N-fuzzy ไอดีลบนโครงสร้างพีชคณิต d-algebras

ชาญวิทย์ ปราบพยัคฆ์

งานวิจัยได้รับทุนสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2561

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

N-fuzzy ideals in d-algebras

Chanwit Prabpayak

This Research in Funded by Faculty of Science and Technology
Rajamangala University of Technology Phra Nakhon
Year 2018

ชื่อเรื่อง N-fuzzy ไอดีลบนโครงสร้างพีชคณิต d-algebras

ผู้วิจัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชาญวิทย์ ปราบพยัคฆ์

ปีที่ทำวิจัย พ.ศ. 2561

บทคัดย่อ

สำหรับงานวิจัยนี้ เราจะศึกษาเกี่ยงกัวแนวคิดของ fuzzy d-subalgebra และ fuzzy d-ideal ของโครงสร้างทางพีชคณิต d-algebra ภายใต้ triangular norm จากนั้นเราจะศึกษาค้นคว้า หาสมบัติต่างๆมราเกี่ยวข้อง

คำสำคัญ : N-fuzzy d-subalgebra, N-fuzzy d-ideal

Title N-fuzzy ideals in d-algebras

Researcher Asst.Prof. Chanwit Prabpayak

Year 2018

Abstract

In this research, we introduce the notions of fuzzy d-subalgebra and fuzzy d-ideal of a d-algebra with respect to a triangular norm. Then we investigate some related properties.

Keywords: N-fuzzy d-subalgebra, N-fuzzy d-ideal

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบพระคุณอธิการบดีมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร และคณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ให้การสนับสนุนทุนวิจัยและอำนวยความสะดวกในการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ และขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครูอาจารย์ ของคณะผู้วิจัยทุกท่าน ที่คอยให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนจนกระทั่งงานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

สารบัญ

หน้า

บทที่ 1 บทนำ

ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

Y. Imai and K. Iséki ได้ศึกษาโครงสร้างพีชคณิต BCK-algebras and BCI-algebrass, รวมถึง classes of abstract algebras [4, 5] ต่อมา Q.P. Hu and X. Li ศึกษาสมบัติใน class of algebra ที่เรียกว่า BCH-algebra และยังแสดงให้เห็นว่า BCI-algebra เป็น proper subclass ของ BCH-algebra [2, 3]. และต่อจากนั้น J. Neggers and H. S. Kim [6] ได้ให้แนวคิดของโครงสร้างพีชคณิต d-algebras ซึ่งเป็น generalization ของ BCK –algebras. ทั้งนี้ L. A. Zadeh [7] ได้ศึกษาแนวคิดของ fuzzy sets ตามที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า ปัจจุบันมีนักคณิตศาสตร์จำนวนมากนำแนวคิดของ fuzzy set ไปประยุกต์กับโครงสร้างทางพีชคณิตต่างๆ ตัวอย่างเช่น BCC/BCI/BCK/MV/TM/d-algebras ซึ่งแนวคิดเกี่ยวกับ fuzzy subalgebra บน d-algebras ถูกนิยามไว้โดย M. Akram and K. H. Dar [1] และยังให้แนวคิดเกี่ยวกับ fuzzy d-ideals บน d-algebras ด้วย สำหรับงานวิจัยนี้ เราจะศึกษาเกี่ยงกัวแนวคิดของ fuzzy d-subalgebra และ fuzzy d-ideal ของโครงสร้างทางพีชคณิต d-algebra ภายใต้ triangular norm จากนั้นเราจะศึกษาค้นคว้า หาสมบัติต่างๆมราเกี่ยวข้อง

วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

ศึกษาความเป็น fuzzy ของโครงสร้างพีชคณิต d-algebra ภายใต้ฟังก์ชันนอร์ม $\mathrm{N}:[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$ และหาสมบัติต่างๆที่เกี่ยวข้อง

ขอบเขตของโครงการวิจัย

นำฟังก์ชันนอร์ม $\mathrm{N}:[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$ มาประยุกต์เข้ากับ fuzzy subset μ ภายในโครงสร้างพีชคณิต d-algebra และหาสมบัติต่างๆที่เกี่ยวข้อง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ เช่น ด้านวิชาการ ด้านนโยบาย ด้านเศรษฐกิจ/พาณิชย์ ด้านสังคมและชุมชน รวมถึงการเผยแพร่ในวารสาร จดสิทธิบัตร ฯลฯ และหน่วยงานที่นำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

