียน

หน้าสุดท้ายของเนื้อหาบทเรียนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดกลับสู่เมนูหลัก
2. ใช้สำหรับกดเข้าโจทย์ข้อถัดไป
3. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

เมื่อศึกษาเนื้อหาของบทเรียนครบแล้ว ผู้เรียนจะต้องทำโจทย์ในข้อต่อไป เพื่อจะได้ผ่านในระดับแรกไปสู่ระดับต่อไป

15. หน้าสุดท้ายของบทเรียน

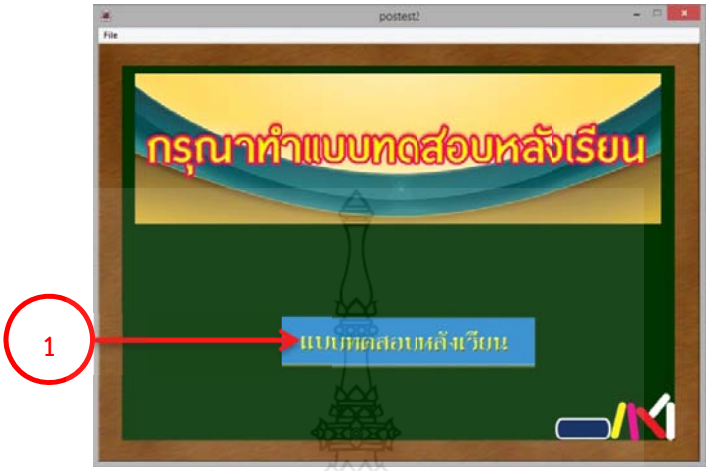
ภาพที่ ฉ.15 หน้าสุดท้ายของบทเรียน

หน้าสุดท้ายของบทเรียนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดทำแบบทดสอบหลังเรียน
2. ใช้สำหรับกดกลับสู่เมนูหลัก
3. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

เมื่อผู้เรียนทำโจทย์ผ่านในหน่วยเรียนนั้นแล้ว ผู้เรียนสามารถทำแบบทดสอบหลังเรียนได้ทันทีโดยไม่ต้องเรียนครบ 3 หน่วยเรียน

16. หน้าต่างเข้าสู่แบบทดสอบหลังเรียน

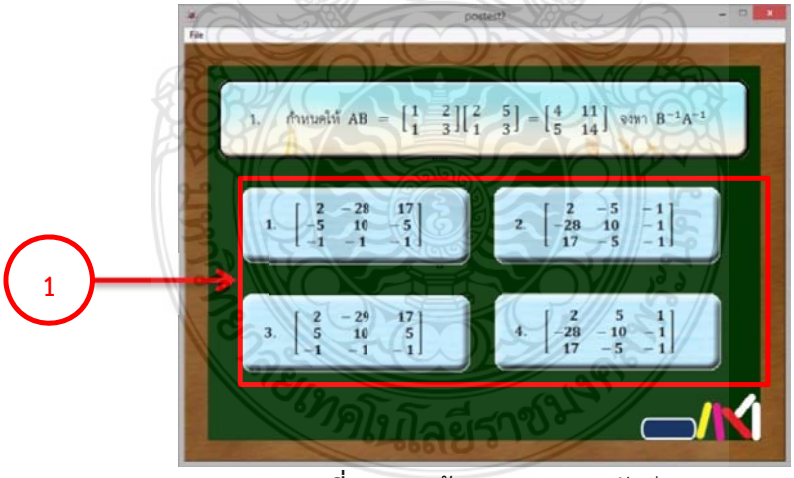


ภาพที่ ฉ.16 หน้าต่างเข้าสู่แบบทดสอบหลังเรียน

หน้าเข้าสู่แบบทดสอบหลังเรียน มีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดทำแบบทดสอบหลังเรียน

17. หน้าแบบทดสอบหลังเรียน



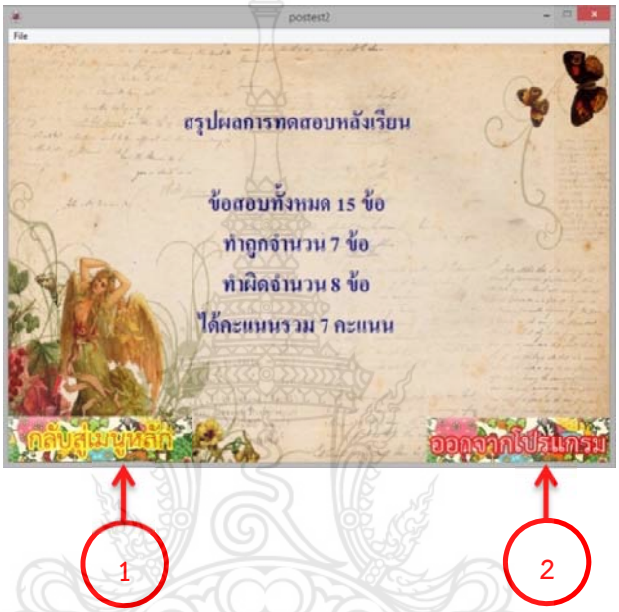
ภาพที่ ฉ.17 หน้าแบบทดสอบหลังเรียน

หน้าแบบทดสอบหลังเรียนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ประกอบด้วย
   - ข้อ 1.
   - ข้อ 2.
   - ข้อ 3.
   - ข้อ 4.

