



ศักยภาพและการประยุกต์ใช้งานเครื่องมือวัดการแทรกสอดพลาสมอนิก
The Potential and Applications of Plasmonics Interferometry

ดร. ชัชวาล ศรีภักดี



งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากงบประมาณเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2562
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร



The Potential and Applications of Plasmonics Interferometry

Chatchawal Sripakdee



This research is funded by Faculty of Science and Technology
Rajamangala University of Technology Phra Nakhon
Year 2019

ชื่อเรื่อง : ศักยภาพและการประยุกต์ใช้งานเครื่องมือวัดการแทรกสอดพลาสมาโมนิก
ผู้วิจัย : ดร. ชัชวาล ศรีภักดี
ปีที่ทำการวิจัย : 2562

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้ได้ศึกษาการออกแบบเครื่องมือการแทรกสอดพลาสมาโมนิกโดยประยุกต์ใช้วงแหวนสั่นพ้องแพนด้าระดับไมครอน เอนแทงเกิลโฟตอนที่เกิดจากกระบวนการผสมคลื่นสี่โหมดในวงแหวนสั่นพ้องและเทคนิคการแยกลำแสงแบบควอนตัมตามปรากฏการณ์ของ อู แมนเดล ที่บริเวณรอยต่อระหว่างท่อนำคลื่นและวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า นำไปสู่การวัดสัญญาณความพ้องกันของโฟตอนที่เครื่องวัดสัญญาณ การแทรกสอดของแสงบริเวณด้านบนจากโหมดกระชับที่ศูนย์กลางของวงแหวนสั่นพ้องได้เหนี่ยวนำให้เกิดคลื่นอนุภาคพลาสมาโมนิกขึ้นที่ชั้นผิวนอกของวงแหวนที่ฉาบด้วยทองคำบางระดับนาโนซึ่งสามารถนำไปประยุกต์และวิเคราะห์จำแนกชนิดของอนุภาคระดับไมครอนได้ พบว่าประสิทธิภาพของเครื่องมือการแทรกสอดพลาสมาโมนิกมีค่าปัจจัยคุณภาพในระดับ 10^4 ซึ่งเหมาะสมกับการนำไปประยุกต์ใช้ทางด้านชีววิทยาโมเลกุลได้

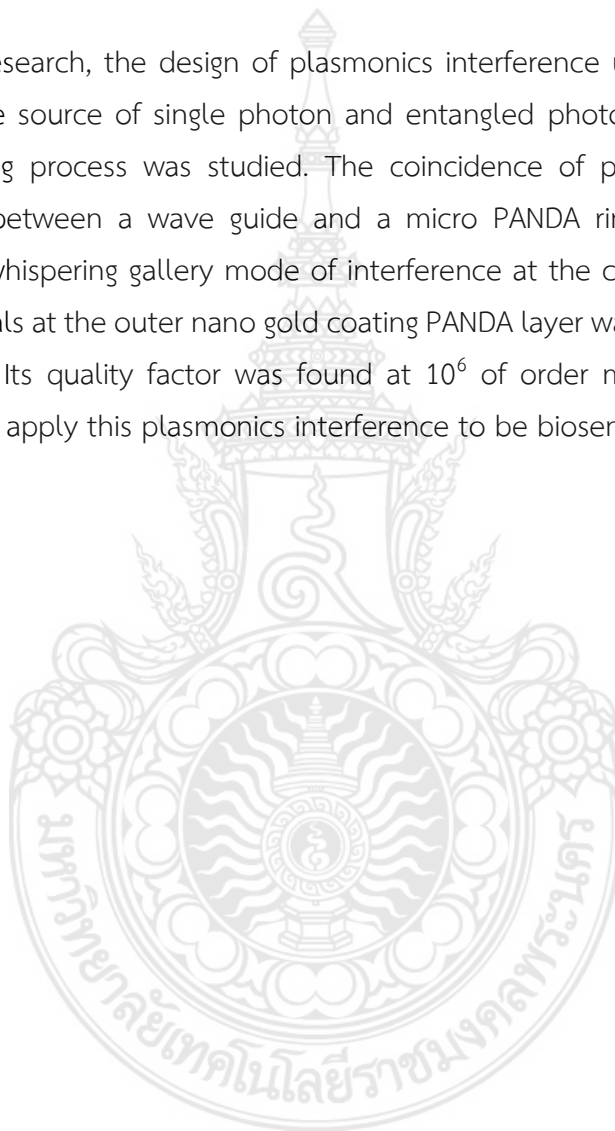


คำสำคัญ: วงแหวนสั่นพ้องระดับไมครอน , การแทรกสอดพลาสมาโมนิก

Title : The Potential and Applications of Plasmonics Interferometr
Researcher : Dr. Chatchawal Sripakdee
Year of research : 2019

Abstract

In this research, the design of plasmonics interference using micro PANDA ring resonator as the source of single photon and entangled photon generation from the four-wave mixing process was studied. The coincidence of photons from Hong Ou Mandel effect between a wave guide and a micro PANDA ring resonator layer was detected. The whispering gallery mode of interference at the central top inducing the plasmonics signals at the outer nano gold coating PANDA layer was used to analyze from micro particles. Its quality factor was found at 10^6 of order magnitude and became appropriately to apply this plasmonics interference to be biosensor.



Keywords: Micro Ring Resonator, Plasmonics Interference

กิตติกรรมประกาศ

รายงานการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากบุคคลที่ให้การสนับสนุนในด้านต่างๆ ดังนี้

ขอขอบคุณ คุณปนิก เจนทรทิน ในการจัดพิมพ์ต้นฉบับและจัดทำรายงานและรูปเล่มงานวิจัย

ขอขอบคุณ ผศ.ดร. ธานินทร์ ปัจจุโส ที่ได้ช่วยออกแบบระบบและทดสอบเครื่องมือวัดสัญญาณต่างๆที่เกี่ยวข้อง

สุดท้ายขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่สนับสนุนเงินทุนการวิจัย

ดร. ชัชวาล ศรีภักดี



สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	A
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	B
กิตติกรรมประกาศ	C
บัญชีภาพประกอบ	E
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	1
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย	1
1.4 ทฤษฎี สมมุติฐาน และกรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย	1
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	1
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	2
2.1 วงแหวนสั่นพ้องแพนด้า	2
2.2 ทฤษฎีควอนตัมของแสง	3
2.3 ปรากฏการณ์ ฮอง - อู - แมนเดล	19
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	24
3.1 ลำดับขั้นการวิจัย	24
3.2 การแทรกสอดเชิงแสงแบบควอนตัม	24
3.3 การกล้ำของคลื่นที่แผ่ในท่อนำคลื่นแบบสั่นพ้อง	32
3.4 การออกแบบวงแหวนสั่นพ้องสำหรับการแทรกสอดพลาสมอนิก	33
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	34
4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	34
4.2 ผลการวิเคราะห์ศึกษาประสิทธิภาพของวงแหวนสั่นพ้อง	35
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ	36
5.1 สรุปผล	36
5.2 ข้อเสนอแนะ	36
บรรณานุกรม	37
ภาคผนวก	38
ผ.1 นำเสนองานวิจัยแบบโปสเตอร์ เรื่อง Designing and Application of Plasmonic Interferometry	39
ประวัติผู้วิจัย	46

บัญชีภาพประกอบ

รูปที่		หน้า
2.1	แสดงแผนภาพของเครื่องมือโฮโมตาย แสงตัวสั้นเฉพาะที่อยู่ในสถานะโคฮีเรนต์แบบโมดเดี่ยว ค่ากำลังของความต่างกระแสไฟฟ้าถูกวัดโดยเครื่องวิเคราะห์สเปกตรัม	9
2.2	ความไม่อิสระของกำลังที่ปกติแล้วที่ขึ้นกับมุมเฟสของการสั้นเฉพาะที่มีค่าพารามิเตอร์บีบอัด $r = 0.3$ กำลังของสัญญาณรบกวนที่เป็นปกติแล้วมีหน่วยเป็นเดซิเบล (dB) ซึ่งได้มาจากสูตร $10 \log_{10} \langle S \rangle$	11
2.3	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังที่ขึ้นกับมุมเฟสของการสั้นเฉพาะที่มีค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r = 0.3$ สภาพมองเห็นได้ $\zeta = 0.95$ และการสูญเสีย $L = 0.2$	13
2.4	ไดอะแกรมการสูญเสีย สถานะสัญญาณภาคบีบอัด -3 dB มีค่าการสูญเสียหลังจากการดูดกลืนระดับการบีบอัดที่สังเกตได้ลดลงเป็น -1.2 dB	14
2.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังและประสิทธิภาพการตรวจจับ ζ โดยมีค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r = 3$	14
2.6	แสดงความน่าจะเป็นที่โฟตอน 2 อนุภาค เข้าและออกจากตัวแยกลำแสง	20
2.7	ความสัมพันธ์ระหว่างการหน่วงเชิงเวลาและการเกิดความบังเอิญพร้อมกันของคูโฟตอน	22
3.1	เครื่องมือการแทรกสอดของแสงแบบ มาช - เซนเดอร์ (March - Zehnder)	27
3.2	องค์ประกอบของเครื่องมือการแทรกสอดพลาสมอนิก	33
4.1	ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของสัญญาณส่งผ่านและความยาวคลื่น	34
4.2	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าปัจจัยคุณภาพ Q_c และความกว้างของทอวงแหวนสั้นพ้อง (RRW) และของท่อนำคลื่น (WGW)	35

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

การประยุกต์ใช้ความรู้ทางด้านการแทรกสอดของแสง สามารถนำมาสร้างเป็นอุปกรณ์ชนิดใหม่ๆที่สามารถวัดปริมาณที่เกี่ยวข้องในระดับนาโนจากการแทรกสอดของแสงที่มีประสิทธิภาพ มีความสะดวกและแม่นยำ ประยุกต์ใช้ง่าย

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

เพื่อศึกษาศักยภาพตลอดจนการประยุกต์ใช้งานจากเครื่องมือวัดจากการแทรกสอดของแสงระดับไมครอน และมีความแม่นยำในการวัดสัญญาณในระดับนาโน

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

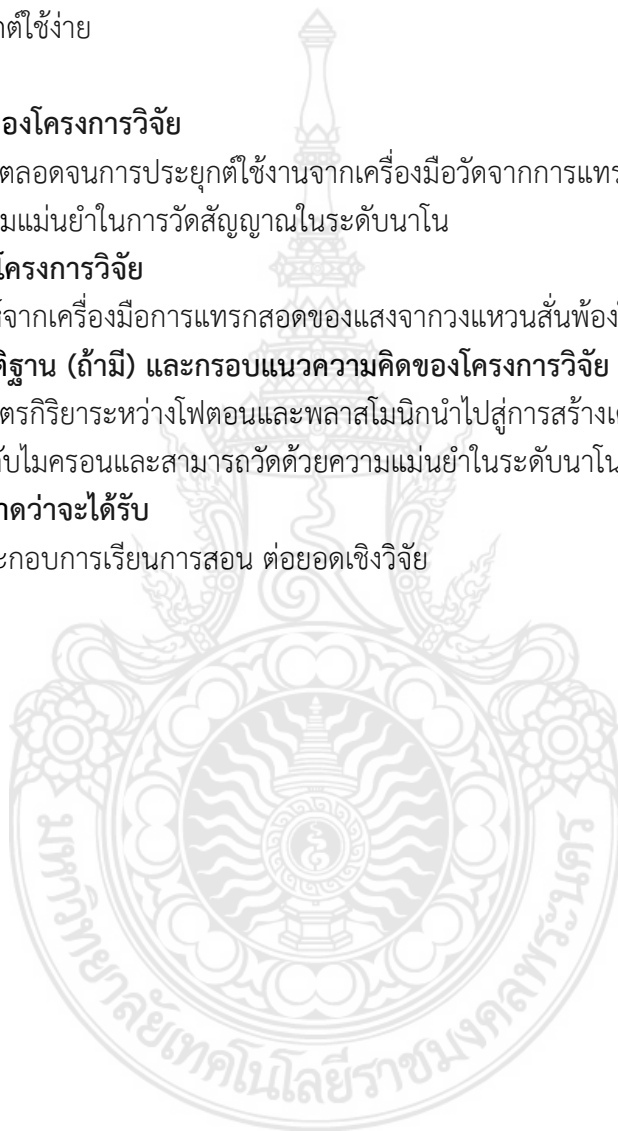
ศึกษาและวิเคราะห์จากเครื่องมือการแทรกสอดของแสงจากวงแหวนสั่นพ้องในระดับไมครอนเท่านั้น

1.4. ทฤษฎี สมมติฐาน (ถ้ามี) และกรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย

อันตรกิริยาระหว่างโฟตอนและพลาสมอนิกนำไปสู่การสร้างเครื่องมือวัดการแทรกสอดของแสงในระดับไมครอนและสามารถวัดด้วยความแม่นยำในระดับนาโนได้

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ด้านวิชาการ ใช้ประกอบการเรียนการสอน ต่อยอดเชิงวิจัย



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 วงแหวนสั้นพ้องระดับไมครอน

วงแหวนสั้นพ้องระดับไมครอนทำงานบนหลักการของการสะท้อนกลับหมด การแทรกสอดของแสงแบบเสริม และการกล้ำของแสง โดยที่ผิวสัมผัสบริเวณรอยต่อระหว่างเส้นใยแก้วนำแสงและวงแหวนสั้นพ้องจะขึ้นอยู่กับค่าคงที่ของการกล้ำ κ และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน t ที่ผิวสัมผัสจะพบว่า $|\kappa|^2 + |t|^2 = 1$ และรัศมีของวงแหวนสั้นพ้อง r ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าที่แผ่ตามเส้นใยแก้วนำแสงระดับไมครอน E_{i1} และสนามไฟฟ้าที่แผ่ในวงแหวนสั้นพ้องระดับไมครอน E_{i2} ที่ผิวสัมผัส คือ

$$\begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & \kappa \\ -\kappa^* & t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

โดยที่ * หมายถึง ค่าสังยุคเชิงซ้อนของ κ และ t ตามลำดับ แมทริกซ์มีความสมมาตร ดังนั้น $|\kappa|^2 + |t|^2 = 1$ เพื่อให้แบบจำลองมีความง่ายเราจะเลือกให้ E_{i1} มีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น การรวมภายในวงแหวนสั้นพ้องจะกำหนดโดย

$$E_{i2} = \alpha e^{i\theta} E_{i2} \quad (2)$$

โดย $i = \sqrt{-1}$ และ α คือ ส.ป.ส.การสูญเสียภายในวงแหวน และ $\theta = \omega L / c$ โดยที่ L คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของวงแหวน $L = 2\pi r$ และ c คือ ความเร็วเฟสของโหมดวงแหวน $c = c_0 / n_{\text{eff}}$ และ $\omega = kc_0$ โดย c_0 คือ อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ ดัชนีหักเหสัมพัทธ์ n_{eff} เขียนได้ในรูป

$$\beta = k \cdot n_{\text{eff}} = \frac{2\pi \cdot n_{\text{eff}}}{\lambda} \quad (3)$$

โดยที่ β คือค่าคงที่การแผ่ ซึ่งจะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\theta = 4\pi n_{\text{eff}} \frac{r}{\lambda} \quad (4)$$

ซึ่งจะทำให้ได้

$$E_{i1} = \frac{-\alpha + t \cdot e^{-i\theta}}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}}$$

$$E_{i2} = \frac{-\alpha \kappa^*}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}}$$

$$E_{i2} = \frac{-\kappa}{1 - \alpha t^* e^{-i\theta}}$$

ทำให้หาค่ากำลังของการส่งผ่าน ในรูป

$$P_{t1} = |E_{i1}|^2 = \frac{\alpha^2 + |t|^2 - 2\alpha |t| \cos(\theta + \varphi_t)}{1 + \alpha^2 |t|^2 - 2\alpha |t| \cos(\theta + \varphi_t)} \quad (5)$$

โดยที่ $t = |t| \exp(i\varphi_t)$ ซึ่ง $|t|$ คือ ค่าสูญเสียของการควบ และ φ_t คือ เฟสของตัวควบ และกำลังในวงแหวน คือ

$$P_{i2} = |E_{i2}|^2 = \frac{\alpha^2(1-|t|^2)}{1+\alpha^2|t|^2-2\alpha|t|\cos(\theta+\varphi_t)} \quad (6)$$

ในสภาวะกำทอน $(\theta+\varphi_t) = 2\pi m$ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็ม จึงได้

$$P_{i1} = |E_{i1}|^2 = \frac{(\alpha+|t|)^2}{(1-\alpha|t|)^2} \quad (7)$$

และ

$$P_{i2} = |E_{i2}|^2 = \frac{\alpha^2(1-|t|^2)}{(1-\alpha|t|)^2} \quad (8)$$

ในกรณีมีการควบกลับกันอย่างอ่อนๆ และ $\lambda \ll \delta\lambda$ ทำให้ได้ช่วงครึ่งความกว้างของยอดคลื่นระยะสูงสุด คือ

$$FWHM = 2\delta\lambda = \frac{\kappa^2\lambda^2}{\pi L n_{eff}} \quad (9)$$

พารามิเตอร์ไฟเนส F ของตัวกรองวงแหวนสี่เหลี่ยม คือ อัตราส่วนระหว่าง FSR กับความกว้างแถบของการส่งที่ความยาวค่าหนึ่ง คือ

$$F = \frac{FSR}{FWHM} = \frac{\Delta\lambda}{2\delta\lambda} = \pi \frac{t}{1-t^2} \approx \frac{\pi}{\kappa^2} \quad (10)$$

อีกพารามิเตอร์ที่สัมพันธ์กับไฟเนส คือ ปัจจัยคุณภาพ Q ของตัวกรองวงแหวนสี่เหลี่ยมซึ่งวัดความคมชัดของการส่งที่ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวคลื่นที่ทดลอง กับ ความกว้างของการกำทอน

$$Q = \frac{\lambda}{2\delta\lambda} = \pi \frac{n_{eff}L}{\lambda} \frac{t}{1-t^2} = \frac{n_{eff}L}{\lambda} F \quad (11)$$

ซึ่งก็คือ พลังงานที่เก็บสะสมต่อกำลังสูญเสียหารด้วยวัฏจักรเชิงแสง

การส่งเสริมความเข้มของแสงให้ดีขึ้นหรือปัจจัยสร้างเสริม B กำหนดโดย

$$B = \left| \frac{E_{i2}}{E_{i1}} \right|^2 = \left| \frac{-\alpha\kappa^*}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}} \right|^2 \quad (12)$$

2.2 ทฤษฎีควอนตัมของแสง

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศ ที่ได้จากสมการคลื่นแมกซ์เวลล์ มีตัวแทนของสถานะแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบ [1] คือ

1. สถานะฟอกค์หรือสถานะจำนวน (Fock or Number states)

สถานะแบบนี้มีเวกเตอร์เจาะจงและค่าเจาะจงสอดคล้องกัน คือ

$$\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k |n_k\rangle = n_k |n_k\rangle \quad (13)$$

โดยที่ $n_k = 1, 2, 3, \dots, \infty$ และ ความสัมพันธ์ปกติ คือ

$$\langle n_k | m_k \rangle = \delta_{nm} \quad (14)$$

และการดำเนินการต่อ สถานะสูญญากาศ (vacuum state) ซึ่งมีค่าเจาะจง คือ

$$\hat{a}_k |0\rangle = 0 \quad (15)$$

ดังนั้น จึงเขียนสถานะที่เหลือให้อยู่ในสถานะสูญญากาศได้เป็น

$$|n_k\rangle = \frac{(\hat{a}_k^\dagger)^{n_k}}{(n_k!)^{1/2}} |0\rangle \quad (16)$$