1. สร้างทฤษฎีใหม่ทางด้านทฤษฎีจำนวน
2. สามารถนำทฤษฎีที่ได้ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เกิดองค์ความรู้ใหม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิทยาศาสตร์สาขาอื่นๆ

บทที่ 2 ทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้องและระเบียบวิธีการวิจัย

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

นิยาม ในที่นี้ d-algebra เราจะหมายถึงเซต X ที่เป็นเซตไม่ว่าง ประกอบกับสมาชิก 0 และ binary operation * ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้:

1. $x*x=0,$
2. $0*x=0,$
3. $x*y=0=y*x$ implies $x=y,$

สำหรับทุก $x,y\in X$

นิยาม ให้เซต S เป็นสับเซตที่ไม่ว่างของ d-algebra X จะเรียกเซต S ว่า d-subalgebra ถ้า $x*y\in S$ สำหรับทุก $x,y\in S$

ต่อไปเราจะนิยาม $x*y=0$ ก็ต่อเมื่อ $x\le y$ แล้วจะได้ว่า $(X,\le)$ เป็น ordered set และให้ $\{(X_i,*,0_i)\,|\,i\in I\}$ เป็น family ที่ไม่ว่างของ d-algebras ดังนั้น $(\prod X_i,*,0)$ จะเป็น d-algebra ซึ่งเรียกว่า direct product ของ d-algebras

นิยาม สำหรับสับเซตไม่ว่าง I ของ d-algebra X จะเรียกว่า d-ideal ของ X ถ้า

1. $0\in I,$
2. ถ้า $x*y\in I$ และ $y\in I$ แล้ว $x\in I,$
3. ถ้า $x\in I$ และ $y\in X$ แล้ว $x*y\in I$

สำหรับฟังก์ชัน $f:X\to Y$ บน d-algebras เราจะเรียกว่า d-homomorphism ถ้า $f(x*y)=f(x)*f(y)$ สำหรับทุก $x,y\in X$ และ $f(0)=0'$

นิยาม ให้ X เป็นเซตไม่ว่าง fuzzy set μ ของ X เราจะหมายถึง ฟังก์ชัน $\mu:X\to[0,1]$

นิยาม ให้ μ เป็น fuzzy set ของเซต X สำหรับ $\mathrm{t}\in[0,1]$ เราจะเรียกเซต

$$\mathrm{U}(\mu,\mathrm{t}):=\{\mathrm{x}\in\mathrm{X}\,|\,\mu(\mathrm{x})\ge\mathrm{t}\}$$

ว่าเป็น upper level ของ μ บนเซต X

นิยาม [1] ให้ μ เป็น fuzzy set ของ d-algebra X ถ้า $\mu(x*y) \geq \min\{\mu(x),\mu(y)\}$ สำหรับทุก $x, y \in X$ แล้วเราจะเรียก μ ว่าเป็น fuzzy d-subalgebra ของ X

ตัวอย่าง [6] สมมติให้ $X = \{0,1,2\}$ เป็นเซตที่มี operation * ซึ่งกำหนดโดยตาราง Cayley ต่อไปนี้:

*	0	1	2
0	0	0	0
1	2	0	2
2	1	1	0

ดังนั้น $(X,*,0)$ จะเป็น d-algebra ต่อไปเรานิยาม fuzzy set $\mu : X \to [0,1]$ กำหนดโดย $\mu(0) = 0.7$, $\mu(x) = 0.02$ สำหรับ $x \neq 0$ แล้วเราจะสามารถตรวจสอบได้ว่า μ กลายเป็น fuzzy d-subalgebra ของเซต X

ตัวอย่าง [1] สมมติให้ $X = \{0,1,2,3,\ldots\}$ เป็นเซตที่มี operation * กำหนดโดย

$$x * y = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq y, \\ x - y & \text{if } y < x. \end{cases}$$

แล้วเราจะได้ว่า $(X,*,0)$ เป็น d-algebra และเรานิยาม fuzzy set $\mu : X \to [0,1]$ กำหนดโดย $\mu(0) = t_1, \mu(x) = t_2$ for สำหรับ $x \neq 0$ และ $t_1 > t_2$ จะได้ว่า μ กลายเป็น fuzzy d-subalgebra ของเซต X

บทที่ 3 ผลของการทดลอง

นิยาม triangular norm หมายถึง binary operation N บนช่วงปิด [0,1] โดยที่มีคุณสมบัติ commutative, associative, monotone และมีสมาชิก 1 เป็น neutral element กล่าวคือฟังก์ชัน $N:[1,0]^2 \to [0,1]$ ที่มีสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1. $N(x,1)=x,$
2. $N(x,y)=N(y,x),$
3. $N(x,N(y,z))=N(N(x,y),z),$
4. $N(x,y)\le N(x,z)$ whenever $y\le z,$

สำหรับทุก $x,y,z\in[0,1]$.