ขั้นตอนในการทำข้อสอบให้เลือกข้อคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยการคลิกเมาส์ที่ตัวเลือก จะสังเกตได้ว่าเมื่อนำเมาส์ไปลากผ่านแบบทดสอบจะปรากฏรูปมือ เมื่อทำการเลือกคำตอบเสร็จเรียบร้อยแล้วโปรแกรมจะทำการสรุปผลการทดสอบหลังเรียนโดยบอก จำนวนข้อที่ถูก จำนวนข้อที่ผิด และคะแนนรวมที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

18. หน้าสรุปผลการทดสอบหลังเรียน



ภาพที่ ฉ.18 หน้าสรุปผลการทดสอบหลังเรียน

หน้าสรุปผลการทดสอบก่อนเรียนมีปุ่มการใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดกลับสู่เมนูหลัก
2. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

19. หน้าประวัติส่วนตัว

ภาพที่ ฉ.19 หน้าประวัติส่วนตัว

หน้าประวัติส่วนตัวมีปุ่มใช้งานดังนี้

1. ใช้สำหรับกดกลับสู่เมนูหลัก
2. ใช้สำหรับกดออกจากโปรแกรม

ภาพที่ ฉ.20 หน้าออกจากโปรแกรม

หน้าออกจากโปรแกรมจะแสดงผลค้างไว้ 5 วินาทีจึงออกจากโปรแกรม

ประวัติผู้วิจัย

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-นามสกุล (ภาษาไทย) รุ่งอรุณ พรเจริญ
(ภาษาอังกฤษ) Rungaroon Pornchanroen

รหัสประจำตัวประชาชน 3 6009 00109 19 7

ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม
คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม

หน่วยงานที่อยู่ที่ติดต่อได้สะดวก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม
399 ถนนสามเสน แขวงวชิรพยาบาล เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร 10300
โทร. 084 680 7894
E-mail : rung_koys@hotmail.com

ประวัติการศึกษา

ระดับปริญญา	คุณวุฒิ/สาขาวิชา	สถาบันอุดมศึกษา	ปีที่สำเร็จ
ปริญญาเอก	ปร.ด. สาขาวิชาวิจัยและพัฒนาการสอนเทคนิคศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ	2555
ปริญญาโท	คอ.ม. สาขาวิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ	2548
ปริญญาตรี	คอ.บ. สาขาวิชา อิเล็กทรอนิกส์-โทรคมนาคม	สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตเทเวศร์	2544

สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ

คอมพิวเตอร์ การวิจัยทางการศึกษา เทคนิคและวิธีการสอน การสร้างหลักสูตร และการจัดฝึกอบรม

ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัย

ผลงานวิจัย

ชื่อผลงานวิจัย	สถานภาพ	แหล่งทุน/ปี
ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อแรงจูงใจในการประกอบวิชาชีพครูภายใต้ภาวะวิกฤตทางเศรษฐกิจ	หัวหน้าโครงการวิจัย	งบประมาณแผ่นดิน ประจำปี 2551
ศึกษาความพร้อมและความต้องการพัฒนาด้านวิชาการของบุคลากร (สายสอน) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร	หัวหน้าโครงการวิจัย	งบประมาณผลประโยชน์ของสถาบัน ประจำปี 2551

ชื่อผลงานวิจัย	สถานภาพ	แหล่งทุน/ปี
แนวทางการพัฒนาวินัยนักศึกษาตามความคิดเห็นของบุคลากรสายวิชาการ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร งบประมาณผลประโยชน์ของสถาบัน	หัวหน้าโครงการวิจัย	งบประมาณผลประโยชน์ของสถาบัน ประจำปี 2556
ความพึงพอใจของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่มีต่อการจัดกิจกรรมนักศึกษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร	หัวหน้าโครงการวิจัย	งบประมาณผลประโยชน์ของสถาบัน ประจำปี 2558

การตีพิมพ์เผยแพร่ผลงานวิจัย

วารสารระดับนานาชาติ

Rungaroon Sripan and Bandit Suksawat. **Factors Affecting Teaching and Learning of Computer Disciplines at Rajamangala University of Technology**. *US-China Education Review (Journal)*. Vol. 7, No. 12, pp. 33-38, 2010.