และมีความสัมพันธ์บริบูรณ์ เป็น

$$\sum_{n_k=0}^{\infty} |n_k\rangle \langle n_k| = 1 \quad (17)$$

2. สถานะอาพันธ์ (Coherent states)

เวกเตอร์เคทของสถานะนี้เขียนอยู่ในรูป

$$|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle \quad (18)$$

โดยที่ตัวดำเนินการกระจัด คือ

$$D(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}) \quad (19)$$

โดยที่ α, α^* เป็นจำนวนเชิงซ้อนและสังยุคของมันตามลำดับ

โดยมีค่าเจาะจงสถานะอาพันธ์ คือ

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (20)$$

หรือเขียนในรูปเวกเตอร์เคทที่สัมพันธ์กับสถานะจำนวนได้เป็น

$$|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2) \sum \frac{\alpha^n}{(n!)^{1/2}} |n\rangle \quad (21)$$

3. สถานะบีบอัด (Squeezed states)

สถานะบีบอัดหาได้จากการทำการบีบอัดสถานะอาพันธ์ โดยใช้ตัวดำเนินการบีบอัด ดังสมการ

$$|\alpha, \zeta\rangle = D(\alpha)S(\zeta)|0\rangle \quad (22)$$

โดยที่ตัวดำเนินการบีบอัด คือ

$$S(\zeta) = \exp\left(\frac{\zeta^*}{2} \hat{a}^2 - \frac{\zeta}{2} (\hat{a}^\dagger)^2\right) \quad (23)$$

โดยที่ ζ, ζ^* เป็นจำนวนเชิงซ้อนและสังยุคของมันตามลำดับ

3.1 การสร้างสถานะสูญญากาศบีบอัด

3.1.1 สถานะบีบอัด

ในบทนี้จะได้ให้หมโนทัศน์ของสถานะบีบอัดสูญญากาศ โดยที่สถานะบีบอัดโมดเดี่ยวสามารถลดสัญญาณการรบกวนในควอเดรเจอร์หนึ่งของสนามไฟฟ้าลงได้ในปริภูมิเฟส ทฤษฎีโมดเดี่ยวถูกขยายไปสู่

ทฤษฎีสองโมดซึ่งมีโน้ตส์ของควอเดรเจอร์สองโมดที่จะได้เห็นต่อไป สถานะบีบอัดแบบสองโมดนิยามว่าเป็นสถานะที่สัญญาณการรบกวนในควอเดรเจอร์แบบสองโมดมีค่าน้อยกว่าสถานะสุญญากาศ

ใช้วิธีการแบบสมดุคแบบโฮมอตาในการสังเกตสถานะสุญญากาศบีบอัด และไม่ใช่สัญญาณรบกวนในโมดเดี่ยวแต่เป็นสัญญาณรบกวนแบบสองโมดที่ถูกวัดด้วยวิธีโฮมอตา จึงได้กล่าวถึงทฤษฎีของวิธีการโฮมอตาในบทนี้ด้วย

3.1.2 ทฤษฎีสนามไฟฟ้าแบบโมดเดี่ยว

สนามไฟฟ้าที่ถูกควอนไทซ์แล้วแบบโมดเดี่ยวในรูปแบบตัวแทนไฮเซนเบิร์ก เขียนแทนด้วยสมการ

$$\hat{E}(z, t) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 V}} \hat{a} \exp(-i(\omega t - kz)) + \text{h.c.} \right] \quad (24)$$

โดยที่ ω, k และ V คือ ความถี่เชิงมุม เลขคลื่น และ ปริมาตรโมดของการควอนไทซ์ ตามลำดับ \hat{a} คือ ตัวดำเนินการทำลายของสนามและสอดคล้องกับความสัมพันธ์การสลับที่

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad (25)$$

สมการ สามารถแปลงให้เป็น

$$\hat{E}(z, t) = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 V}} \left[\hat{x}_\phi \cos(\omega t - kz - \phi) + \hat{x}_{\phi+\pi/2} \sin(\omega t - kz - \phi) \right] \quad (26)$$

ด้วยตัวดำเนินการควอเดรเจอร์

$$\hat{x}_\phi = \frac{\hat{a}e^{-i\phi} + \hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2} \quad (27)$$

$$\hat{x}_{\phi+\pi/2} = \frac{\hat{a}e^{-i\phi} - \hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2i} \quad (28)$$

ความสัมพันธ์การสลับที่ระหว่างควอเดรเจอร์ทั้งสองนี้ คือ

$$[\hat{x}_\phi, \hat{x}_{\phi+\pi/2}] = \frac{i}{2} \quad (29)$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ของความไม่แน่นอน คือ

$$\langle (\Delta \hat{x}_\phi)^2 \rangle \langle (\Delta \hat{x}_{\phi+\pi/2})^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \quad (30)$$

โดยที่สัญญาณการรบกวนหรือความแปรปรวนของควอเดรเจอร์ คือ

$$\langle (\Delta \hat{x}_\phi)^2 \rangle = \langle \hat{x}_\phi^2 \rangle - \langle \hat{x}_\phi \rangle^2 \quad (31)$$

3.1.3 สถานะสุญญากาศแบบโมดเดี่ยว

นิยามของสถานะสุญญากาศ $|0\rangle$ คือ

$$\hat{a}|0\rangle = 0 \quad (32)$$

ค่าคาดหวังของสนามไฟฟ้าและกำลังสองของมัน คือ

$$\langle 0 | \hat{E} | 0 \rangle = 0 \quad (33)$$

$$\langle 0 | \hat{E}^2 | 0 \rangle = \frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \quad (34)$$

ตามลำดับ ดังนั้นสัญญาณการรบกวนของสนามไฟฟ้าถูกกำหนดโดย

$$\langle 0 | (\Delta \hat{E})^2 | 0 \rangle = \frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V} \quad (35)$$

ค่าคาดหวังของควอเดรเจอร์ กำลังสองของมัน และสัญญาณการรบกวนควอเดรเจอร์ คือ

$$\langle 0 | \hat{x}_\phi | 0 \rangle = 0 \quad (36)$$

$$\langle 0 | \hat{x}_\phi^2 | 0 \rangle = \frac{1}{4} \quad (37)$$

$$\langle 0 | (\Delta \hat{x}_\phi)^2 | 0 \rangle = \frac{1}{4} \quad (38)$$

ตามลำดับ เนื่องจากสถานะสุญญากาศสอดคล้องกับสมการ ดังนั้น สถานะสุญญากาศจึงเป็นสถานะที่มีความไม่แน่นอนที่มีค่าต่ำสุดเมื่อเทียบกับอีกควอเดรเจอร์หนึ่ง

3.1.4 สถานะบีบอัดแบบโมดเดียว

ทฤษฎีควอนตัมเปิดโอกาสให้กระจายควอเดรเจอร์สัญญาณรบกวนได้ พิจารณาสถานะที่ $\langle (\Delta \hat{x}_\phi)^2 \rangle$ มีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{4}$ ขณะที่ $\langle (\Delta \hat{x}_{\phi+\pi/2})^2 \rangle$ มีค่ามากกว่า $\frac{1}{4}$ สถานะดังกล่าว เรียกว่า สถานะบีบอัด โดยสถานะบีบอัดโมดเดียว มีนิยามว่า

$$|\psi\rangle_s = \hat{S}_s(\eta) |0\rangle \quad (39)$$

โดยที่ตัวดำเนินการบีบอัดยูนิทารี

$$\hat{S}_s(\eta) = \exp \left[\frac{1}{2} [\eta^* \hat{a}^2 - \eta (\hat{a}^\dagger)^2] \right], \quad \eta = r e^{i\theta} \quad (40)$$

เรียก r ว่า พารามิเตอร์บีบอัด ตัวดำเนินการบีบอัดมีคุณสมบัติการแปลงที่มีประโยชน์ คือ

$$\hat{S}_s^\dagger(\eta) \hat{a} \hat{S}_s(\eta) = \hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r, \quad (41)$$

$$\hat{S}_s^\dagger(\eta) \hat{a}^\dagger \hat{S}_s(\eta) = \hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh r \quad (42)$$

โดยค่าคาดหวังของควอเดรเจอร์ x_ϕ สำหรับสถานะบีบอัด คือ

$${}_s \langle \psi | \hat{x}_\phi | \psi \rangle_s = 0 \quad (43)$$

$${}_s \langle \psi | \hat{x}_\phi^2 | \psi \rangle_s = \frac{1}{4} (\cosh 2r - \cos(\theta - 2\phi) \sinh 2r) \quad (44)$$

เมื่อ $\theta = 2\phi$ สัญญาณรบกวนจึงเขียนได้ว่า

$${}_s \langle \psi | \hat{x}_\phi^2 | \psi \rangle_s = \frac{1}{4} e^{-2r} \quad (45)$$

$${}_s \langle \psi | \hat{x}_{\phi+\pi/2}^2 | \psi \rangle_s = \frac{1}{4} e^{2r} \quad (46)$$

สถานะนี้สอดคล้องกับสมการ นั่นคือ สถานะบีบอัดเป็นสถานะหนึ่งที่มีค่าของความไม่แน่นอนต่ำที่สุด และมีสัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ $\langle (\Delta \hat{x}_{\phi})^2 \rangle$ มีค่าน้อยกว่าของสถานะสุญญากาศเมื่อ $r > 0$

3.1.5 ทฤษฎีสนามไฟฟ้าแบบสองโหมด

สนามไฟฟ้าแบบสองโหมดประกอบด้วย $\omega \pm \delta$ สามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{E}(z, t) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 V}} [\hat{a}_{\omega+\delta} \exp(-i((\omega+\delta)t - kz)) + h.c.] \quad (47)$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 V}} [\hat{a}_{\omega-\delta} \exp(-i((\omega-\delta)t - kz)) + h.c.] \quad (48)$$

โดยความสัมพันธ์การสลับที่ของตัวดำเนินการสนาม คือ

$$[\hat{a}_{\omega\pm\delta}, \hat{a}_{\omega\pm\delta}^\dagger] = 1, \quad (49)$$

$$[\hat{a}_{\omega\pm\delta}, \hat{a}_{\omega\mp\delta}^\dagger] = 0 \quad (50)$$

สมการ สามารถเขียนได้ในรูป

$$\hat{E}(z, t) = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 V}} [\hat{X}(\delta, \phi) \cos(\omega t - kz - \phi) + \hat{X}(\delta, \phi + \pi/2) \sin(\omega t - kz - \phi)] \quad (51)$$

โดยที่แอมพลิจูดเฟสควอเดรเจอร์แบบสองโหมด คือ

$$\hat{X}(\delta, \phi) = \frac{\hat{a}_{\omega+\delta} e^{-i(\delta t + \phi)} + \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i(\delta t + \phi)} + \hat{a}_{\omega-\delta} e^{-i(-\delta t + \phi)} + \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{i(-\delta t + \phi)}}{2\sqrt{2}} \quad (52)$$

$$\hat{X}(\delta, \phi + \pi/2) = \frac{\hat{a}_{\omega+\delta} e^{-i(\delta t + \phi)} - \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i(\delta t + \phi)} + \hat{a}_{\omega-\delta} e^{-i(-\delta t + \phi)} - \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{i(-\delta t + \phi)}}{2\sqrt{2}i} \quad (53)$$

และความสัมพันธ์การสลับที่ระหว่างควอเดรเจอร์แบบสองโหมด คือ

$$[\hat{X}(\delta, \phi), \hat{X}(\delta, \phi + \pi/2)] = \frac{i}{2}, \quad (54)$$

และอสมการหลักความไม่แน่นอน คือ

$$\langle (\Delta \hat{X}(\delta, \phi))^2 \rangle \langle (\Delta \hat{X}(\delta, \phi + \pi/2))^2 \rangle \geq \frac{1}{16} \quad (55)$$

3.1.6 สถานะบีบอัดแบบสองโหมด

เราเคยพิจารณาสถานะสุญญากาศบีบอัดแบบโหมดเดียวแล้ว ตอนนี้จะขยายแนวความคิดไปสู่สถานะสุญญากาศบีบอัดแบบสองโหมด โดยนิยาม

$$|\psi\rangle_T = \hat{S}_T(\eta)|0\rangle \quad (56)$$

โดยที่ ตัวดำเนินการการบีบอัดแบบสองโมด \hat{S}_T ถูกกำหนดโดย

$$\hat{S}_T(\eta) = \exp(\eta^* \hat{a}_{\omega+\delta} \hat{a}_{\omega-\delta} - \eta \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger) , \quad \eta = re^{i\theta} \quad (57)$$

ด้วยความสัมพันธ์การสลับที่

$$[\eta \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger - \eta^* \hat{a}_{\omega+\delta} \hat{a}_{\omega-\delta}, \hat{a}_{\omega\pm\delta}] = -\eta \hat{a}_{\omega\mp\delta}^\dagger, \quad (58)$$

ซึ่งทำให้ได้สูตรที่มีประโยชน์มาก คือ

$$\hat{S}_T^\dagger(\eta) \hat{a}_{\omega\pm\delta} \hat{S}_T(\eta) = \hat{a}_{\omega\pm\delta} \cosh r - \hat{a}_{\omega\mp\delta}^\dagger e^{i\theta} \sinh r \quad (59)$$

ค่าคาดหวังของสัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์แบบสองโมดและกำลังสองของมันตามลำดับ คือ

$${}_T \langle \psi | \hat{X}(\delta, \phi) | \psi \rangle_T = 0, \quad (60)$$

$${}_T \langle \psi | \hat{X}^2(\delta, \phi) | \psi \rangle_T = \frac{1}{4} (\cosh 2r - \cos(\theta - 2\phi) \sinh 2r) \quad (61)$$

สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์แบบสองโมดถูกกำหนดโดย

$${}_T \langle \psi | (\Delta \hat{X}(\delta, \phi))^2 | \psi \rangle_T = \frac{1}{4} (\cosh 2r - \cos(\theta - 2\phi) \sinh 2r) \quad (62)$$

เมื่อ $\theta = 2\phi$ สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ คือ

$${}_T \langle \psi | (\Delta \hat{X}(\delta, \phi))^2 | \psi \rangle_T = \frac{1}{4} e^{-2r}, \quad (63)$$

$${}_T \langle \psi | (\Delta \hat{X}(\delta, \phi + \pi/2))^2 | \psi \rangle_T = \frac{1}{4} e^{2r}, \quad (64)$$

สัญญาณรบกวนควอเดรเจอร์ของสถานะสัญญาณภาคแบบสองโมด คือ

$${}_T \langle 0 | (\Delta \hat{X}(\delta, \phi))^2 | 0 \rangle_T = \frac{1}{4}, \quad (65)$$

ดังนั้น $\langle (\Delta \hat{X}(\delta, \phi))^2 \rangle$ มีค่าน้อยกว่ากรณีของสถานะสัญญาณภาคเมื่อ $r > 0$

3.2 พลศาสตร์ของสนามไฟฟ้าในท่อดวงแหวนสั้นพ้องแผนด้า

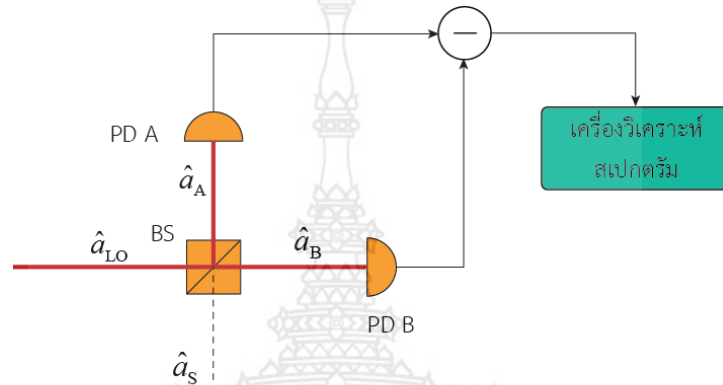
ให้ E_{in} , E_{out} สนามไฟฟ้าขาเข้าและขาออกที่วงแหวนสั้นพ้องแผนด้าตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์

$$\left| \frac{E_{out}}{E_{in}} \right|^2 = (1-\gamma)^2 \left[1 - \frac{\kappa [1 - (1-\gamma)^2 \tau^2]}{1 + (1-\gamma)^2 (1-\kappa)\tau - 2(1-\gamma)\sqrt{1-\kappa\tau} \cos \phi} \right] \quad (66)$$

โดยที่ $\tau = \exp(-\alpha L/2)$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียความเข้มในการแผ่วนครบหนึ่งรอบของสนามไฟฟ้า, L คือ ความยาวหรือเส้นรอบวงของวงแหวนแพนด้า, κ คือ สัมประสิทธิ์คู่ควบความเข้มสนามไฟฟ้าที่บริเวณรอยต่อ และ γ คือ สัมประสิทธิ์คู่ควบการสูญเสียความเข้มสนามไฟฟ้า

3.3 การประยุกต์วิธีโฮโมดาายแบบสมดุลกับการสั้นแวงเฉพาะที่โมโนโครมาติก

วิธีการโฮโมดาายแบบสมดุลเชิงแสงเพื่อวัดสัญญาณรบกวนควอเตรเจอร์ของสัญญาณแสง การจัดอุปกรณ์ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงแผนภาพของเครื่องมือโฮโมดาาย แสงตัวสั้นแวงเฉพาะที่อยู่ในสถานะโคฮีเรนซ์แบบโมดเดี่ยว ค่ากำลังของความต่างกระแสไฟฟ้าถูกวัดโดยเครื่องวิเคราะห์สเปกตรัม

สัญญาณแสง \hat{a}_s ผสมกับตัวแยกลำแสงด้วยตัวสั้นแวงโมโนโครมาติกเฉพาะที่ \hat{a}_{LO} ที่อยู่ในสถานะโคฮีเรนซ์ เอาท์พุททั้งสอง $\hat{a}_{A,B}$ ถูกตรวจจับด้วยตัวตรวจจับโฟโตดีเทคเตอร์ PD A และ PD B ตามลำดับ และค่ากำลังสเปกตรัมของกระแสไฟฟ้าของแต่ละอันก็สามารถวัดได้ด้วยตัววิเคราะห์สเปกตรัม จากความสัมพันธ์อินพุท เอาท์พุทของตัวแยกลำแสง BS สนามไฟฟ้าขาออกสามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \hat{a}_{LO}(t) + i\hat{a}_s(t) \}, \quad (67)$$

$$\hat{a}_B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ i\hat{a}_{LO}(t) + \hat{a}_s(t) \}, \quad (68)$$

ตามลำดับ เนื่องจากตัวสั้นเชิงแสงเฉพาะที่ อยู่ในสถานะโคฮีเรนซ์ ดังนั้น ตัวดำเนินการการทำลายจึงสามารถเป็นจำนวนเชิงซ้อนได้

$$\hat{a}_{LO}(t) = \alpha e^{-i\omega t}, \quad (69)$$

$$\alpha = |\alpha_{\text{mono}}| e^{i\theta} \quad (70)$$

โดยปกติการสถานะสัญญาณคาบอัดผลิตโดยผลึกไม่เชิงเส้นจะมีการกระจายความถี่ในช่วง $\Delta\omega > 10$ MHz อย่างไรก็ตามเราสามารถละทิ้งองค์ประกอบความถี่ของสนามไฟฟ้าสัญญาณอื่น