นิยาม ให้ μ เป็น fuzzy set ของ d-algebra X แล้วเราจะเรียก μ ว่าเป็น fuzzy d-subalgebra ของเซต X ภายใต้ triangular norm N (หรือเรียกสั้นๆว่า *N*-fuzzy d-subalgebra ของ X) ถ้าสำหรับทุก $x,y\in X$

$$\mu(x*y)\ge N(\mu(x),\mu(y))$$

ตัวอย่าง สมมติให้ $X=\{0,1,2,3\}$ ร่วมกับ binary operation * ที่ถูกนิยามดังนี้

*	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	2	2	0	0
3	3	3	3	0

ดังนั้นเซต X จะเป็น d-algebra ([6]) แล้วเราจะนิยาม fuzzy set μ ของ X โดย $\mu(0)=0.5$ และ $\mu(x)=0.2$ สำหรับ $x\ne 0$ และเราจะนิยาม triangular norm $N:[1,0]^2\to[0,1]$ โดย

$$N(x,y)=\max\{x+y-1,0\}$$

สำหรับทุก $x,y\in X$ แล้วเราจะสามารถตรวจสอบได้ว่า N เป็น triangular norm และยังเป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของ d-algebra X ด้วย

ทฤษฎีบท กำหนดให้เซต X เป็น d-algebra และกำหนด $a \in [0,1]$ พร้อมกับถ้ามี μ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของ X แล้วเราจะสามารถพิสูจน์ได้ว่า

1. ถ้า $a = 1$ แล้ว upper level ของ μ บน X, $U(\mu, a)$ จะเป็นเซตว่างหรือไม่ก็เป็น d-subalgebra ของเซต X
2. ถ้า $N = \min$ แล้วจะได้ว่า $U(\mu, a)$ จะเป็นเซตว่างหรือไม่ก็เป็น d-subalgebra ของเซต X
3. ถ้า $N = \min$ แล้วจะได้ว่า $\mu(0) \geq \mu(x)$ สำหรับทุก $x \in X$

พิสูจน์ (1) สมมติว่า $U(\mu,1)$ ไม่ใช่เซตว่าง ดังนั้นเราจะให้ $x, y \in U(\mu,1)$ แล้วจะได้ว่า $\mu(x) \geq 1$ และ $\mu(y) \geq 1$ เนื่องจากว่า μ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X เราสามารถคำนวณได้ว่า

$$\mu(x * y) \geq N(\mu(x), \mu(y)) \geq N(1,1) = 1.$$

ดังนั้น $x * y \in U(\mu,1)$ นั่นหมายถึง $U(\mu,1)$ กลายเป็น d-subalgebra.

(2) สมมติว่า $U(\mu, a)$ ไม่เป็นเซตว่าง และให้ $x, y \in U(\mu, a)$ ดังนั้นเราจะได้ $\mu(x) \geq a$ และ $\mu(y) \geq a$ นั่นหมายความว่า

$$\mu(x * y) \geq N(\mu(x), \mu(y)) = \min\{\mu(x), \mu(y)\} \geq \min\{a, a\} = a.$$

ดังนั้น $x * y \in U(\mu, a)$ นั่นคือ $U(\mu, a)$ จะเป็น d-subalgebra

(3) เนื่องจาก $x * x = 0,$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \mu(0) &= \mu(x * x) \\ &\geq N(\mu(x), \mu(x)) \\ &= \min\{\mu(x), \mu(x)\} \\ &= \mu(x). \end{aligned}$$