วารสารระดับชาติ

รุ่งอรุณ ศรีปาน และ เชาวน์วัฒน์ อุมานนท์. **ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อแรงจูงใจในการประกอบวิชาชีพครูภายใต้ภาวะวิกฤตทางเศรษฐกิจ.** วารสารวิจัยและพัฒนา วไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ ฉบับที่ 7 เล่มที่ 1 หน้า 70-79 (มกราคม – มิถุนายน 2551)

นุชนาฎ ผ่องพุฒิ และ**รุ่งอรุณ ศรีปาน**. **ศึกษาคุณสมบัติของผู้เรียนที่เข้าสู่กระบวนการผลิตบัณฑิตในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร.** วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยรามคำแหง ฉบับที่ 11 เล่มที่ 2 หน้า 65 – 70 (กรกฎาคม – ธันวาคม 2551)

Rungaroon Sripan, Uri Apichatbanlue and Bandit Suksawat. **Design of Practical Learning System for Computer Disciplines by Using Quality Function Deployment Technique.** *The Journal of KITNB*. Vol. 22 , No. 2, pp. 405-415, 2012.

Rungaroon Sripan, Uri Apichatbanlue and Bandit Suksawat. **Comparison of Ability in Classifying Content by Students' Knowledge Level between Teachers Who Learn Through CAI Media and Teachers Who Attend Computer Training Courses**. *RMUTP Research Journal*. Vol. 7 , No. 1, pp. 67-78, 2013.

รุ่งอรุณ พรเจริญ. **การพัฒนาชุดสื่อประสมสำหรับการสอนการสื่อสารทางแสงเพื่อพัฒนาทักษะทางปัญญาตามกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษา.** วารสารวิชาการและวิจัย มทร.พระนคร ปีที่ 9 ฉบับที่ 2 หน้า 143 – 157 (กันยายน 2558)

การประชุมวิชาการระดับชาติ

รุ่งอรุณ ศรีปาน. **ศึกษาความพร้อมและความต้องการพัฒนาด้านวิชาการของบุคลากร (สายสอน) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร.** การประชุมวิชาการ ประจำปี 2551 มหาวิทยาลัยรามคำแหง หน้า 431 – 439 (3-4 กรกฎาคม 2551)

นุชนาฏ ผ่องพุฒิ, **รุ่งอรุณ ศรีปาน** และเริงศักดิ์ มานะสุนทร**. การพัฒนารูปแบบการเสริมสร้างภาพลักษณ์ของครูช่างอุตสาหกรรมที่สำเร็จการศึกษาจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร.** การประชุมทางวิชาการครุศาสตร์อุตสาหกรรมแห่งชาติ ครั้งที่ 3. (18 – 19 ธันวาคม 2551)

รุ่งอรุณ ศรีปาน และบัณฑิต สุขสวัสดิ์. **สภาพและปัญหาการเรียนการสอนกลุ่มวิชาคอมพิวเตอร์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล.** การประชุมวิชาการ ประจำปี 2552 มหาวิทยาลัยรามคำแหง หน้า 389 – 398 (3-4 พฤศจิกายน 2552)

Rungaroon Sripan. Factor Analysis that Applied E-Learning in Rajamangala University of Technology Phra Nakhon, **Proceeding of The 5th Rajamangala University of Technology Conference (5th RMUTCON) and The 4th Rajamangala University of Technology International Conference (4th RMUTIC)**, 15-16 July 2013 in Bangkok, Thailand, 2013.

Rungaroon Sripan and Nudchanard Pongput. Developing Learning Package to Increase a Competency Learning Management and Professional Teacher for Teacher License, **Proceeding of The 5th Rajamangala University of Technology Conference (5th RMUTCON) and The 4th Rajamangala University of Technology International Conference (4th RMUTIC),** 15-16 July 2013 in Bangkok, Thailand, 2013.

รุ่งอรุณ พรเจริญ. การประยุกต์ระบบตรรกศาสตร์คลุมเครือสำหรับการประเมินคุณลักษณะการปฏิบัติงานของนักศึกษาสายช่างอุตสาหกรรมในระดับอุดมศึกษา. การประชุมวิชาการมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล ครั้งที่ 7 (1-3 กันยายน 2558)

การประชุมวิชาการระดับนานาชาติ

Rungaroon Sripan and Bandit Suksawat. Propose of Fuzzy Logic-Based Students' Learning Assessment. **International Conference on Control, Automation and Systems 2010 (ICCAS 2010),** 27 – 30 October 2010 in KINTEX, Gyeonggi-do, Korea, 2010.