$\hat{a}_{\omega\pm\delta}e^{i(\omega\pm\delta)t}$ เนื่องจากตัวแยกสเปกตรัมวัดกำลังของบีตส์ δ ดังนั้น สนามไฟฟ้าของสัญญาณจึงสามารถเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_s(t) = \hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t} \quad (71)$$

แทนสมการ และ ลงในสมการ และ จะได้

$$\hat{a}_A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha e^{-i\omega t} + i\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + i\hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t}) \quad (72)$$

$$\hat{a}_B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha e^{-i\omega t} + \hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\omega+\delta)t} + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(\omega-\delta)t}) \quad (73)$$

ความแตกต่างระหว่างกระแสไฟฟ้าระหว่าง PD A และ PD B กำหนดโดย

$$\begin{aligned} \Delta\hat{I} &= C(\hat{a}_A^\dagger(t)\hat{a}_A(t) - \hat{a}_B^\dagger(t)\hat{a}_B(t)) \\ &= iC[\alpha * \hat{a}_{\omega+\delta} - \alpha\hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{-i\delta t} + (\alpha * \hat{a}_{\omega-\delta} - \alpha\hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i\delta t})] \\ &= C|\alpha_{\text{mono}}|[\hat{a}_{\omega+\delta}e^{-i(\delta t+(\theta-\pi/2))} + \hat{a}_{\omega+\delta}^\dagger e^{i(\delta t+(\theta-\pi/2))} \\ &\quad + \hat{a}_{\omega-\delta}e^{-i(-\delta t+(\theta-\pi/2))} + \hat{a}_{\omega-\delta}^\dagger e^{i(-\delta t+(\theta-\pi/2))}] \\ &= 2\sqrt{2}|\alpha_{\text{mono}}|\hat{X}(\delta, \theta - \pi/2) \end{aligned} \quad (74)$$

โดยที่ คอแตรเจอร์แบบสองโมด $\hat{X}(\delta, \theta)$ นิยามตามสมการ (72) จากทฤษฎีไวเนอร์-ชินท์ไซน์ (Wiener - Khintchine) ฟังก์ชันสเปกตรัมความหนาแน่น $\langle \hat{S}_{\text{mono}} \rangle$ ของ $\Delta\hat{I}$ นิยามว่า

$$\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta') \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \langle \Delta\hat{I}(t)\Delta\hat{I}(t+\tau) \rangle \cos \delta'\tau \quad (75)$$

แทนสมการ (74) ลงในสมการ (75) จะได้

$$\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta') \rangle = 8(C|\alpha_{\text{mono}}|)^2 \langle \hat{X}^2(\delta, \theta - \pi/2) \rangle \delta(\delta' - \delta) \quad (76)$$

โดยที่ $\delta(\delta' - \delta)$ คือ ดิแรกเดลต้าฟังก์ชัน ถ้าสนามไฟฟ้าของสัญญาณอยู่ในสถานะสุญญากาศ ดังนั้น สัญญาณรบกวนที่วัดได้ คือ

$$\langle \hat{S}_{\text{mono}}(\delta, \theta) \rangle_{\text{vac}} = 2C|\alpha_{\text{mono}}|^2 \quad (77)$$

สเปกตรัมกำลังของความต่างกระแสไฟฟ้าซึ่งทำให้ปกติแล้วด้วยระดับสัญญาณรบกวนสุญญากาศ คือ

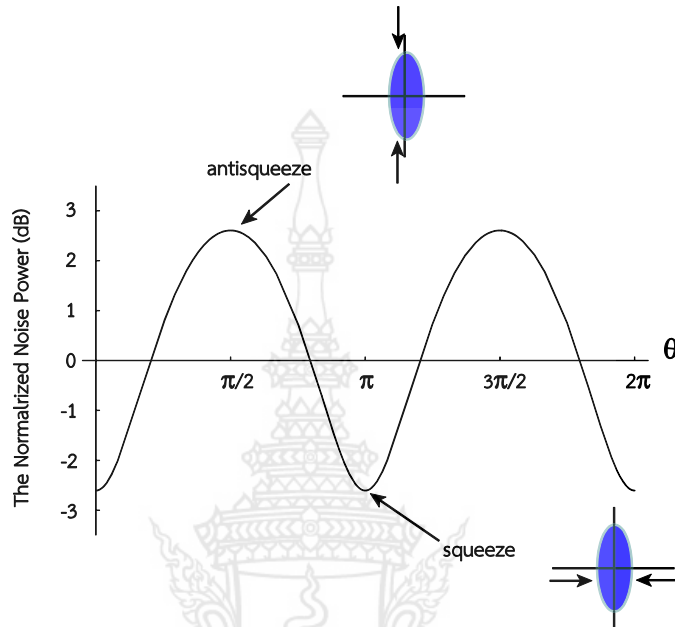
$$\hat{S}_{\text{mono}} = 4\hat{X}^2(\delta, \theta - \pi/2) \quad (78)$$

ยังพบอีกว่า สัญญาณรบกวนคอแตรเจอร์จากทิศทางต่างๆสามารถวัดได้โดยการเปลี่ยนเฟสของตัวส่ง เฉพาะที่

เมื่อสัญญาณของสถานะ $|\psi\rangle$ เป็นสถานะสุญญากาศบีบอัดแบบสองโมด ค่าคาดหวังของสเปกตรัมกำลังเขียนได้ว่า

$$\langle \psi | \hat{S}_{\text{mono}}(\delta, \theta) | \psi \rangle = \cosh 2r - \cos(\phi - 2\theta + \pi) \sinh 2r \quad (79)$$

โดยที่ ϕ คือ เฟสของสนามไฟฟ้าที่ถูกบีบเข้ามาในกระบวนการขยายสัญญาณเชิงแสงพาราเมตริก ถ้าไม่มีการสูญเสียใดๆเกิดขึ้น เราสามารถให้ $\phi = \pi$ รูปที่ 2.2 แสดงความไม่อิสระของกำลังสัญญาณรบกวนที่ปกติแล้วต่อเฟสของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ θ เมื่อพารามิเตอร์บีบอัด $r = 0.3$ การบีบอัดสูงสุด คือ -2.6 dB และการต่อต้านการบีบอัด คือ +2.6 dB สามารถสังเกตได้เมื่อ $\theta = 0$ และ $\theta = \pi/2$ ตามลำดับ



รูปที่ 2.2 ความไม่อิสระของกำลังที่ปกติแล้วที่ขึ้นกับมุมเฟสของการสั่นเฉพาะที่ มีค่าพารามิเตอร์บีบอัด $r = 0.3$ กำลังของสัญญาณรบกวนที่เป็นปกติแล้วมีหน่วยเป็นเดซิเบล (dB) ซึ่งได้มาจากสูตร $10 \log_{10} \langle \hat{S} \rangle$

3.4 การเหลื่อมทับกันเชิงปริภูมิของลำแสงสัญญาณกับตัวสั่นเฉพาะที่

ที่ผ่านมาเรายังไม่ได้พิจารณาโหมดปริภูมิของสัญญาณแสงและแสงของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ซึ่งในทางแฝงแล้วต้องมีอยู่เช่นเดียวกัน เนื่องจากวิธีไฮโมดาวยัดสัญญาณควอเดรเจอร์ของสนามไฟฟ้าของโหมดปริภูมิว่าเป็นของตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่ ซึ่งการเหลื่อมซ้อนทับกันเชิงปริภูมิระหว่างสัญญาณแสงและตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่มีความสำคัญมาก ให้ ξ เป็นการเหลื่อมซ้อนทับกันระหว่างการสั่นเฉพาะที่กับลำแสงสัญญาณ ตัวสั่นแกว่งเฉพาะที่แบ่งออกเป็นสองโหมด ดังนี้

$$\hat{a}_{LO} = \xi \hat{a}_{LO}^{\square} + \sqrt{1 - \xi^2} \hat{a}_{LO}^{\perp}, \quad (80)$$

โดยที่ โหมดปริภูมิของ \hat{a}_{LO}^{\square} มีค่าเช่นเดียวกับลำแสงสัญญาณขณะที่โหมดปริภูมิของ \hat{a}_{LO}^{\perp} ตั้งฉากกับของลำแสงสัญญาณ สมการ (66) และสมการ (67) สามารถอนุพัทธ์ต่อไปสู่สองโหมด ได้ คือ

$$\hat{a}_A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \hat{a}_{LO}^{\square}(t) + i \hat{a}_S^{\square}(t) \}, \quad (81)$$

$$\hat{a}_B^\square(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{i\hat{a}_{Lo}^\square(t) + \hat{a}_s^\square(t)\}, \quad (82)$$

$$\hat{a}_A^\perp(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\hat{a}_{Lo}^\perp(t) + i\hat{a}_s^\perp(t)\}, \quad (83)$$

$$\hat{a}_B^\perp(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{i\hat{a}_{Lo}^\perp(t) + \hat{a}_s^\perp(t)\}. \quad (84)$$

ดังนั้น ตัวดำเนินการทำลายของตัวสั้นเฉพาะที่ในส่วนที่ตั้งฉากและส่วนที่ขนานในสถานะโคฮีเรนต์ จึงเขียนได้ว่า

$$\hat{a}_{Lo}^\square(t) = \xi\alpha e^{-i\omega t}, \quad (85)$$

$$\hat{a}_{Lo}^\perp(t) = \sqrt{1-\xi^2}\alpha e^{-i\omega t}, \quad (86)$$

ตามลำดับ กำลังของความต่างของกระแสไฟฟ้า คือ

$$\hat{S}_{\text{mono}}(\delta, \theta) = \xi^2 \hat{S}_{\text{mono}}^\square(\delta, \theta) + (1-\xi^2) \hat{S}_{\text{mono}}^\perp(\delta, \theta), \quad (87)$$

โดยที่

$$\hat{S}_{\text{mono}}^{\square(\perp)}(\delta, \theta) = 8(C|\alpha_{\text{mono}}|\hat{X}^{\square(\perp)}(\delta, \theta))^2, \quad (88)$$

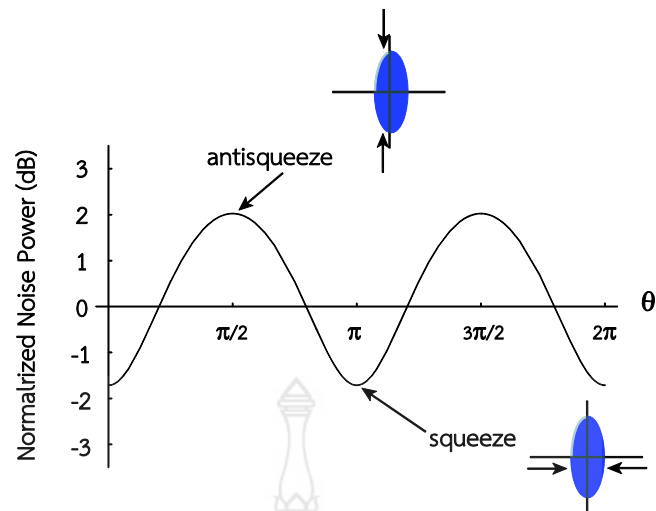
โดยที่ $\hat{X}^{\square(\perp)}$ คือ สัญญาณรบกวนควอดเรเจอร์ของโมดขนาน(ตั้งฉาก)กับตัวสั้นแวงเฉพาะที่ เนื่องจากสถานะที่ต้องกระทำคือสถานะสุญญากาศด้วยตัวดำเนินการ \hat{X}^\perp ดังนั้น สเปกตรัมกำลังที่ปกติแล้วของความแตกต่างกระแสไฟฟ้า จึงเขียนได้เป็น

$$\hat{S}_{\text{mono}}^\square(\delta, \theta) = 4\xi^2(\hat{X}^\square(\delta, \theta))^2 + 1 - \xi^2 \quad (89)$$

ซึ่งสามารถขยายไปสู่กรณีสุญญากาศบีบอัดที่สูญเสียความเข้ม L ก่อนที่จะมาถึงตัวตรวจจับสัญญาณไฮโมดาได้ สเปกตรัมกำลังที่ปกติแล้วจึงเขียนได้ว่า

$$\hat{S}_{\text{mono}}^\square(\delta, \theta) = 4\zeta^2(\hat{X}^\square(\delta, \theta))^2 + 1 - \zeta, \quad (90)$$

โดย $\zeta = (1-L)\xi^2$ คือ ปัจจัยสัมประสิทธิ์การตรวจจับ รูปที่ 3.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังและ θ เฟสของตัวสั้นแวงเฉพาะที่ เมื่อพารามิเตอร์บีบอัด $r = 0.3$ ค่าสภาพที่จะมองเห็นได้ $\xi = 0.95$ และค่าการสูญเสีย $L = 0.2$ ค่าการบีบอัดสูงสุด (-1.7 dB) และค่าต่อต้านการบีบอัด (+2.0 dB) ถูกสังเกตได้โดยการปรับค่าเฟสของตัวสั้นแวงเฉพาะที่ สังเกตว่าระดับการบีบอัดลดลง 0.9 dB (=2.6 dB - 1.7 dB) ขณะที่ระดับการต่อต้านการบีบอัดลดลงเพียง 0.6 dB (=2.6 dB - 2.0 dB) การบีบอัดจึงมีความไวต่อการสูญเสียหรือค่าสภาพที่จะมองเห็นมากกว่าการต่อต้านการบีบอัด



รูปที่ 2.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังซึ่งขึ้นกับมุมเฟสของการสั่นเฉพาะที่ ค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r = 0.3$ สภาพมองเห็นได้ $\xi = 0.95$ และการสูญเสีย $L = 0.2$

ในทฤษฎีควอนตัมของการแผ่รังสีการสูญเสียไม่ได้ทำให้เกิดการลดค่าของจำนวนโฟตอนแต่ยังมีความเกี่ยวข้องกับสัญญาณการรบกวนสุญญากาศ พิจารณาสถานะสุญญากาศบีบอัดบริสุทธิ์ซึ่งมีสัญญาณการรบกวนคอเวอเรเจอร์ เป็น

$$\langle \hat{x}_\phi^2 \rangle = \frac{1}{8} \left(= \frac{1}{2} \times \langle 0 | \hat{x}_\phi^2 | 0 \rangle \right) \quad (91)$$

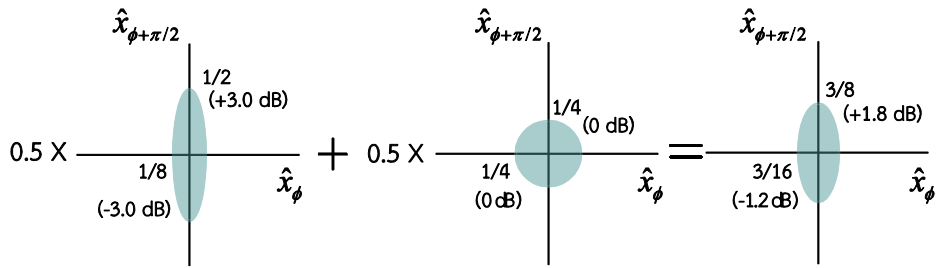
$$\langle \hat{x}_{\phi+\pi/2}^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(= 2 \times \langle 0 | \hat{x}_\phi^2 | 0 \rangle \right) \quad (92)$$

ตามลำดับ กล่าวอีกอย่าง ระดับการบีบอัดและการต่อต้านการบีบอัดของสถานะสุญญากาศบีบอัด คือ -3.0 dB และ +3.0 dB ตามลำดับ ถ้าครึ่งหนึ่งของสุญญากาศการบีบอัดถูกดูดกลืนและสัญญาณรบกวนสุญญากาศถูกฉีดเข้าไปในสถานะดังรูปที่ (3.4) สัญญาณรบกวนคอเวอเรเจอร์เปลี่ยนแปลงค่า ดังนี้

$$\langle \hat{x}_\phi^2 \rangle \rightarrow 0.5 \times \frac{1}{8} + 0.5 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}, \quad (93)$$

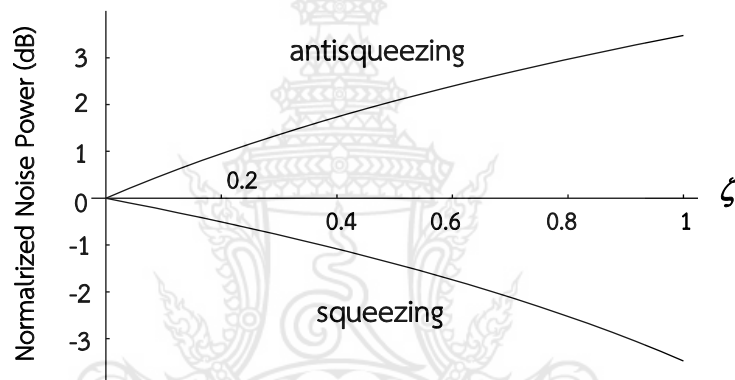
$$\langle \hat{x}_{\phi+\pi/2}^2 \rangle \rightarrow 0.5 \times \frac{1}{2} + 0.5 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}, \quad (94)$$

ตามลำดับ กล่าวอีกอย่าง ระดับการบีบอัดและต่อต้านการบีบอัดของสถานะสุญญากาศเปลี่ยนจาก -1.2 dB และ +1.8 dB ตามลำดับ ขณะที่ระดับการบีบอัดเปลี่ยนแปลง 1.8 dB ระดับการต้านการบีบอัดลดลงเพียง 1.2 dB ความแตกต่างเพิ่มขึ้นถ้าระดับการบีบอัดเริ่มต้นมีค่าสูงกว่า ระดับสถานะสูงๆ สุญญากาศบีบอัดมีความไวต่อการสูญเสียอย่างมาก จากการพิจารณา การบีบอัดมากกว่า -3 dB ไม่สามารถบรรลุได้ด้วยการมีอยู่ของการสูญเสีย 50%



รูปที่ 2.4 ไดอะแกรมการสูญเสีย สถานะสูญญากาศบีบอัด -3 dB มีค่าการสูญเสีย $L = 0.5$ หลังจากการดุดกลืนระดับการบีบอัดที่สังเกตได้ลดลงเป็น -1.2 dB

การขึ้นอยู่กับของการบีบอัดและการต่อต้านการบีบอัดสูงสุดต่อสัมประสิทธิ์การตรวจจับ แสดงในรูปที่ 2.5 ด้วยพารามิเตอร์การบีบอัด $r = 0.3$



รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสเปกตรัมกำลังและประสิทธิภาพการตรวจจับ ζ โดยมีค่าพารามิเตอร์การบีบอัด $r = 3$

3.5 การสร้างสถานะสูญญากาศบีบอัดด้วยวิธีเรโซแนนท์

การสร้างสถานะบีบอัดจะต้องเซตเครื่องมือออกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ ดับเบิลอร์ และ ตัวขยายพาราเมตริกซ์เชิงแสง(ตัวบีบอัด) จึงต้องศึกษาทฤษฎีที่ศนศาสตร์ไม่เชิงเส้นลำดับที่สองในโพรง