จากข้อความข้างต้นเราสรุปได้ว่า $\mu(0) \geq \mu(x)$ สำหรับทุก $x \in X$

นิยาม กำหนดให้ μ_1 และ μ_2 เป็น *N*-fuzzy d-subalgebras ของ d-algebra X แล้ว direct product ของ *N*-fuzzy d-subalgebras μ_1 และ μ_2 จะถูกนิยามดังนี้

$$\mu_1 \times \mu_2(x, y) = N(\mu_1(x), \mu_2(y))$$

สำหรับทุก $x, y \in X$

ทฤษฎีบท ให้เซต X เป็น d-algebra และสมมติให้ μ_1 และ μ_2 เป็น *N*-fuzzy d-subalgebras ของเซต X ดังนั้น $\mu_1 \times \mu_2$ จะกลายเป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

Proof. สมมติให้ μ_1 และ μ_2 เป็น *N*-fuzzy d-subalgebras ของ d-algebra X
กำหนด $\mu = \mu_1 \times \mu_2$ ดังนั้นสำหรับทุก $x, y \in X$ เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\mu((x_1, x_2) * (y_1, y_2)) \\
&= \mu(x_1 * y_1, x_2 * y_2) \\
&= (\mu_1 \times \mu_2)(x_1 * y_1, x_2 * y_2) \\
&= N(\mu_1(x_1 * y_1), \mu_2(x_2 * y_2)) \\
&\geq N(N(\mu_1(x_1), \mu_1(y_1)), N(\mu_2(x_2), \mu_2(y_2))) \\
&= N(N(\mu_1(x_1), \mu_2(x_2)), N(\mu_1(y_1), \mu_2(y_2))) \\
&= N((\mu_1 \times \mu_2)(x_1, x_2), (\mu_1 \times \mu_2)(y_1, y_2)) \\
&= N(\mu(x_1, x_2), \mu(y_1, y_2)).
\end{aligned}$$

เราจะสรุปได้ว่า $\mu_1 \times \mu_2$ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

ทฤษฎีบท กำหนดให้ $f : X \to Y$ เป็น epimorphism บน d-algebras และสมมติว่า μ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของ Y แล้วจะได้ว่า $\mu \circ f$ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

พิสูจน์ เนื่องจากฟังก์ชัน $f : X \to Y$ เป็น epimorphism
ดังนั้นจะเห็นได้ชัดว่า $\mu \circ f$ เป็น fuzzy set ของเซต X
สมมติให้ $x, y \in X$ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
(\mu \circ f)(x * y) &= \mu\big(f(x * y)\big) \\
&= \mu\big(f(x) * f(y)\big) \\
&\geq N\big(\mu(f(x)), \mu(f(y))\big) \\
&= N\big((\mu \circ f)(x), (\mu \circ f)(y)\big)
\end{aligned}$$

และจะสรุปได้ว่า $\mu \circ f$ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

นิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันใดๆบน d-algebra X และให้ μ เป็น fuzzy set ของเซต $f(X)$ แล้วเราจะเรียก fuzzy set $\mu \circ f$ ว่าเป็น preimage ของ μ ภายใต้ f

ทฤษฎีบทประกอบ สำหรับทุก epimorphism preimage ของ *N*-fuzzy d-subalgebras สำหรับ d-algebra X จะเป็น *N*-fuzzy d-subalgebra

บทที่ 4 สรุปผลและข้อเสนอแนะของการทดลอง

สรุปผลการทดลอง

สำหรับโครงสร้างพีชคณิต d-algebra กับ triangular norm เราจะได้ข้อสรุปดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท กำหนดให้เซต X เป็น d-algebra และกำหนด $a \in [0,1]$ พร้อมกับถ้ามี μ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของ X แล้วเราจะสามารถพิสูจน์ได้ว่า

1. ถ้า $a = 1$ แล้ว upper level ของ μ บน X, $U(\mu, a)$ จะเป็นเซตว่างหรือไม่ก็เป็น d-subalgebra ของเซต X
2. ถ้า $N = \min$ แล้วจะได้ว่า $U(\mu, a)$ จะเป็นเซตว่างหรือไม่ก็เป็น d-subalgebra ของเซต X
3. ถ้า $N = \min$ แล้วจะได้ว่า $\mu(0) \geq \mu(x)$ สำหรับทุก $x \in X$

ทฤษฎีบท ให้เซต X เป็น d-algebra และสมมติให้ μ_1 และ μ_2 เป็น *N*-fuzzy d-subalgebras ของเซต X ดังนั้น $\mu_1 \times \mu_2$ จะกลายเป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

ทฤษฎีบท กำหนดให้ $f : X \to Y$ เป็น epimorphism บน d-algebras และสมมติว่า μ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของ Y แล้วจะได้ว่า $\mu \circ f$ เป็น *N*-fuzzy d-subalgebra ของเซต X

ทฤษฎีบทประกอบ สำหรับทุก epimorphism preimage ของ *N*-fuzzy d-subalgebras สำหรับ d-algebra X จะเป็น *N*-fuzzy d-subalgebra

บรรณานุกรม

[1] M. Akram and K.H. Dar, “On Fuzzy d-algebras,” Journal of Mathematics (Punjab University), vol. 37, pp. 61-76, 2005.