3.5.1 โครงสร้างการแผ่ของคลื่นในตัวกลางไม่เชิงเส้น

เมื่อฉายแสงตกกระทบตัวกลางที่ตอบสนองต่อแสงแบบไม่เชิงเส้น แสงจะไปเหนี่ยวนำให้ตัวกลางเกิดโพลาไรเซชันขึ้น ซึ่งจะเป็นสัดส่วนกับระดับขนาดที่สองหรือสูงกว่าของสนามไฟฟ้า ดังนั้นโพลาไรเซชันจึงประกอบด้วยสองส่วนหลัก คือ ส่วนที่ตอบสนองต่อแสงแบบเชิงเส้น P_L และแบบที่ตอบสนองต่อแสงไม่เป็นเชิงเส้น P_{NL} โดยที่โพลาไรเซชันรวม เขียนได้ว่า

$$P = P_L + P_{NL} \tag{95}$$

โดยที่

$$P_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E}, \quad (96)$$

$$P_{NL} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \quad (97)$$

โดยที่ $\chi^{(i)}$ คือ ค่าความอ่อนไหวทางไฟฟ้าลำดับที่ i ซึ่งโดยทั่วไปเป็นเทนเซอร์ลำดับที่ $i+1$ จากสมการแมกซ์เวลล์ การแผ่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลาง คือ

$$\nabla^2 E - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (98)$$

โดยที่ $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi^{(1)})$ เราสนใจเพียงผลเฉลยของความไม่เป็นเชิงเส้นของตัวกลางในลำดับที่ 2 เท่านั้น สมมติว่าเราสนใจเฉพาะผลเฉลยแบบคลื่นระนาบที่มีโพลาไรซ์ตามแนวแกน x เท่านั้น และคลื่นกำลังแผ่ไปตามแนวแกน z ด้วยความถี่ ω_1, ω_2 และ ω_3 ดังนี้

$$E^{(\omega_1)}(z, t) = \frac{1}{2} E_1(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c., \quad (99)$$

$$E^{(\omega_2)}(z, t) = \frac{1}{2} E_2(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + c.c., \quad (100)$$

$$E^{(\omega_3)}(z, t) = \frac{1}{2} E_3(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + c.c., \quad (101)$$

โดยที่ E_i คือ แอมพลิจูดเชิงซ้อนที่แปรค่าอย่างช้าๆ และเราได้ละทิ้งส่วนที่ขึ้นกับเวลาของมันด้วย ดังนั้นสนามไฟฟ้าชั่วขณะ คือ

$$E(z, t) = E^{(\omega_1)}(z, t) + E^{(\omega_2)}(z, t) + E^{(\omega_3)}(z, t) \quad (102)$$

เพื่อที่จะควบสนามผ่านโพลาไรซ์ไม่เชิงเส้น เราสมมติว่า $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ และยังสมมติให้ $\chi^{(2)}$ เป็นปริมาณสเกลาร์ และ P มีทิศทางขนานกับแกน x สมการ (96) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

$$\nabla^2 E(z, t) - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \chi^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E(z, t)^2) \quad (103)$$

เมื่อใช้การประมาณให้แอมพลิจูดแปรค่าช้ามากๆ และการประมาณเฟส จึงได้สมการพื้นฐานอธิบายอันตรกิริยาลำดับที่ 2 คือ

$$\frac{dE_1}{dz} = -\frac{i\omega_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_3 E_2^* e^{-i(k_3 - k_2 - k_1)z}, \quad (104)$$

$$\frac{dE_2^*}{dz} = \frac{i\omega_2}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2 E_3^* e^{-i(k_3 + k_2 + k_1)z}, \quad (105)$$

$$\frac{dE_3}{dz} = -\frac{i\omega_3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2 e^{-i(k_3 + k_2 + k_1)z}. \quad (106)$$

3.5.2 การผลิตฮาร์โมนิกเชิงแสงลำดับที่ 2

ผลึกไม่แผ่รังสีด้วยตัวเองแบบไม่เชิงเส้นเมื่อกระตุ้นด้วยแสงเลเซอร์หรือเรียกสั้นๆว่าแสงพื้นฐาน ทำให้เกิดคลื่นฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 กระบวนการนี้อธิบายได้ด้วยสมการ (104) – (106) ความถี่แสงพื้นฐานคือ ω และแอมพลิจูดคือ $E^{(\omega)}$ ดังนั้น จึงให้ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ และ $E_1 = E_2 = E^{(\omega)}$ แสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 คือ $E_3 = E^{(2\omega)}$ และ $\omega_3 = 2\omega$ สมการ (106) แปลงไปเป็น

$$\frac{dE^{(2\omega)}}{dz} = -i\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0\chi^{(2)}(E^{(\omega)})^2 e^{i\Delta kz} \quad (107)$$

โดยที่ $\Delta k = k_3 - 2k_1$ เมื่ออินทิเกรตสมการนี้จะได้แอมพลิจูดของแสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 ที่ผิวหน้าของผลึก $z = d$ คือ

$$E^{(2\omega)}(d) = -i\omega\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}\varepsilon_0\chi^{(2)}(E^{(\omega)})^2 \frac{e^{i\Delta kd} - 1}{i\Delta k} \quad (108)$$

และกำลังแสงเอาท์พุทของฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} I^{(2\omega)}(d) &= \frac{1}{2} c\varepsilon_0 |E^{(2\omega)}|^2 \\ &= \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 (I^{(\omega)})^2 d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \end{aligned} \quad (109)$$

กำลังของแสงฮาร์โมนิกลำดับที่ 2 เป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสองของแสงพื้นฐาน จึงนิยาม สัมประสิทธิ์การผันกลับ ดังนี้

$$\eta = \frac{I^{(2\omega)}}{(I^{(\omega)})^2} = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \quad (110)$$

และนิยามปัจจัยการสูญเสียจากการผันกลับ คือ

$$\beta = \frac{I^{(2\omega)}}{I^{(\omega)}} = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} (\omega\varepsilon_0\chi^{(2)})^2 I^{(\omega)} d^2 \frac{\sin^2(\Delta kd/2)}{(\Delta kd/2)^2} \quad (111)$$

3.5.3 การเทียบเฟสเสมือน

เฟสของการโพลาไรเซชันไม่เชิงเส้นวิวัฒนาการด้วยขนาด $2k_1$ และของคลื่นไฟฟ้าด้วยขนาด k_3 ซึ่ง $\Delta k = k_3 - 2k_1$ คือ ความคลาดของเลขคลื่นของโพลาไรเซชันไม่เชิงเส้นจากคลื่นไฟฟ้า เมื่อ $2k_1 = k_3$ เฟสเหล่านี้นำไปสู่ลำดับขั้นตอน เงื่อนไขนี้ถูกอ้างว่าเป็นการเทียบเฟส ในขณะที่ความเข้มของสนามเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนตาม z^2 เมื่อ $\Delta k = 0$ ฟังก์ชันของความเข้มสนามมีลักษณะเป็นคาบเมื่อ $\Delta k \neq 0$ ดังนั้น ความเข้มก็ไม่เลือนจางไป

ดัชนีหักเหเพิ่มขึ้นอย่างปกติกับค่า ω หรือ k ในที่นี้จะใช้เทคนิคของยาริฟ ซึ่งเป็นวิธีของการเทียบเฟส โดยใช้ผลึกที่ไม่เป็นเชิงเส้นแล้วทำการมอดูเลตแบบมีคาบเป็นช่วงๆโดยการย้อนทิศทางของแกนหลักอย่างเป็นคาบ สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้น $\chi^{(2)}(z)$ สามารถกระจายในรูปของอนุกรมฟูริเยร์ คือ

$$\chi^{(2)}(z) = \chi_0^{(2)} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp\left(im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right) \right], \quad (112)$$

โดยที่

$$a_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \frac{\chi^{(2)}(z)}{\chi_0^{(2)}} \exp\left(-im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right) dz \quad (113)$$

และ Λ คือคาบของ $\chi^{(2)}(z)$ แทนค่าสมการ (112) ลงในสมการ (104) จะได้

$$\frac{dE_1}{dz} = -\frac{i\omega_1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \varepsilon_0 \chi_0^{(2)} E_3 E_2^* \exp\left[i\left(m \frac{2\pi}{\Lambda} - k_3 + k_2 + k_1\right) z\right] \quad (114)$$

ถ้ามีจำนวนเต็ม m ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$m \frac{2\pi}{\Lambda} = k_3 - k_2 - k_1 \quad (115)$$

การเทียบเฟสก็เป็นจริง ถ้า $\chi^{(2)}(z)$ เริ่มจาก $\chi_0^{(2)}$ ถึง $-\chi_0^{(2)}$ ทุกๆค่าของ $\Lambda/2$ ซึ่งจะได้

$$a_m = \frac{1 - \cos m\pi}{m\pi} \quad (116)$$

ถ้าเลือก $m=1$ สัมประสิทธิ์ไม่เชิงเส้นจึงเขียนได้ว่า

$$\chi_{eff}^{(2)} = a_1 \chi_0^{(2)} = \frac{2}{\pi} \chi_0^{(2)} \quad (117)$$

3.5.4 เงื่อนไขที่ดีที่สุดในการโฟกัสลำแสงลงใส่ผลึกที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ลำแสงเกาเซียนซึ่งมีภาคตัดขวางจำกัดมีช่วงความยาวโฟกัสรวม $z_0 = \pi\omega_0^2 n / \lambda$ เป็นตัวบอกระยะทางจากเอวของลำแสงซึ่งพื้นที่ของลำแสงมีค่าเป็นสองเท่าของช่วงเอวลำแสง ถ้าละทิ้งการบานออกของลำแสงจะได้สัมประสิทธิ์การผันกลับ คือ

$$\eta = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon}\right)^{3/2} \frac{(\omega\varepsilon_0\chi^{(2)}d) \sin^2(\Delta kd/2)}{\pi\omega_0^2 (\Delta kd/2)^2} \quad (118)$$

3.6. แฮมิลโตเนียนของระบบ

เมื่อโฟตอนโมดปั๊มมีอันตรกิริยากับผลึกที่มีการตอบสนองต่อลำแสงเลเซอร์พลังงานสูงที่ตกกระทบแบบไม่เชิงเส้นระดับพลังงานของอะตอมผลึกก็ถูกกระตุ้นขึ้นไปอยู่ในสถานะกระตุ้นจนกระทั่งอะตอมของผลึกที่ไม่สมมาตรได้ปลดปล่อยโฟตอนออกมาสองโมด ได้แก่ โฟตอนโมดสัญญาณ (s) และโฟตอน โมดนิ่งเฉย (i) ออกมา สามารถเขียนแฮมิลโตเนียนของอันตรกิริยานี้ซึ่งเรียกว่า การผสมโฟตอนแบบสี่โมด ได้ว่า

$$\hat{H} = i\hbar\chi^{(3)} (\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_p^2 - \hat{a}_s \hat{a}_i \hat{a}_p^{\dagger 2}) \quad (119)$$

เมื่อ $\hat{a}_s^\dagger, \hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_p^\dagger$ คือ ตัวดำเนินการการสร้างโฟตอนโมดสัญญาณ โมดนิ่งเฉย และโมดปั๊ม ตามลำดับ

เมื่อนำสมการ(119) เพื่อศึกษาการวิวัฒนาการในเวลาของตัวดำเนินการทั้งสามโมด จาก

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho} = [\hat{H}, \hat{\rho}] \quad (120)$$

เมื่อ $\hat{\rho}$ คือ ตัวดำเนินการเมตริกซ์หนาแน่นของระบบ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ ความน่าจะเป็นของการเลื่อนสถานะของโฟตอน $P(\mathbf{a}, \mathbf{a}^+)$ ในปริภูมิจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

$$\hat{\rho} = \int_{\mathcal{D}} \hat{\Lambda}(\mathbf{a}, \mathbf{a}^+) P(\mathbf{a}, \mathbf{a}^+) d\mu(\mathbf{a}, \mathbf{a}^+) \quad (121)$$

เมื่อ $\mathbf{a} \equiv (\alpha_p, \alpha_s, \alpha_i)$ และ $\mathbf{a}^+ \equiv (\alpha_p^+, \alpha_s^+, \alpha_i^+)$ และ

$$\hat{\Lambda}(\mathbf{a}, \mathbf{a}^+) = \frac{|\mathbf{a}\rangle \langle (\mathbf{a}^+)^*|}{\langle (\mathbf{a}^+)^* | \mathbf{a} \rangle} \quad (122)$$

จึงทำให้ได้สมการการวิวัฒนาการของตัวดำเนินการที่สอดคล้อง คือ

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_s = \chi^{(3)} \alpha_i^+ \alpha_p^2 + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_p / 2} \xi_1(t) \quad (123)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_s^+ = \chi^{(3)} \alpha_i \alpha_p^{+2} + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_p^+ / 2} \xi_2(t) \quad (124)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_i = \chi^{(3)} \alpha_s^+ \alpha_p^2 + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_p / 2} \xi_3(t) \quad (125)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_i^+ = \chi^{(3)} \alpha_s \alpha_p^{+2} + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_p^+ / 2} \xi_4(t) \quad (126)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_p = -\chi^{(3)} \alpha_s \alpha_i^2 \alpha_p^+ + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_s \alpha_i} \xi_5(t) \quad (127)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_p^+ = -\chi^{(3)} \alpha_s^+ \alpha_i^+ \alpha_p + \sqrt{\chi^{(3)} \alpha_s^+ \alpha_i^+} \xi_6(t) \quad (128)$$

โดยที่ สหสัมพันธ์ของสัญญาณการรบกวน คือ

$$\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t-t') \quad \text{โดยมี} \quad \langle \xi_j \rangle = 0 \quad \text{โดยที่} \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (129)$$

ซึ่งสมการการควบคุมการวิวัฒนาการของตัวดำเนินการโมดเหล่านี้จะถูกนำไปแก้โดยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข หาค่าต่อไปในบทที่ 4

ผลสืบเนื่องที่เกิดขึ้น คือ หากวงแหวนสั้นพ้องแพนดามีสถานะที่พอเหมาะ กล่าวคือ การเปลี่ยนแปลงไปมาระหว่างกันของโฟตอนทั้งสามโมด จะตรงกับกฎอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัม โฟตอนสถานะเกี่ยวพันกันในโมดสัญญาณและโมดนิ่งเฉยก็เกิดขึ้นตามมา และสถานะเกี่ยวพันกันของโฟตอน เขียนในรูปสมการเบลล์ในแบบสมมาตร ได้คือ

$$|\psi\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle_s \otimes |-\rangle_i \pm |-\rangle_s \otimes |+\rangle_i) \quad (130)$$

และสถานะแบบ อสมมาตร

$$|\phi\rangle^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_s \otimes |+\rangle_i \pm |-\rangle_s \otimes |-\rangle_i) \quad (131)$$

สมการเหล่านี้ซึ่งมีประโยชน์มากในการประยุกต์ใช้ทางด้านสารสนเทศเชิงควอนตัมต่อไป ดังนั้น จึงจำเป็นต้องทดสอบบรรทัดฐานการมีสหสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้อง โดยอาศัยเงื่อนไขการเข้าคู่กันของความแปรปรวนค่าน้อยสุด V^{inf} ของตัวดำเนินการ \hat{X}_i และ \hat{Y}_i ตามสมการของเบลล์ ดังนี้

$$V^{\text{inf}}(\hat{X}_i)V^{\text{inf}}(\hat{Y}_i) < 1 \quad (132)$$

ซึ่งในสมการนี้ จะนำมาประยุกต์ใช้เพื่อตรวจสอบค่าความสมมูลของตัวดำเนินการในโมดัลสัญญาณและโมดิงเฉย ซึ่งจะวิเคราะห์เชิงตัวเลขตามเงื่อนไขของสมการนี้ต่อไปในบทที่ 4

2.3 ปรากฏการณ์ ฮอง - อู - แมนเดล (Hong-Ou-Mandel effect)

HOM เป็นปรากฏการณ์การแทรกสอดของโฟตอนสองอนุภาคในควอนตัมออปติก ซึ่งถูกอธิบายโดยนักฟิสิกส์ 3 ท่านในปี ค.ศ. 1987 จากมหาวิทยาลัยโรเชสเตอร์ คือ ชุง ไค ฮอง และ นิ ยู อู และ ลีโอนาร์ด แมนเดล ปรากฏการณ์นี้เกิดขึ้นเมื่ออนุภาคโฟตอนเดี่ยวที่เหมือนกันจำนวน 2 อนุภาค เข้ามาที่ตัวแยกลำแสง (beam splitter) แบบ 1 ต่อ 1 แต่ละอนุภาคอยู่ที่พอร์ทอินพุท เมื่อโฟตอนมีความเหมือนกันพวกมันจะทำลายกันเอง ถ้ามันทำลายกันได้หลายครั้ง ความน่าจะเป็นในการตรวจวัดจะเพิ่มขึ้น ในกรณีนี้เครื่องมือการแทรกสอดของโฟตอนจะสามารถวัดแบนด์วิดท์ ความยาววิถีและเวลาได้อย่างแม่นยำ

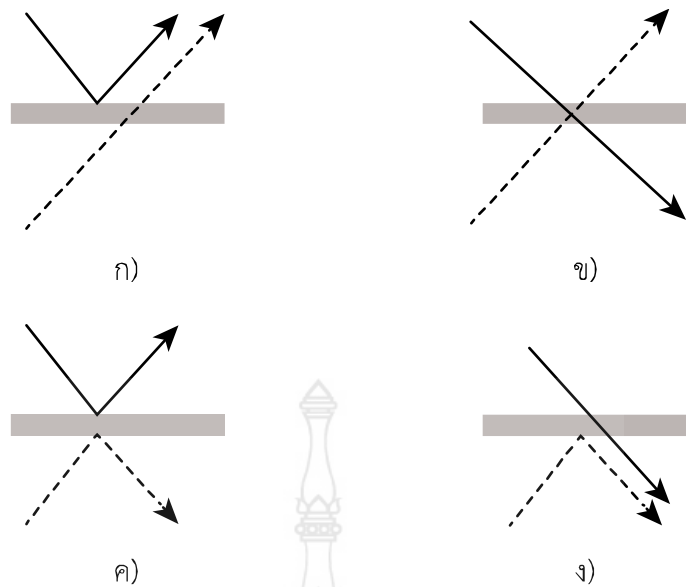
2.3.1 การอธิบายด้วยกลศาสตร์ควอนตัม

การอธิบายเชิงกายภาพ

เมื่อโฟตอนเคลื่อนผ่านตัวแยกลำแสงมีความเป็นไปได้สองอย่าง คือ มันจะสะท้อนหรือไม่ก็ถูกส่งผ่านไป ความน่าจะเป็นสัมพัทธ์ของการส่งผ่านและการสะท้อนถูกกำหนดโดยสภาพการสะท้อนได้ของตัวแยกลำแสง ในที่นี้สมมติให้ตัวแยกลำแสงชนิด 1:1 ซึ่งโฟตอนมีความน่าจะเป็นเท่ากันที่จะเกิดการสะท้อนและการส่งผ่าน

พิจารณาอนุภาคโฟตอนสองตัวอยู่ที่อินพุทแบบ 1:1 ของตัวแยกลำแสง มีความน่าจะเป็น 4 แบบที่เป็นไปได้ คือ

1. โฟตอนที่เข้ามาจากด้านบนเกิดการสะท้อนและโฟตอนที่เข้ามาจากด้านล่างถูกส่งผ่าน ดังรูป ก)
2. โฟตอนทั้งสองถูกส่งผ่านไป ดังรูป ข)
3. โฟตอนทั้งสองถูกสะท้อนกลับ ดังรูป ค)
4. โฟตอนที่เข้ามาจากด้านบนถูกส่งผ่านและโฟตอนที่มาจากด้านล่างเกิดการสะท้อน ดังรูป ง)



รูปที่ 2.6 แสดงความน่าจะเป็นที่โฟตอน 2 อนุภาค เข้าและออกจากตัวแยกลำแสง

เราสมมติว่า โฟตอนทั้งสองมีสมบัติเชิงกายภาพเหมือนกันทุกประการ ได้แก่ โพลาริซ โมดเชิงระยะทาง และความถี่

เนื่องจากสถานะควอนตัมของตัวแยกลำแสงไม่ได้บันทึก 4 เหตุการณ์ข้างต้นที่เกิดขึ้น ดังนั้น จากกฎของโพ้นแมนน์เราจึงต้องรวมความน่าจะเป็นทั้ง 4 แบบข้างต้นในระดับความน่าจะเป็นของแอมพลิจูดเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ การสะท้อนจากผิวด้านล่างของตัวแยกลำแสงทำให้เกิดการเลื่อนเฟสสัมพัทธ์ของดัชนีหักเห n สอดคล้องกับค่า -1 ที่เพิ่มมาในการซ้อนทับ ซึ่งต้องมีโดยหลักของการผันกลับได้(หรือยูนิทารี)ของการวิวัฒนาการเชิงควอนตัมของตัวแยกลำแสง เนื่องจากโฟตอนทั้งสองเหมือนกันเราจึงไม่สามารถจำแนกได้ระหว่างสถานะเอาต์พุตของรูปที่ 2 และ 3 และเครื่องหมายลบสัมพัทธ์เพื่อประกันว่า 2 พจน์นี้หักล้างกัน นี่จึงเป็นการตีความว่าเป็นการแทรกสอดแบบหักล้าง

การบรรยายเชิงคณิตศาสตร์

พิจารณาแสง 2 โมด คือ โมด a และ b ซึ่งเกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการ \hat{a} , \hat{a}^\dagger และ \hat{b} และ \hat{b}^\dagger ตามลำดับ โฟตอนสองตัวที่มีโมดแตกต่างกันสามารถอธิบายได้ในสถานะของฟอค คือ

$$\hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger |0,0\rangle_{ab} = |1,1\rangle_{ab} \quad (133)$$

โดยที่ $|1\rangle$ คือ สถานะของโฟตอนเดี่ยว เมื่อโมด a และ b ผสมกันอยู่ในตัวแยกลำแสง ชนิด 1:1 พวกมันจะถูกเข้าไปสู่โมดใหม่ คือ c และ d โดยตัวดำเนินการสร้างและทำลายมีการแปลงโมดโดย

$$\hat{a}^\dagger \rightarrow \frac{\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger}{\sqrt{2}} \quad \text{และ} \quad \hat{b}^\dagger \rightarrow \frac{\hat{c}^\dagger - \hat{d}^\dagger}{\sqrt{2}}$$

เครื่องหมายลบเกิดขึ้นเพราะตัวแยกลำแสงเป็นการแปลงยูนิทารี ซึ่งสามารถเขียนการแปลงของตัวแยกลำแสงสองโมดในรูปแมทริกซ์ได้ในรูป

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c} \\ \hat{d} \end{pmatrix} \quad (134)$$

เป็นการแปลงยูนิทารีของแมทริกซ์ การแปลงของตัวแยกลำแสงนี้หมายถึงการสะท้อนจากผิวด้านหนึ่ง เหนี่ยวนำให้เกิดการเลื่อนเฟสสัมพัทธ์ n สมัยกับปริมาณ -1 เทียบกับการสะท้อนจากผิวด้านอื่นของ ตัวแยกลำแสง การแปลงที่คล้ายกันเป็นจริงสำหรับตัวดำเนินการการทำลาย

เมื่อโฟตอน 2 อนุภาคเข้ามาที่ตัวแยกลำแสง โดยตัวหนึ่งอยู่อีกด้านหนึ่ง สถานะของโฟตอนใน สองโหมด คือ

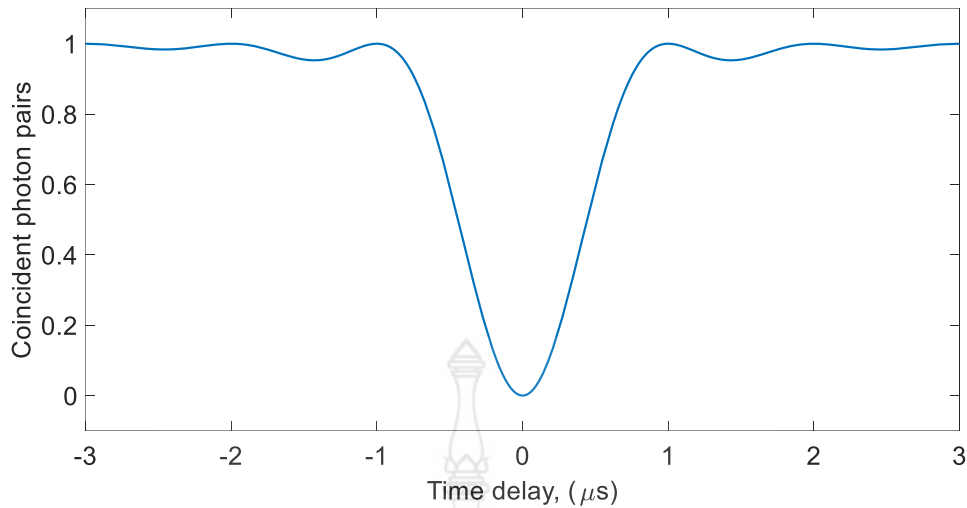
$$\begin{aligned} |1,1\rangle_{ab} &= \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger |0,0\rangle_{ab} \rightarrow \frac{1}{2} (\hat{c}^\dagger + \hat{d}^\dagger) (\hat{c}^\dagger - \hat{d}^\dagger) |0,0\rangle_{cd} \\ &= \frac{1}{2} (\hat{c}^{\dagger 2} - \hat{d}^{\dagger 2}) |0,0\rangle_{cd} = \frac{|2,0\rangle_{cd} - |0,2\rangle_{cd}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (135)$$

เนื่องจากการสลับที่ของสองตัวดำเนินการสร้าง \hat{c}^\dagger และ \hat{d}^\dagger เป็นศูนย์ พจน์ที่เหลืออยู่จากการซ้อนทับ คือ $\hat{c}^{\dagger 2}$ และ $\hat{d}^{\dagger 2}$ ดังนั้น เมื่อโฟตอนที่เหมือนกันสองตัวเข้ามาที่ตัวแยกลำแสงแบบ 1:1 พวกมันจึง ออกไปจากตัวแยกลำแสงในโหมดเออร์พุตเดียวกันแต่เป็นแบบสุ่ม

2.3.2 หลักฐานเชิงประจักษ์พยานแห่งการทดลอง

โดยปกติแล้วปรากฏการณ์ ฮง อู แมนเดล ถูกสังเกตได้โดยใช้เครื่องตรวจจับแสงสองเครื่องเพื่อ ตรวจสอบโหมดเออร์พุตของตัวแยกลำแสง อัตราความตรงกันโดยบังเอิญของเครื่องตรวจจับจะลดลงเป็น ศูนย์เมื่อโฟตอนอินพุตที่เหมือนกันซ้อนทับกันอย่างสมบูรณ์ในเวลา เรียกว่า ปลายเข็มจิ้มของฮง อู แมน เดล ความตรงกันนับได้ถึงค่าต่ำสุดซึ่งระบุโดยเส้นประลดลงต่ำสุดเป็นศูนย์เมื่อโฟตอนทั้งสองมีสมบัติ เหมือนกันทุกประการ เมื่อโฟตอนทั้งสองแตกต่างกันปลายเข็มจิ้มของปรากฏการณ์ ฮง อู แมนเดล จะ หายไป รูปที่ชัดเจนของกราฟปลายเข็มจิ้มมีความสัมพันธ์กับกำลังของสเปกตรัมของหอคลิ้นโฟตอน เดี่ยวซึ่งขึ้นอยู่กับแหล่งกำเนิด

การเปรียบเทียบทฤษฎีเชิงยุคเก่ากับปรากฏการณ์ ฮง อู แมนเดล เกิดขึ้นเมื่อสถานะแบบอาพันธ์สอง สถานะแทรกสอดกันที่ตัวแยกลำแสง ถ้าสถานะมีการแปรค่าของผลต่างเฟสอย่างรวดเร็ว (เร็วกว่าเวลา การรวมกันของเครื่องตรวจจับ) ดังนั้น ปลายยอดแหลมจิ้มจะถูกสังเกตในแบบอัตราการความตรงกันมี ค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของค่าเฉลี่ยความตรงกันที่การหน่วงที่ยาวนาน (มีเช่นนั้น มันจะลดค่าต่อด้วยการ กระตุ้นเครื่องต่อสัญญาณ) ผลที่ตามมาการพิสูจน์ว่าการแทรกสอดแบบหักล้าง คือ การแทรกสอด ของโฟตอนสองตัวแทนที่จะเป็นผลจากยุคเก่าซึ่งปลายยอดของ HOM ต้องอยู่ต่ำกว่าครึ่งหนึ่ง



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างการหน่วงเชิงเวลาและการเกิดควมบังเอิญพร้อมกันของคูโฟตอน ผลของ HOM สังเกตได้โดยตรงโดยใช้กล้องแยกความเข้มที่ตอบสนองต่อโฟตอนเดี่ยว ซึ่งมี ความสามารถนับจำนวนโฟตอนเดี่ยวลักษณะเป็นจุดสว่างแยกออกมาจากการรบกวนของพื้นหลังได้ จากรูปคู่ของโฟตอนถูกบันทึกในยอดดงุ่มจิมของ HOM ในหลายกรณีพวกมันจะเกาะกลุ่มคู่ไม่ทางซ้ายก็ ทางขวาสอดคล้องกับท่าขาออกของตัวแยกลำแสง บางครั้งควมพร้อมเพรียงเกิดขึ้นแสดงให้เห็นการ แยกแยะเพียงเล็กน้อยออกจากกันระหว่างโฟตอน [7, 8]

2.3.3 การประยุกต์ใช้งานและการทดลอง

ปรากฏการณ์ HOM สามารถใช้เพื่อทดสอบองศาเสรีภาพของการแยกแยะของโฟตอนที่เข้ามาสองตัวได้ เมื่อปลายยอดของ HOM เข้าสู่เส้นทางที่การนับควมพร้อมเพรียงลดต่ำเข้าสู่ศูนย์ดังนั้นโฟตอนที่เข้ามา ที่ตัวแยกลำแสงจะแยกควมแตกต่างกันไม่ออกอย่างสมบูรณ์ในกรณีที่ถ้าไม่มีปลายยอดแหลมโฟตอน จะสามารถแยกแยะโฟตอน ในปี ค.ศ. 2002 ปรากฏการณ์ HOM ถูกนำไปใช้อธิบายควมบริสุทธิ์ของ แหล่งกำเนิดโฟตอนเดี่ยวจากสถานะของแข็งโดยการป้อนโฟตอนสองตัวอย่างต่อเนื่องเข้าไปในตัวแยก แสงชนิด 1:1 สภาพควมแจ่มชัดของการแทรกสอด V ของปลายยอดดงุ่มมีความสัมพันธ์กับสถานะ ของสองโฟตอน ρ_a และ ρ_b คือ

$$V = \text{Tr}(\rho_a \rho_b) \quad (136)$$

ถ้า $\rho_a = \rho_b = \rho$ ดังนั้น ค่าควมแจ่มชัดมีค่าเท่ากับควมบริสุทธิ์ $P = \text{Tr}(\rho^2)$ ของโฟตอน ในปี ค.ศ. 2006 มีการทดลองที่อะตอมสองตัวได้ปลดปล่อยโฟตอนเดี่ยวอย่างเป็นอิสระต่อกัน ต่อมาโฟตอน พวกนี้ทำให้เกิดปรากฏการณ์ HOM ขึ้น

ปรากฏการณ์ HOM ยังใช้กำหนดกลไกการเกี่ยวพันกันในการคำนวณเชิงควอนตัมเชิงแสงแบบเชิงเส้น และสถานะควอนตัมของสองโฟตอน $|2,0\rangle + |0,2\rangle$ นำไปสู่ปลายยอด HOM ที่ไม่ใช่สถานะที่น่าเบื่อ เรียกว่า สถานะ NOON

ในปี ค.ศ.2015 ปรากฏการณ์ HOM สำหรับโฟตอนถูกสังเกตได้โดยตรงด้วยกล้อง sCMOS ด้วยการแยกแยะภาพตามความเข้ม และยังสามารถสังเกตได้จากฮีเลียมอะตอม 4

ปรากฏการณ์ HOM สามารถนำไปใช้วัดฟังก์ชันคลื่นของโฟตอนคู่ได้จากกระบวนการการผสมคลื่นสี่คลื่นด้วยการเกิดขึ้นเอง

ในปี ค.ศ. 2016 เครื่องเปลี่ยนความถี่สำหรับโฟตอนอธิบายปรากฏการณ์ HOM ด้วยโฟตอนชนิดต่างกันได้

ปี ค.ศ. 2018 การแทรกสอดแล HOM ถูกใช้เพื่ออธิบายการแทรกสอดเชิงควอนตัมที่มีความคมชัดเพียงตรงสูงมากระหว่างสถานะที่ปกป้องไว้บนชิปโฟโตนิก โดยโฟโตนิกมีความพร้อมเพรียงสูงมากซึ่งไม่เหมือนกรณีของตัวประมวลผล ที่ไม่ต้องการสนามแม่เหล็กเข้มข้นและทำงานที่อุณหภูมิห้อง



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 การวิจัยมีลำดับขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนและพลาสมอนิก
2. ออกแบบเครื่องมือการแทรกสอดบนหลักการของอันตรกิริยา
3. วิเคราะห์ ปรับปรุงประสิทธิภาพของเครื่องมือการแทรกสอดที่ได้
4. ประยุกต์ใช้เครื่องมือการแทรกสอดกับการวัดระดับนาโน
5. เผยแพร่ผลงานการวิจัย ในการประชุมนานาชาติ และการตีพิมพ์ในวารสารระดับชาติหรือนานาชาติ จัดทำรูปเล่ม

3.2 การแทรกสอดเชิงแสงแบบควอนตัม

จากการบรรยายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปแบบของสถานะโฟตอนไปแล้ว ตอนนี้จะกล่าวถึงการแทรกสอดของคู่โฟตอนแสง โดยตัวดำเนินการหนาแน่นในสถานะแบบพอค คือ

$$\hat{\rho} = \sum_{n,n'} p_{n,n'} |n\rangle\langle n'| \quad (137)$$

โดยที่ $Tr(\rho) = 1$, $\rho \geq 0$

โมดที่ควอนไทซ์แล้วยังสามารถเขียนในรูปของการแจกแจงแบบกึ่งความน่าจะเป็นในเฟส สเปซ ของค่าไอเกน x และ p ของตัวดำเนินการควอเดรเจอร์ \hat{x} และ \hat{p} ตัวดำเนินการเหล่านี้เขียนอยู่ในรูปตัวดำเนินการสร้างและทำลาย คือ $\hat{x} = \hat{a}' + \hat{a}$ และ $\hat{p} = i(\hat{a}' - \hat{a})$ ตามลำดับ การแจกแจงวิกเนอร์ของสถานะโมดเดี่ยวสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$W(\alpha) = \frac{1}{2\pi^2} \int d^2\tilde{\alpha} Tr\{\hat{\rho} \hat{D}(\tilde{\alpha}) e^{-\tilde{\alpha}\alpha^* - \tilde{\alpha}^*\alpha}\} \quad (138)$$

โดยที่ $\tilde{\alpha} = \tilde{x} + i\tilde{p}$ และ $\alpha = x + ip$

1. สถานะควอนตัมและพลศาสตร์ในรูปแบบของการแทรกสอดตามเครื่องแทรกสอดแบบมัท-เซนเดอร์ (MZI)

การอธิบายเชิงควอนตัม เราสมทบตัวดำเนินการโมดสร้างและทำลายด้วย \hat{a}_i , \hat{a}_i^\dagger และ \hat{b}_i , \hat{b}_i^\dagger โดย $i \in \{0,1,2\}$ ค่าของ i แสดงโมดของอินพุต โมดภายใน ของตัวเครื่องมือการแทรกสอด โมดทั้งสองของ MZI อาจเป็นโมดอวกาศหรือโมดโพลาไรซ์ก็ได้

พิจารณาการแผ่ของสถานะอินพุตควอนตัมของสองโหมดผ่านองค์ประกอบเชิงแสงแบบเชิงเส้นแบบ MZI ในตัวแทนแบบไฮเซนเบิร์ก การแผ่สามารถเขียนในรูปของการแปลงของโหมดตัวดำเนินการผ่านเมทริกซ์การกระเจิง M_i โดยที่

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{b}_0 \end{bmatrix} = \hat{M}_i^{-1} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} \quad (139)$$

เมทริกซ์การกระเจิงที่สอดคล้องกับตัวแยกแสงแบบ 50:50 และตัวเลื่อนเฟสกำหนดโดย

$$\hat{M}_{BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{M}_\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{bmatrix} \quad (140)$$

ตามลำดับ โดยรูปแบบของ \hat{M}_{BS} เป็นจริงสำหรับตัวแยกแสงที่เกิดขึ้นที่ชั้นเดียวของสารไดอิเล็กทริกซึ่งเป็นกรณีที่มีการสะท้อนและการส่งผ่านรวมเข้าไว้ที่เฟสสัมพัทธ์ $\pi/2$ ดังนั้น สถานะควอนตัมแบบสองโหมดที่ด้านขาออกของ MZI ในฐานะแบบพอคจึงหาได้โดยการแทนตัวดำเนินการโหมดที่สถานะขาเข้าในรูปแบบของตัวดำเนินการโหมดขาออก โดยที่เมทริกซ์การกระเจิงรวมกำหนดโดย $\hat{M}_{MZI} = \hat{M}_{BS} \hat{M}_\varphi \hat{M}_{BS}$ ในรูป

$$\hat{M}_{MZI} = ie^{-i\frac{\varphi}{2}} \begin{bmatrix} \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\varphi}{2} & -\sin \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix} \quad (141)$$

ซึ่งเป็นเมทริกซ์ที่ปกติแล้ว

ในรูปของการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบกึ่งในเฟสสเปซเช่นฟังก์ชันการแจกแจงวิกเนอร์ การแผ่ผ่าน MZI จึงอธิบายได้ในรูปตัวแปรเชิงซ้อน คือ

$$W_{out}(\alpha_1, \beta_1) = W_{in}[\alpha_0(\alpha_1, \beta_1), \beta_0(\alpha_1, \beta_1)] \quad (148)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงซ้อนเหล่านี้กำหนดได้ในรูปแบบของเมทริกซ์การกระเจิง \hat{M} โดยที่

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{bmatrix} = \hat{M}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \quad (149)$$