[2] Q.P. Hu and X. Li, “On BCH-algebras,” Mathematics Seminar Notes (Kobe University), vol. 11, pp. 313-320, 1983.

[3] Q.P. Hu and X. Li, “On proper BCH-algebras,” Mathematica Japonica, vol. 30, pp. 659-661, 1985.

[4] Y. Imai and K. Iséki, “On axiom systems of propositional calculi XIV,” Proc. Japan Academy, vol. 42, pp. 19–22, 1966

[5] K. Iséki, “An algebra related with a propositional calculus,” Proc. Japan Academy, vol. 42, pp. 26–29, 1966.

[6] J. Neggers and H.S. Kim, “On d-algebras,” Mathematica Slovaca, vol. 49, pp. 19-26, 1999.

[7] L.A. Zadek, “Fuzzy sets,” Information and Control, vol. 8, pp. 338-353, 1965.

ประวัติคณะผู้วิจัย

ประวัติผู้วิจัย

1. ชื่อ - นามสกุล (ภาษาไทย) ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชาญวิทย์ ปราบพยัคฆ์
   ชื่อ - นามสกุล (ภาษาอังกฤษ) Asst.Prof. Chanwit Prabpayak
2. เลขหมายบัตรประจำตัวประชาชน -
3. ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์
   เวลาที่ใช้ทำวิจัย 20 ชั่วโมง/สัปดาห์
4. หน่วยงานและสถานที่อยู่ที่ติดต่อได้สะดวก พร้อมหมายเลขโทรศัพท์ โทรสาร และไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ (e-mail)

   สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
   มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร
   เลขที่ 1381 ถ.ประชาราษฎร์ สาย 1 แขวงบางซื่อ เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800
   โทรศัพท์: 02-9132424
   E-mail: chanwit.p@rmutp.ac.th
5. ประวัติการศึกษา

   2557 PhD (Dr.rer.nat.)
   Karl-Franzens University Graz, Austria
   2552 วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาคณิตศาสตร์
   มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
   2548 วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์
   มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
6. สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ (แตกต่างจากวุฒิการศึกษา) ระบุสาขาวิชาการ

   สาขาวิชา Number Theory
   สาขาวิชา Algebra
7. ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการบริหารงานวิจัยทั้งภายในและภายนอกประเทศ โดยระบุสถานภาพในการทำการวิจัยว่าเป็นผู้อำนวยการแผนงานวิจัย หัวหน้าโครงการวิจัย หรือผู้ร่วมวิจัยในแต่ละผลงานวิจัย

   7.1 ผู้อำนวยแผนงานวิจัย : -

   7.2 หัวหน้าโครงการวิจัย :

   1. On ideals and congruences of KUalgebras
   2. On Isomorphisms of KU-algebras
   3. On derivations of BCC-algebras

7.3 งานวิจัยที่ทำเสร็จแล้ว :

1. G. Lettl and C. Prabpayak. 2014. Conductor ideals of orders in algebraic number fields. Arch. Math. 103(2), 133-138.
2. Utsanee Leerawat and Chanwit Prabpayak. 2011. On Outer (\theta,\phi)-Deriva- tions of BCC-Algebras. Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS). Vol. 58 No.1, 49-60.
3. C. Prabpayak and U. Leerawat. 2009. On Isomorphisms of KU-algebras. Scientia Magna Journal. Vol. 5 No.3, 26-32.
4. C. Prabpayak and U. Leerawat. 2009. On ideals and congruences of KUalgebras. Scientia Magna Journal. Vol. 5 No.1, 54-57.
5. C. Prabpayak and U. Leerawat. 2009. On derivations of BCC-algebras. Kasetsart Journal (Nat. Sci.) 43, 398-401.