$\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$ เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามในโหมด $\hat{a}_0, \hat{b}_0, \hat{a}_1, \hat{b}_1$ ตามลำดับ การใช้การแจกแจงความน่าจะเป็นผ่านเฟสสเปซจึงสะดวกกว่าเมื่อต้องเกี่ยวข้องกับสถานะแบบเกาส์ซึ่งก็คือการแจกแจงแบบวิกเนอร์ เกาส์ และเกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการเกาส์ ตัวอย่างเช่นสถานะอาพัทธ์ สถานะสูญญากาศ บีบอัดและสถานะแบบความร้อน เป็นต้น เพราะการแจกแจงแบบเกาส์อธิบายได้ในโมเมนตัมอันดับที่ 1 และอันดับที่ 2 ซึ่งมีเครื่องมือการอธิบายในรูปแบบพีชคณิต กรุป ซึ่งใช้การแผ่ของค่าเฉลี่ยและค่าการแปรปรวนร่วมของสถานะเกาส์ของจำนวนโหมดทางโพโตนิคที่เป็นอิสระต่อกัน

3 แบบจำลองของซวิงเกอร์

เป็นอีกวิธีหนึ่งที่บรรยายสถานะควอนตัมและพลศาสตร์ของมันใน MZI ได้ แบบจำลองตั้งอยู่บนพื้นฐานความสัมพันธ์ระหว่างพีชคณิตกับตัวดำเนินการของโมดเชิงแสงที่เป็นอิสระต่อกันและพีชคณิตของโมเมนตัมเชิงมุม

พิจารณาฟังก์ชันของตัวดำเนินการโมดของโมดเชิงแสงอิสระต่อไปนี้เป็น $\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger, \hat{b}_1, \hat{b}_1^\dagger$ โดยที่

$$\begin{aligned}\hat{J}_x &= \frac{1}{2}(\hat{a}_1^\dagger \hat{b}_1 + \hat{b}_1^\dagger \hat{a}_1) \\ \hat{J}_y &= \frac{1}{2i}(\hat{a}_1^\dagger \hat{b}_1 - \hat{b}_1^\dagger \hat{a}_1) \\ \hat{J}_z &= \frac{1}{2}(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1)\end{aligned}\quad (150)$$

การเลือกดัชนีโมดเป็น 1 ซึ่งอยู่ใน MZI สอดคล้องกับโมดของตัวแยกแสง ตามความสัมพันธ์ $[\hat{J}_q, \hat{J}_r] = i\hbar \delta_{q,r,s} \hat{J}_s$ โดยที่ δ เป็นเทนเซอร์อสมมาตร และ $q, r, s \in \{x, y, z\}$ บนพื้นฐานความสัมพันธ์นี้สถานะสองโมดบริสุทธิ์ของ N โฟตอน ได้แปลงไปทั่วสถานะบริสุทธิ์ในปริภูมิย่อยสปีน $N/2$ ของปริภูมิฮิลเบิร์ตโมเมนตัมเชิงมุม คือ

$$|n_a, n_b\rangle \rightarrow \left| j = \frac{n_a + n_b}{2}, m = \frac{n_a - n_b}{2} \right\rangle \quad (151)$$

การแผ่กระจายของสนามโมดเดี่ยวที่ถูกควอนไทซ์สามารถเขียนในรูปของตัวแทนซวิงเกอร์เป็นรูปแบบ $SU(2)$ ก่อกำเนิดโดยตัวดำเนินการโมเมนตัมเชิงมุม $\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z$ เช่น การแปลงของตัวแยกแสงตามสมการที่ (8) เขียนในรูป

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{b}_0 \end{bmatrix} = U_{BS}^\dagger \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} U_{BS} \quad (152)$$

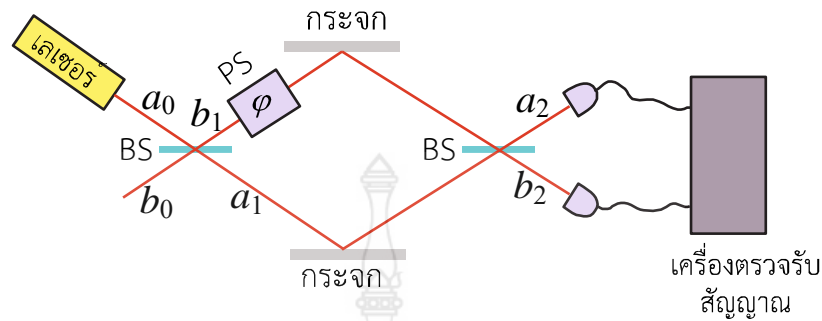
โดยที่ $U_{BS} = \exp(i\pi/2\hat{J}_x)$ การแปลงเนื่องมาจากการเลื่อนเฟสภายในตัวทำการแทรกสอดอธิบายได้ในรูป

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} \rightarrow U_\varphi^\dagger \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{bmatrix} U_\varphi \quad (153)$$

ใช้พีชคณิต $SU(2)$ ของตัวดำเนินการโมเมนตัมและบทแทรกของเบเกอร์ ฮอดสทรอฟฟ์ การแปลงแบบยูนิทารีที่สอดคล้องกับ MZI อธิบายได้ในรูปของ $\hat{U}_{MZI} = \exp(-i\varphi\hat{J}_y)$ สำหรับสถานะโมดสองภายในเครื่องแทรกสอดตัวดำเนินการ \hat{J}_z อธิบายจำนวนโฟตอนที่ต่างกันระหว่างสองโมดที่อยู่ในเครื่องแทรกสอด ซึ่งแปรผันตรงกับ $\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1$ ทำนองเดียวกันเมื่อใช้ ความสัมพันธ์การสลับที่ $SU(2)$ ตัว

ดำเนินการ \hat{J}_x และ \hat{J}_y อธิบายความแตกต่างของจำนวนโฟตอนที่อินพุตซึ่งแปรผันตรงกับ $\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 - \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2$ และที่เอาต์พุตคือ $\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 - \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0$

4 การประมาณค่าของการวัดและเฟส



รูปที่ 3.1 เครื่องมือการแทรกสอดของแสงแบบ มาร์ช - เซนเดอร์ (March - Zehnder)

หลังจากสถานะควอนตัมแบบสองโหมดได้แผ่เข้าไปใน MZI ก็ทำการวัดสถานะเอาต์พุตในรูปแบบตัวดำเนินการหนาแน่น $\hat{\rho}$ โดยใช้ตัวดำเนินการเฮอร์มิเชียน \hat{O} แทนการวัดค่าที่สังเกตได้ ตัวอย่างเช่น ค่าที่สังเกตได้สอดคล้องกับการตรวจจับความแตกต่างของความเข้มแสง MZI คือ ตัวดำเนินการวัดจำนวนโฟตอนที่ต่างกัน $\hat{O} = \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2$ นั่นเอง การตรวจจับอื่นที่น่าสนใจซึ่งเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของสถานะอินพุตจำนวนมาก \hat{a}_2 กำหนดได้โดย $\hat{\Pi} = (-1)^{\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2}$ สัญญาณการวัดที่สอดคล้องกับ $\langle \hat{O} \rangle = \text{Tr} \{ \hat{O} \hat{\rho} \}$ อีกทั้งความแม่นยำสำหรับเฟส φ ที่ไม่ทราบก็ประมาณค่าได้โดยการใช้สูตรการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนของการแผ่ คือ

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta O}{d \langle \hat{O} \rangle / d \varphi} \quad (154)$$

โดยที่ $\Delta O = \sqrt{\langle \hat{O}^2 \rangle - \langle \hat{O} \rangle^2}$ เช่น กรณีของเครื่องมือการแทรกสอดตามรูปที่ 3.1 สถานะขาออกกำหนดได้ด้วยเมทริกซ์การกระเจิง คือ

$$|\alpha\rangle|0\rangle \rightarrow |i\alpha \sin(\varphi/2)e^{-i\varphi/2}\rangle |i\alpha \cos(\varphi/2)e^{-i\varphi/2}\rangle \quad (155)$$

สัญญาณขาออกของตัวดำเนินการ $\hat{O} = \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2$ สอดคล้องกับการตรวจจับความแตกต่างของความเข้ม คือ

$$\langle \hat{O} \rangle = |\alpha|^2 \cos^2(\varphi/2) - \sin^2(\varphi/2) = |\alpha|^2 \cos \varphi \quad (156)$$

ซึ่งตรงกับผลลัพธ์ที่ได้จากแบบคลาสสิก โมเมนต์อันดับที่ 2 ของ $\langle \hat{O}^2 \rangle$ สำหรับสถานะขาออก คือ $|\alpha|^4 \cos^2 \varphi + |\alpha|^2$ ซึ่งมีความเที่ยงตรงของการประมาณเฟสที่เป็นไปได้ของเครื่องมือการแทรกสอดสถานะแสงอาพันธ์และการวัดความแตกต่างของความเข้มมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{\sqrt{|\alpha|^4 \cos^2 \varphi + |\alpha|^2 - |\alpha|^4 \cos^2 \varphi}}{|\alpha|^2 \sin \varphi} \\ &= \frac{1}{|\alpha| |\sin \varphi|} = \frac{1}{\sqrt{n} |\sin \varphi|}\end{aligned}\quad (157)$$

โดยที่ \bar{n} คือ ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนของสถานะอาพัณฑ์ เฟสที่ไม่ทราบค่าของ φ ก็คือ $\varphi - \theta$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงที่มีค่าน้อยๆ โดยที่ θ คือ เฟสที่ควบคุม ดังนั้น ความเที่ยงตรงมีค่าที่ดีที่สุดเมื่อ θ เป็นผลคูณของ $\pi/2$ ทำให้ได้ $\Delta\varphi = 1/\sqrt{\bar{n}}$ ซึ่งคือขีดจำกัดสัญญาณความแปรปรวนแบบของโฟตอนที่ตรวจรับได้แบบควอนตัมหรือที่เรียกว่า ขอท นอยส์

การประมาณพารามิเตอร์ควอนตัม

พิจารณาสถานะควอนตัมเดียวกันจำนวน N สถานะมีอันตรกิริยากับตัวพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าที่ให้ข้อมูล เนื่องจากสถานะได้ชนข้อมูลข่าวสารของพารามิเตอร์ที่สนใจไว้ คือ φ โดยข้อมูลข่าวสารคือ $\hat{\rho}_\varphi$ พิจารณาเซตของข้อมูล $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_\nu\}$ ซึ่งหาได้จาก N สำเนาของผลลัพธ์การวัดทั่วไปเชิงควอนตัม $\hat{\rho}_\varphi$ การวัดที่วางนัยทั่วไปแล้วเป็นการวัดค่าบวกของตัวดำเนินการ (POVM) ซึ่งเป็นหมู่ของตัวดำเนินการค่าบวก Λ_μ ด้วยค่าดัชนี $\mu \in \{1, 2, \dots, M\}$ ซึ่งเป็นผลลัพธ์ของการวัดที่ความน่าจะเป็นของมันในสถานะ ρ กำหนดโดย $p(\mu) = \text{Tr}\{\rho \Lambda_\mu\}$ สมาชิกของ POVM มีความสัมพันธ์คือ $\sum_x \Lambda_x = I$ ซึ่งรับประกันว่า $p(\mu)$ มีการแจกแจงความน่าจะเป็นที่ใช้ได้ เนื่องจากจุดของข้อมูลที่ได้จากกรวัดสำเนาที่เหมือนกันของสถานะควอนตัม x_i ของตัวแปรสุ่ม $X_i, i \in \{1, 2, \dots, \nu\}$ ซึ่งมีการกระจายตามฟังก์ชันการแจกแจง $p_\varphi(X)$ เป้าหมายคือการประยุกต์ใช้กฎ $\hat{\varphi}_\nu$ สำหรับจุดข้อมูลเพื่อหาการประมาณที่ดีสำหรับตัวพารามิเตอร์ φ

เมื่อประยุกต์ใช้กฎ $\hat{\varphi}_\nu$ กับเซตของจุดข้อมูล \mathbf{x} การวัดความเที่ยงตรงเพื่อการประมาณค่าของ $\hat{\varphi}_\nu(\mathbf{x})$ ก็คือค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยกำหนดโดย

$$\Delta^2 \hat{\varphi}_\nu = E[(\hat{\varphi}_\nu(\mathbf{x}) - \varphi)^2] \quad (158)$$

เมื่อ E คือ ค่าคาดหวัง สำหรับกฎการประมาณ $\hat{\varphi}_\nu$ ใดๆซึ่งปราศจากความลำเอียงซึ่งก็คือ

$$E[\hat{\varphi}_\nu(\mathbf{x})] = \varphi \quad (159)$$

จากทฤษฎีบทของเครเมอร์-ราโอ สำหรับทฤษฎีการประมาณแบบคลาสสิกขอบเขตล่างของความคลาดเคลื่อนค่าเฉลี่ยกำลังสอง คือ

$$\Delta^2 \hat{\varphi}_\nu \geq \frac{1}{\nu F(p_\varphi)} \quad (160)$$

โดยที่ $F(p_\varphi)$ คือ สารสนเทศของฟิชเชอร์สำหรับการแจกแจงความน่าจะเป็นกำหนดโดย

$$F(p_\varphi) = F_{C1}(\hat{\rho}_\varphi, \Lambda_\mu) = E \left[-\frac{d^2}{d\varphi^2} \log p_\varphi \right] \quad (161)$$

ขอบเขตล่างของสูตรนี้เรียกว่า ขอบเขตของ เครเมอร์ ราโอ ซึ่งให้ความเที่ยงตรงในการประมาณค่าที่เป็นไปได้เมื่อทั้งสถานะควอนตัมของพารามิเตอร์ที่ไม่อิสระและรูปแบบการวัดได้ระบุไว้

จากทฤษฎีควอนตัมของการประมาณโดยขอบเขตแบบควอนตัมของเครเมอร์ ราโอ กำหนดโดย

$$\Delta^2 \hat{\varphi}_v \geq \frac{1}{v F_Q(\hat{\rho}_\varphi)} \quad (162)$$

โดยที่ $F(\hat{\rho}_\varphi)$ คือ สารสนเทศควอนตัมฟิชเชอร์ ซึ่งนิยามว่าเป็นค่าที่ดีที่สุดของสารสนเทศแบบคลาสสิกของฟิชเชอร์ทั่วกรวัดที่เป็นไปได้ คือ

$$F_Q(\hat{\rho}_\varphi) = \max_{\Lambda_\mu} F_{C1}(\hat{\rho}_\varphi, \Lambda_\mu) \quad (163)$$

แผนภาพการวัดที่บรรลุขอบเขตล่างเรียกว่าแผนภาพการวัดที่เหมาะสมที่สุด การดำเนินการอนุพันธ์ลอการิทึมแบบสมมาตรเป็นการวัดเช่นนี้โดยทราบกันดีว่าเป็นความเหมาะสมที่สุดสำหรับทุกสถานะเชิงควอนตัม

ในกรณีของสถานะเอ็นแทงเกิลบริสุทธิ์ สารสนเทศควอนตัมฟิชเชอร์

$$F_Q = 4\Delta^2 H \quad (164)$$

โดยที่ H คือ ตัวก่อเกิดของการวิวัฒนาการของพารามิเตอร์ซึ่งทำให้เกิดความสัมพันธ์ความไม่แน่นอนที่วางนัยแล้วระหว่างการก่อเกิดแฮมิลโทเนียนของการวิวัฒนาการของพารามิเตอร์และตัวประมาณการที่ใช้สำหรับประมาณค่าของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่ากำหนดโดย

$$\Delta^2 \hat{\varphi}_v \Delta^2 H \geq \frac{1}{4v} \quad (165)$$

สำหรับตัวก่อเกิดแฮมิลโทเนียน \hat{H} และ v คือจำนวนของจุดของข้อมูลที่รวมเข้าด้วยกันจากสำเนาการวัดสถานะ

มาตรวิทยาเชิงแสง

มาตรวิทยาเชิงแสงมีองค์ประกอบสองส่วน คือ แหล่งกำเนิดแสงแบบควอนตัมซึ่งเรียกว่า เอนแทงเกิลโฟตอน และการบีบอัดแสง

สภาพเอนแทงเกิล

เป็นสหสัมพันธ์ระหว่างระบบกายภาพต่างๆที่ไม่ใช่แบบฟิสิกส์ดั้งเดิม สถานะควอนตัมที่เอนแทงเกิลกันเมื่อสถานะต่างๆแยกออกจากกันไม่ได้หรือไม่ใช่สถานะที่แยกออกจากกันแล้ว เช่น กรณีของระบบย่อย A และ B โดยสถานะที่แยกออกจากกันได้จะอยู่ในรูป

$$\hat{\rho}_{AB} = \sum_x p(x) \hat{\rho}_A^x \otimes \hat{\rho}_B^x, \quad p(x) \geq 0 \quad \forall x, \quad \sum_x p(x) = 1 \quad (166)$$

โดยที่ $\hat{\rho}_A^x$ และ $\hat{\rho}_B^x$ คือ ตัวดำเนินการหนาแน่น

ในระบบการแทรกสอดของแสงตัวที่เกี่ยวข้อง คือ เอนแทงเกิลกันระหว่างแสงสองโหมดผ่านตัวแยกแสงตัวแรก คือ a_1 และ b_1 ซึ่งรู้จักกันในรูปสถานะ $N00N$ ดังนี้

$$|N :: 0\rangle_{a_1, b_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|N\rangle_{a_1} |0\rangle_{b_1} + |0\rangle_{a_1} |N\rangle_{b_1} \right) \quad (167)$$

โดยที่ a_1 และ b_1 คือ แสงสองโหมดผ่านตัวแยกแสงตัวแรก

แสงสถานะบีบอัด

ในย่านการนับตัวเลขหรือตัวแปรที่ต่อเนื่องเอนแทงเกิลมีการเชื่อมโยงกับผลของการที่ไม่เป็นแบบคลาสสิกหรือการบีบอัด แสงสถานะบีบอัดเป็นสถานะที่มีความไม่แน่นอนมีค่าน้อยที่สุดที่การกระเพื่อมของมันหนึ่งในสองควอดเรเจอร์ในเฟสสเปซถูกทำให้ลดค่าลงในขณะที่อีกควอดเรเจอร์กระเพื่อมมากขึ้น ตัวดำเนินการบีบอัดแบบโมดเดียวที่กระทำต่อโมด \hat{a}_0 กำหนดโดย

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left(\frac{1}{2}\xi\hat{a}_0^{\dagger 2} - \xi^*\hat{a}_0^2\right) \quad (168)$$

โดยที่ $\xi = re^{i\theta}$, r และ θ เป็นพารามิเตอร์การบีบอัด และมุมการบีบอัดตามลำดับ สถานะการบีบอัดสุญญากาศกำหนดโดย

$$\begin{aligned} |\xi\rangle &= \hat{S}(\xi)|0\rangle \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)!}{2^{2m} (m!)^2} \frac{\tanh^{2m} r}{\cosh r} |2m\rangle \end{aligned} \quad (169)$$

โดยมีค่าเฉลี่ยของจำนวนโฟตอน คือ $\bar{n} = \sinh^2 r$ มีหลายวิธีที่ให้กำเนิดสถานะบีบอัดของแสง วิธีที่นิยมกันคือกระบวนการผันกลับแบบพารามेटริกโดยใช้ผลึกสารที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่มีค่าสภาพรับไว้ได้ในระดับที่สอง $\chi^{(2)}$

ความเชื่อมโยงระหว่างการบีบอัดและเอนแทงเกิลถูกเปิดเผยเมื่อลำแสงสถานะบีบอัดสุญญากาศแบบโมดเดียวสองลำแสงถูกผสมเข้าด้วยกันที่ตัวแยกลำแสง สถานะที่ผลลัพธ์ผ่านตัวแยกลำแสงกำหนดโดยสถานะสุญญากาศแบบสองโหมด คือ

$$\begin{aligned} |\xi\rangle &= \hat{S}_2(\xi) |0\rangle_{a_1} |0\rangle_{b_1}, \quad (\xi = re^{i(\theta+\pi/2)}) \\ &= \frac{1}{\cosh r} \sum_0^{\infty} (-1)^n e^{in(\theta+\pi/2)} (\tanh r)^n |n\rangle_a |n\rangle_b \end{aligned} \quad (170)$$

โดยที่ $S^2(\xi) = \exp(\xi \hat{a}_1^\dagger \hat{b}_1^\dagger - \xi^* \hat{a}_1 \hat{b}_1)$ คือ ตัวดำเนินการการบีบอัดแบบสองโหมด สถานะนี้เป็นสถานะเอนแทงเกิล ตัวดำเนินการบีบอัดแบบสองโหมดสามารถอธิบายได้จากกระบวนการผันกลับพาราเมตริกแบบซ้ำซ้อนสถานะโดยที่โฟตอนการบีบที่หลุดออกมาที่ความถี่ ω_p มีอันตรกิริยากับ ผลึกไม่เชิงเส้นในลำดับที่สอง ให้กำเนิดคู่ของเอนแทงเกิลโฟตอนความถี่ ω_{a_1} และ ω_{b_1} โดยที่ $\omega_{a_1} + \omega_{b_1} = \omega_p$ $N00N$

สถานะผสมโคฮีเรนต์กับการแทรกสอดของแสงสถานะบีบอัดสัญญาณภาค

มาตริวิทยาการแทรกสอดที่อาศัยแสงผสมกันระหว่างสถานะอาพันธ์และสถานะบีบอัด เมื่อสถานะอินพุทสองชนิดนี้ผสมกันอยู่ในปริมาณความเข้มเท่ากัน นั่นคือ $\sinh^2 r = |\alpha|^2 = \bar{n}/2$ สำหรับจำนวนโฟตอนเฉลี่ย \bar{n} ดังนั้น สถานะผลลัพธ์ที่ผ่านตัวแยกลำแสงที่ผสมกันอยู่ที่แต่ละองค์ประกอบของ N โฟตอนในสถานะมีค่าความถูกต้องเที่ยงตรงมีค่ามากกว่า 90% ที่สอดคล้องกับสถานะ $N00N$ ดังนั้น แผนผังนี้จึงถูกใช้อย่างแพร่หลายเพื่อสร้างสถานะ $N00N$ ในทางการทดลอง

ค่าขอบเขตล่างของเครื่องมือการแทรกสอดสำหรับแสงอาพันธ์และแสงบีบอัดสัญญาณภาคพร้อมด้วยการตรวจวัดจำนวนโฟตอนที่เอาท์พุท คือ

$$F_{C1} = |\alpha|^2 e^{2r} + \sinh^2 r \quad (171)$$

เมื่อค่าจำนวนโฟตอนเฉลี่ยของอินพุททั้งสองมีค่าเท่ากัน นั่นคือ $\sinh^2 r = |\alpha|^2 = \bar{n}/2$ สารสนเทศแบบคลาสสิกของฟิชเชอร์มีค่าประมาณ $\bar{n}^2 + \bar{n}/2$ ซึ่งเป็นผลมาจากการสเกลไฮเซนเบิร์กสำหรับความเที่ยงตรงในเฟส ซึ่งคือ $\Delta\varphi = 1/(\sqrt{\bar{n}})$ โดยที่ ν คือ จำนวนของจุดข้อมูลที่รวมกันอยู่จากการวัดสำเนาที่เหมือนกันของสถานะ

มาตริวิทยาควอนตัมและการวัดด้วยตัวตรวจรู้

การทดลองที่ใช้สถานะ $N00N$ ได้อธิบายว่าการประมาณค่าเฟสเกินขีดจำกัดของสัญญาณรบกวนแบบกระสุนและบรรลุมลขีดจำกัดของไฮเซนเบิร์ก มีการทดลองที่ใช้สถานะ $N00N$ เพื่อวัดปริมาณที่มีประโยชน์เปลี่ยนไปสู่เฟสเชิงแสงภายใต้เงื่อนไขการสูญเสียโฟตอนและการสูญเสียความเป็นอาพันธ์ ผู้ทดลองคนแรกคือ เครสปีและทีมงานโดยใช้สถานะ $N = 2N00N$ เพื่อวัดความเข้มข้นของโปรตีนในเลือดในสารละลายบัฟเฟอร์ การทดลองใช้อุปกรณ์เชิงแสงแบบของเหลวประกอบด้วยชุดแทรกสอดของแสงแบบท่อนำคลื่นที่แกนของมันผ่านช่องของไหลไมโครซึ่งมีสารละลายอยู่ข้างใน ดัชนีหักเหของแสงที่ขึ้นกับความเข้มข้นของสารละลายทำให้เกิดการเลื่อนเฟสสัมพันธ์ระหว่างแขนทั้งสองของตัวแทรกสอด ซึ่งถูกตรวจจับโดยใช้การนับจำนวนโฟตอนที่เกิดขึ้นพร้อมกัน สถานะ $N = 2N00N$ เกิดจากเครื่องมือการแทรกสอดแบบ HOM ด้วยคู่เอนแทงเกิลโฟตอนจากแหล่งผลิตในกระบวนการผันกลับพาราเมตริกที่เอาท์พุทแถวของเส้นใยแก้วนำแสงเพื่อการสื่อสารใช้เพื่อสะสมโฟตอนซึ่งตรวจจับได้พร้อมเพรียงกัน โดยใช้ช่วงเวลาสั้นโพโตไดโอดชนิดสี่โฟตอนเดี่ยว ตรวจจับโฟตอนได้ความเที่ยงตรงของลวดลายการแทรกสอด 87% ในกรณีที่ช่องไมโครมีค่าการส่งผ่านเพียงแค่ 61% เนื่องจากการสูญเสียโฟตอน การทดลองบรรลุมลการสนองตอบต่ำกว่าขีดจำกัดของสัญญาณรบกวนแบบกระสุน

อีกการทดลองเป็นของ วูฟแกรมและคณะได้ใช้สถานะโพลาไรซ์ของ $N00N$ และการหมุนของฟาราเดย์กับโพรบสปีนของเหล่าอะตอมรูบิเดียมแบบไม่ทำลาย กลุ่มสปีนของอะตอมประยุกต์ในเรื่องความจำแบบควอนตัมเชิงแสง การแทรกสอดของอะตอมเสริมประสิทธิภาพแบบควอนตัม เมื่อหมู่ของสปีนมีอันตรกิริยากับเครื่องมือวัดเชิงแสงเช่นเครื่องบันทึกหรืออ่านในความจำควอนตัมหรือทำให้เกิดการแทรกสอดแบบบีบอัดของสปีนท่ามกลางการรบกวนจากการกระเจิงจากการเหนี่ยวนำจากพวกไว้โพลาไรซ์ นอกจากนี้ยังมีโฟตอนสูญหายเนื่องจากการกระเจิงของโพรบเชิงแสงปิด เพื่อจะลดการสูญเสียให้น้อยลง การทดลองได้ให้กำเนิดสถานะ $N00N$ ที่มีแถบแคบๆให้ความคมชัดประมาณ 90% และความบริสุทธิ์สูงที่ความถี่ต่อเพลอร์ปรับค่าความกว้างสเปกตรัมจากการกำรของอะตอม Rb-85 ซึ่งประกอบด้วยโฟตอนกำรกับสสารที่จำแนกไม่ได้ บรรดาโฟตอนที่เอาท์พุทถูกตรวจจับโดยใช้การตรวจจับจำนวนโฟตอนด้วยสวดลายความมองเห็นได้มากกว่า 90% การทดลองบรรลุผลการตอบสนองที่การเบี่ยงเบนมาตรฐานดีกว่าขีดจำกัดของสัญญาณรบกวนแบบกระสุน

3.3 การกล้ำของคลื่นที่แผ่ในท่อนำคลื่นแบบสั้นพ้อง

เมื่อใช้ทฤษฎีการควมอดในย่านเวลาหลักสำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นควบกล้ำ กำลังของการส่งผ่านผ่านท่อนำคลื่นและปัจจัยคุณภาพโหลตรวม Q_L ของท่อนำคลื่นของคลื่นเคลื่อนที่ TWR คือ

$$T(\omega) = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \left| \frac{2i(\omega - \omega_0) / \omega_0 + 1 / Q_0 - 1 / Q_C^2}{2i(\omega - \omega_0) / \omega_0 + 1 / Q_0 - 1 / Q_C} \right| \quad (172)$$

โดยที่

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_C} \quad (173)$$

ω_0 และ Q_0 คือ ความถี่กำรและปัจจัยคุณภาพในตัวตามลำดับซึ่งมีความสัมพันธ์กันด้วย $Q_0 = \omega_0 \tau_0 / 2$ โดยที่ τ_0 คือ เวลาการสลายตัวการสูญเสียพลังงานของโหมดกำร Q_C คือ ปัจจัยคุณภาพของการควบกล้ำระหว่างท่อนำคลื่นและท่อนำคลื่น โดยมีความสัมพันธ์ $Q_C = \omega_0 \tau_C / 2$ โดยที่ τ_C คือ ค่าคงที่ทางเวลาของการสลายตัวของพลังงานจากท่อนำคลื่นไปยังท่อนำคลื่นซึ่งมีความสัมพันธ์กับปัจจัยควบกล้ำ κ ระหว่างท่อนำคลื่นและท่อนำคลื่น คือ $|\kappa|^2 = 2 / \tau_C$ ดังนั้น $Q_C = \omega_0 / |\kappa|^2$ โดยที่

$$\kappa = -\frac{i\omega_0 \epsilon_0}{4} \int \Delta(n)^2 \frac{E_r^* e^{im\phi}}{\sqrt{U}} \frac{E_\omega e^{-i\beta z}}{\sqrt{P}} dz dA \quad (174)$$

โดยที่ β คือ ค่าคงที่การแผ่ของคลื่นในท่อนำคลื่น z คือ ทิศทางการแผ่ของคลื่นตามท่อนำคลื่น m และ ϕ คือ เลขฮาร์โมนิกมุมกัมเมย และเฟสของโหมดกำรตามลำดับ $\Delta(n)^2$ คือ การรบกวนสหายอมสัมพันธ์เกิดจากท่อนำคลื่นที่บริเวณใกล้ๆกับตัวกำร dz คือ ส่วนของความยาวของคลื่นในท่อนำคลื่น และ dA คือ พื้นที่ภาคตัดขวางของคลื่น U และ P คือ พลังงานและกำลังของตัวกำรและท่อนำคลื่นตามลำดับ โดยที่

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n_r^2 E_{\max,r}^2 V_m \quad (175)$$

และ

$$P = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n_w^2 E_{\max,w}^2 A_m v_g \quad (176)$$

n_r และ n_w คือ ดัชนีหักเหของแกนของตัวกำธรและของท่อนำคลื่นตามลำดับ V_m คือ ปริมาตรโมดยังผลของตัวกำธร A_m และ v_g คือ พื้นที่โมดยังผลและความเร็วกลุ่มของโมดท่อนำคลื่นตามลำดับ

3.4 การออกแบบวงแหวนสั่นพ้องสำหรับการแทรกสอดพลาสมอนิก

เครื่องมือการแทรกสอดแบบพลาสมอนิกประกอบด้วยสองส่วน คือ ท่อนำคลื่นที่มีความกว้าง (WGW) ในระดับนาโน และวงแหวนสั่นพ้องแพนด้าซึ่งฉาบด้วยทองคำบางมากมีความกว้างของท่อ (RRW) ในระดับนาโนเช่นกัน ดังรูปที่



รูปที่ 3.2 องค์ประกอบของเครื่องมือการแทรกสอดพลาสมอนิก

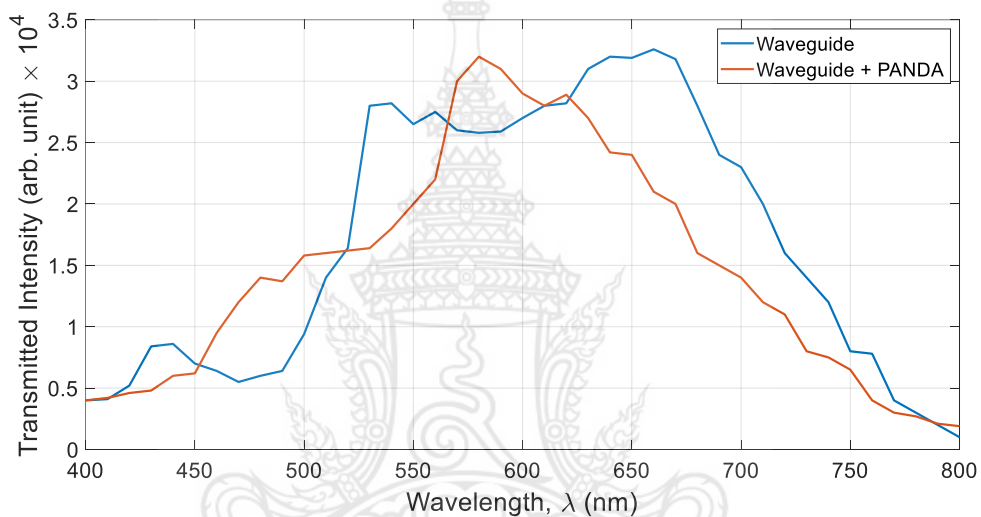
จะเกิดเหตุการณ์คล้ายกับแผนภาพเครื่องมือการแทรกสอดแบบ มาร์ช - เซนเดอร์ ดังรูปที่ 3.1 ที่บริเวณรอยต่อระหว่างวงแหวนและท่อนำคลื่นคือบริเวณที่เกิดปรากฏการณ์ HOM ขึ้น

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

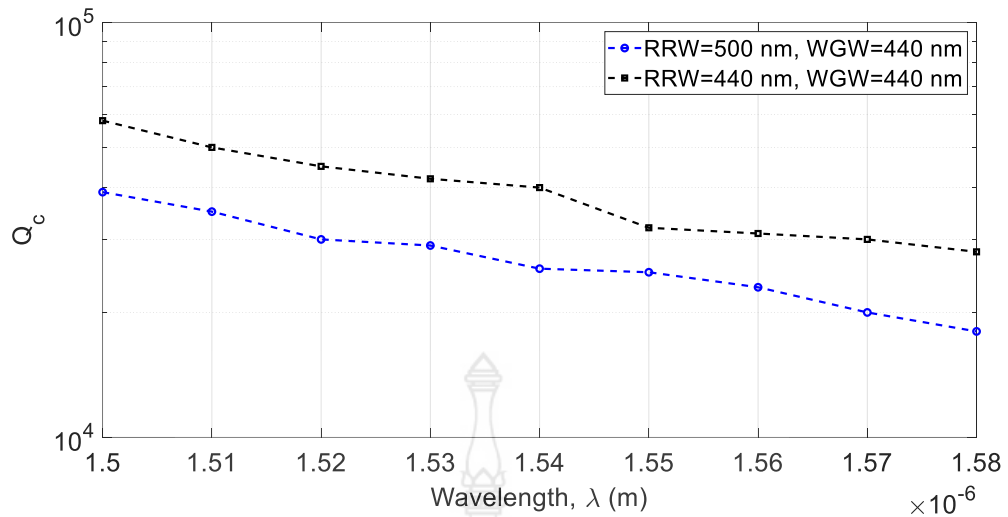
จากสมการ (172) ทำการวิเคราะห์สัญญาณเพื่อเปรียบเทียบของท่อนำคลื่นและวงแหวนสั่นพ้องสัญญาณที่ได้จากท่อนำคลื่นอย่างเดียวกับสัญญาณที่บริเวณรอยต่อท่อนำคลื่นกับวงแหวนสั่นพ้อง ได้ผลดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของสัญญาณส่งผ่านและความยาวคลื่น

ทำการวิเคราะห์สัญญาณ จากสมการ (172) เพื่อเปรียบเทียบระหว่างการขึ้นกับความกว้างของท่อนำคลื่นและความกว้างของวงแหวนสั่นพ้องสัญญาณที่ได้จากท่อนำคลื่นอย่างเดียวกับสัญญาณที่บริเวณรอยต่อท่อนำคลื่นกับวงแหวนสั่นพ้อง ได้ผลดังรูปที่ 4.2 จากรูปนี้จะพบว่าความยาวคลื่นที่ตอบสนองดีที่สุดจะอยู่ในช่วง 550 – 670 nm

เมื่อศึกษาผลกระทบต่อเนื่องเพื่อหาค่าปัจจัยเชิงคุณภาพของเครื่องมือ เมื่อ ขนาดของความกว้างของลำท่อนำคลื่นและลำท่วงแหวนสั่นพ้องระดับนาโนเมตร ที่ตอบสนองต่อความยาวคลื่น ได้ผลดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าปัจจัยคุณภาพ Q_c และความกว้างของท่อวงแหวนสั้นพ้อง (RRW) และของท่อนำคลื่น (WGW)

4.2 ผลการวิเคราะห์ศึกษาประสิทธิภาพของวงแหวนสั้นพ้องระดับไมครอน

ประสิทธิภาพของเครื่องมือการแทรกสอดแบบพลาสมอนิก มีปัจจัยคุณภาพอยู่ในระดับไม่เกิน 10^5 ซึ่งเหมาะสำหรับนำไปตรวจวิเคราะห์หรือประยุกต์ใช้งานทางด้านชีววิทยา ซึ่งเป็นอีกทางเลือกหนึ่งเช่นกัน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

ได้ออกแบบและวิเคราะห์หาปัจจัยคุณภาพของเครื่องมือการแทรกสอดแบบพลาสมอนิกซึ่งเป็นแหล่งกำเนิดเอ็นแทงเกิลโฟตอนและยอดคลื่นดักจับอนุภาคจากปรากฏการณ์โมดกระชับที่เกิดขึ้นบริเวณด้านข้างที่จุดศูนย์กลางของวงแหวนสั่นพ้องแพนด้า โดยใช้วงแหวนสั่นพ้องระดับไมครอนโดยการประยุกต์ใช้สารไม่เชิงเส้น คือ ซิลิคอนไดออกไซด์ฉาบด้วยเนื้อทองคำบางระดับนาโน ซึ่งนำมาใช้ในการศึกษาลักษณะส่อของสัญญาณของสารตัวอย่างชีวโมเลกุลได้ จากการเปลี่ยนแปลงของค่าดัชนีหักเหลักษณะเฉพาะของสารตัวอย่างที่ต้องการวิเคราะห์ได้

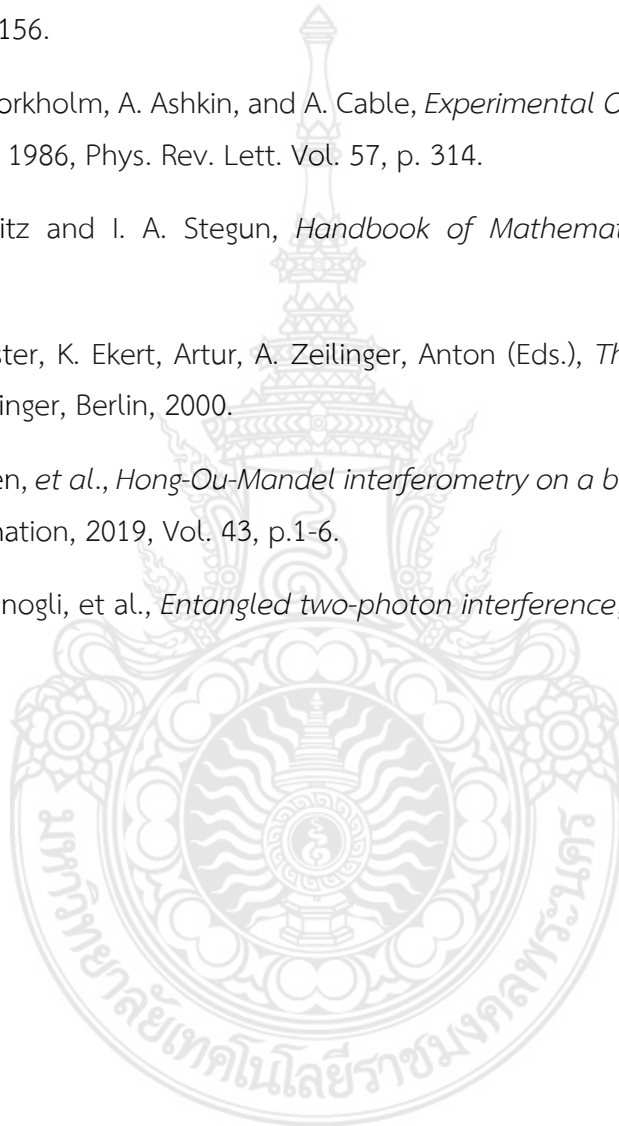
5.2 ข้อเสนอแนะ

ประสิทธิภาพของคู่เอ็นแทงเกิลโฟตอนมักจะมีช่วงชีวิตที่สั้นเนื่องมาจากมีอันตรกริยากับสิ่งแวดล้อมโดยเฉพาะผลของอุณหภูมิทั้งต่อตัวตรวจวัดด้วย จึงควรเพิ่มระบบหล่อเย็นเข้ามาในระบบเพื่อประสิทธิภาพการประมวลผลเชิงปริมาณที่ละเอียดแม่นยำและมีประสิทธิภาพมากขึ้น



บรรณานุกรม

1. P.D. Drummond and Z. Ficek, *Quantum Squeezing*, Springer, Berlin, 2004.
2. Xiao, Min, Jiang, Dong, and Yang. *Coupling Whispering-Gallery-Mode Micro Cavities with Modal Coupling Mechanism*, 2008, IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 44, Issue 11, p. 1065.
3. Ashkin, *Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure*, 1970, Phys. Rev. Lett. Vol. 24, p. 156.
4. S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, 1986, Phys. Rev. Lett. Vol. 57, p. 314.
5. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, Toronto, 1965.
6. D. Bouwmeester, K. Ekert, Artur, A. Zeilinger, Anton (Eds.), *The Physics of Quantum Information*, Springer, Berlin, 2000.
7. Yuanyuan Chen, et al., *Hong-Ou-Mandel interferometry on a biphoton beat note*, Npj: Quantum Information, 2019, Vol. 43, p.1-6.
8. Ahmad Salmanogli, et al., *Entangled two-photon interference*, 2019, Optik, Vol. 179, p. 909-913.



ภาคผนวก

นำเสนอผลงานแบบโปสเตอร์ งานประชุมวิชาการระดับนานาชาติ ICONSCI 9th จำนวน 1 เรื่อง คือ
Designing and Application of Plasmonic Interferometry



Designing and Application of Plasmonic Interferometry

Chatchawal Sripakdee^{1,a,*}

¹Physics Group, Department of Science, Faculty of Science and Technology,
Rajamangala University of Technology Phra Nakhon, Bangkok 10800, Thailand

^achatchawal.s@rmutp.ac.th

Keywords: Micro ring resonator, plasmonic, interferometry

Abstract. In this work, the symmetric nonlinear micro PANDA ring resonator Si based material with very thin golden coating which generated plasmonic interaction for interferometer are designed and analyzed. The finite difference time domain method (FDTD) is used to analyze for the input Gaussian pulse propagation within the designed waveguides and the silicon micro ring resonator. It found that this photonic device can be used as an accuracy biosensor and show the feasible and suitable for high visibility and Q factor results.

Introduction

Nowadays, nonlinear micro PANDA ring resonator is considered as the most powerful and useful photonic device to be used in many application areas in applied science and computer engineering such as photon engineering in quantum information, optical telecommunication, microsensor devices for medicine instrument or mechanical and optical accuracy measurement [1]. From the high progression of the etching and lithography technology via quantum imaging by using entangled photon, it is feasible to realize an optical micro or nanochip [2] from a very thin micro Si layer cutting by femto second laser [3]. The most advantage of a metal - coated microcavity is about plasmonic whispering gallery mode [4] which can be used in quantum communication node, especially in quantum cryptography.

The aim of this paper is about designing and investigation the nonlinear silicon plasmonic interferometry by using PANDA ring resonator to be a part of the microphotonic device.

Design and Model



Fig. 1: The symmetric nonlinear plasmonic interferometry composes of a golden coating on micro PANDA ring resonator surface, contacting with the Si based tapered waveguide with the cross section of $5 \times 5 \mu\text{m}^2$.

In this work, we apply quantum designed the micro optical device as the plasmonic interferometry based on Si wafer, unless the surface of silicon micro ring was coated by a thin gold layer to generate surface plasmon, from the principles of condensed matter physics, to achieve some optical properties. Plasmon are produced from the interaction of light with metal-dielectric materials. Its configuration is showed in Fig. 1.

By itself, nonlinear micro PANDA ring resonator works on the principle of total internal reflection, constructive interference and optical coupling in visible light regime. For the specific purpose, the designing this kind of ring resonator depends always on three mains constants i.e., firstly the coupling constant κ between the nonlinear micro ring resonator and nonlinear tapering micro fibers, secondly is of the transmission coefficient t in micro tapering fiber itself, where, at the contacting surface, their relations are $|\kappa|^2 + |t|^2 = 1$ and finally the ring radius r . So the relation between the complex mode amplitude of electric field propagating in the tapering nonlinear micro fiber, E_{t1} and the electric field propagating in the micro PANDA ring resonator E_{t2} attenuating between the contacting surface are described by the matrix [5]

$$\begin{pmatrix} E_{t1} \\ E_{t2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & \kappa \\ -\kappa^* & t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i1} \\ E_{i2} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where $*$ denotes complex conjugate value of κ and t , respectively. However, after the propagation many round trip there occur the loss inside the ring. This can be explained via the loss coefficient of the ring, α , if zero loss, $\alpha = 1$.

In generally, for the sake of simplification in simulation purpose, we always set the amplitude of input field in the bus to be one, i.e., $E_{i1} = 1$, then the amplitude of the electric field in the ring can be explained as

$$E_{i2} = \alpha e^{i\theta} E_{i2} \quad (2)$$

where $i = \sqrt{-1}$, $\theta = \omega L/c$, L is the circumference of the ring, $L = 2\pi r$, r being the radius of the ring, c being the phase velocity of the ring, $c = c_0/n_{\text{eff}}$ where c_0 is the vacuum speed of light and n_{eff} is the refractive index of the ring. In other word, θ can be explained in term of the ring's refractive index as

$$\theta = 4\pi^2 n_{\text{eff}} \frac{r}{\lambda} \quad (3)$$

where λ is the wavelength of propagation electric field. Substitute E_{i1} into Eq. (1) we then obtain

$$E_{t1} = \frac{-\alpha + te^{-i\theta}}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}}, \quad (4)$$

$$E_{i2} = \frac{-\alpha \kappa^*}{-\alpha t^* + e^{-i\theta}}$$

$$E_{t2} = \frac{-\kappa^*}{1 - \alpha t^* e^{i\theta}}. \quad (5)$$

$$, \quad (6)$$

In the resonance mode, the circulating power P_{i2} in the ring and the transmission power P_{t1} in the output waveguide are given by

$$P_{i2} = \frac{\alpha^2(1 - |t|^2)}{(1 - \alpha|t|)^2} \quad (7)$$

$$P_{t1} = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2} \quad (8)$$

Consequently, the finesse F and the quality factor Q are derived in the form

$$\mathcal{F} = \frac{\pi t}{(1 - t^2)}, \quad (9)$$

$$Q = \frac{n_{\text{eff}} L}{\lambda} \mathcal{F}, \quad (10)$$

if $\kappa \ll 1$ then $F \approx \pi/\kappa^2$.

In simulation technique, the Gaussian laser pulses of wavelength $1.550 \mu\text{m}$ are launched into the waveguide as showed in Fig. 1. In mathematically, it is easy to express the input Gaussian pulse of electric field, assuming polarization in the z direction and propagation in the $+x$ direction,

$$E(r, z) = E_0 \hat{y} \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-i\left(kz + k\frac{r^2}{2R(z)} - \psi(z)\right)\right), \quad (11)$$

where r is the radial distance from the center axis of the beam, z is the axial distance from the beam's focus (or "waist"), $k = 2\pi/\lambda$ is the wave number, $E_0 = E(0,0) = 1$ for the simple numerical technique, the electric field amplitude (and phase) at the origin at time

0, $w(z)$ is the radius at which the field amplitudes fall to $1/e$ of their axial values at the plane z along the beam, w_0 is the waist radius, $R(z)$ is the radius of curvature of the beam's wavefronts at z , and $\psi(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$, where z_R is the Rayleigh length and $z = 0$ corresponds to the position of the beam waist, is the Gouy phase at z , an extra phase term beyond that attributable to the phase velocity of light.

In the next section we will give the numerical results to examine the model such as the relative power, q factor and comparing the signal from reference arm with the ring arm.

Results and Discussion

Having launched the Gaussian pulses into the two tapered waveguide arms as showed in Fig. 1, so the results of field propagating intensity has been achieved as show in Fig. 2. The signals from the

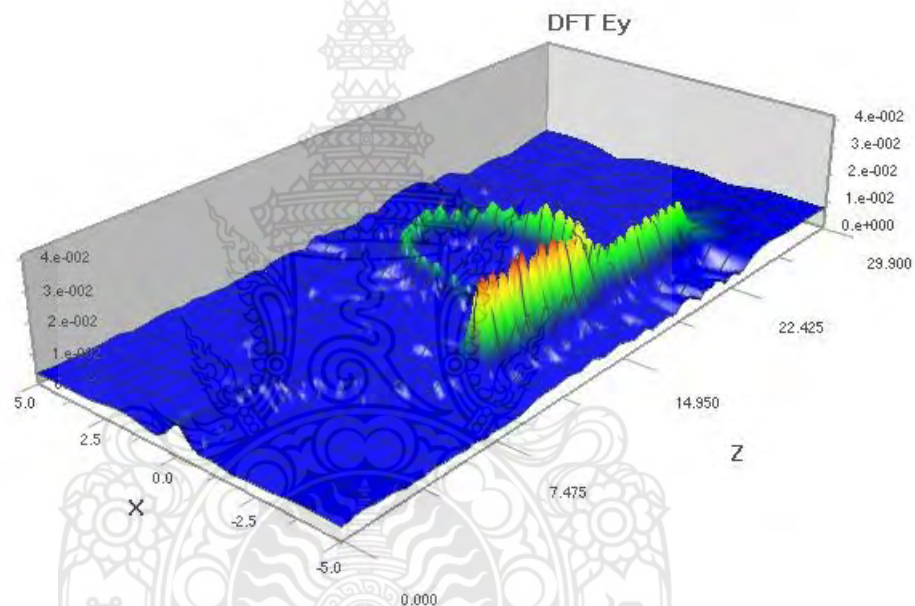


Fig. 2: The propagation of electric field within the nonlinear waveguides was simulated for relative power with respect to the narrow bandwidth laser pulses in Gaussian configuration between the tapered waveguide and the micro PANDA ring resonator.

reference arm and the golden ring interfered arm show more details in Fig. 3. The nonsmooth lines indicate that plasmonic interaction inducing plasmon frequency rather small since the major input signals match with the ring radius and attain the specific resonant frequency.

The final result, we simulate for the quality factor Q for this microphotonic interferometry device

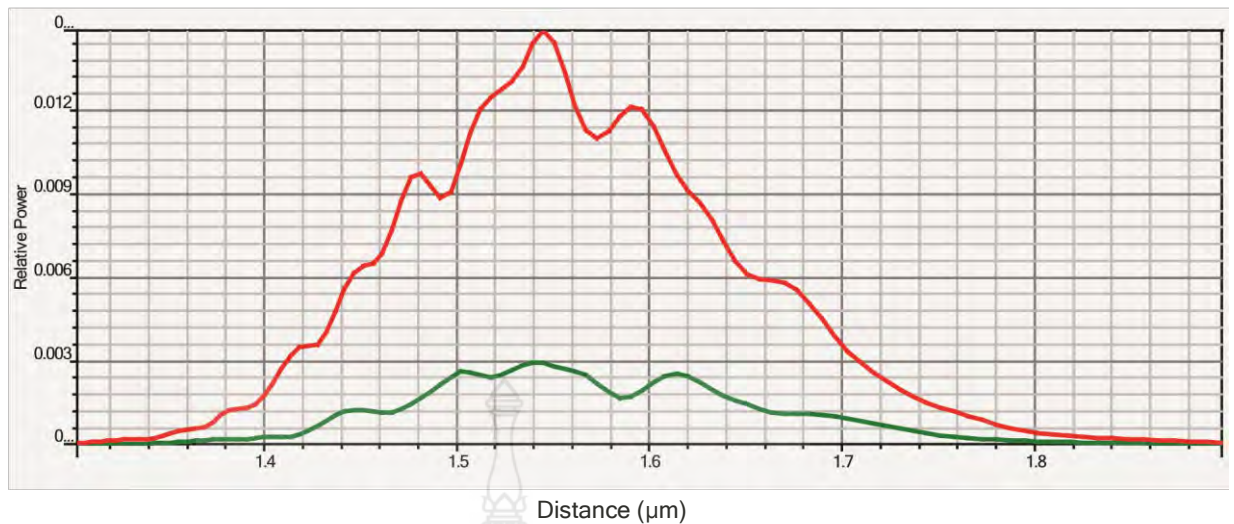


Fig. 3: The received relative power signals from the two parallel arms show the shifting and absorbed from plasmonic- photon interaction. The red is of the reference arm and the green is of the golden coated micro PANDA ring resonator.

with varying transmission coefficient t at the contacting Si-gold surface, the result is showed in Fig. 4.

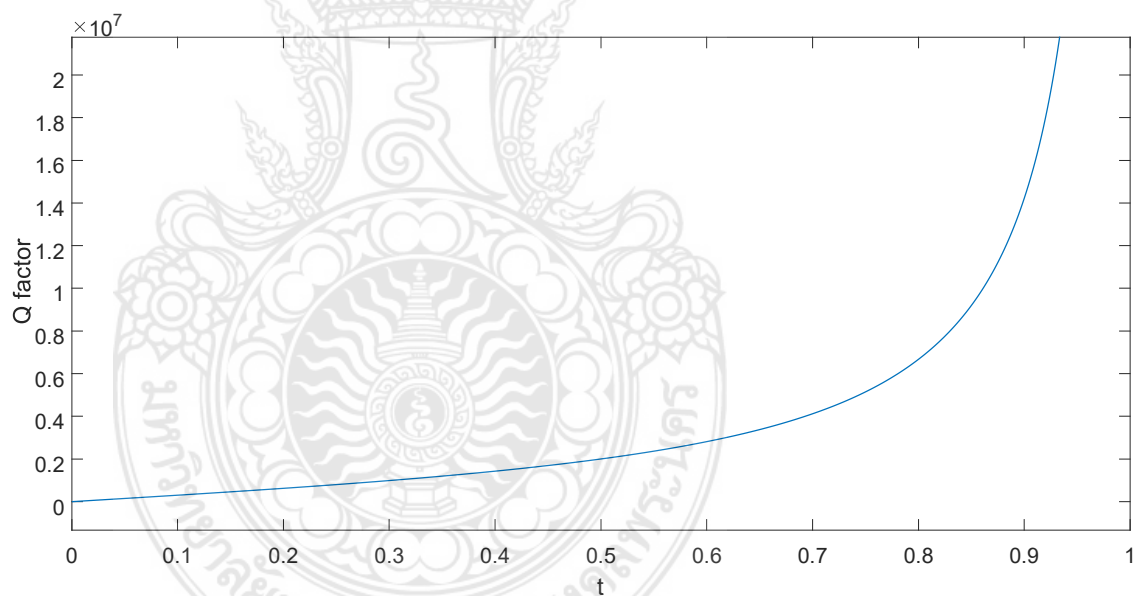


Fig. 4: The transmission coefficient vs. Q factor was showed within the possible range of t .

Conclusion

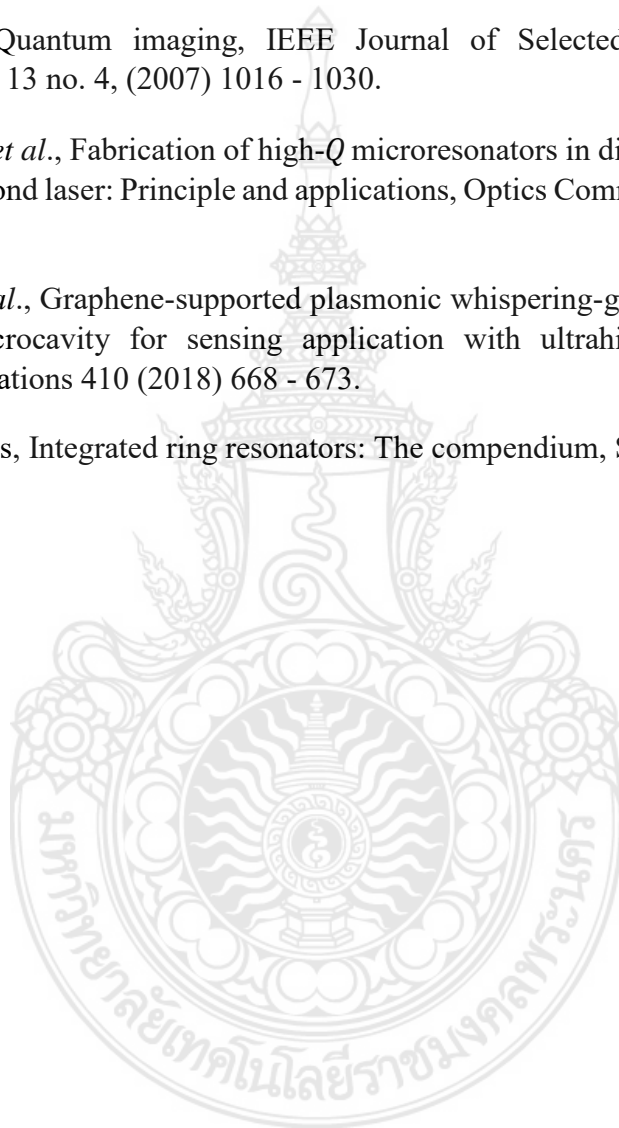
In this work, we designed plasmonic interferometry by using the silicon micro PANDA ring resonator coating with nano gold layer and compared the two accuracy signals. The results showed the feasible to be fabricated with quantum imaging process to get the precise and compact biosensors or medicine biosensor as well.

Acknowledgements

The author would like to acknowledge Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Phra Nakhon, for the financial support.

References

- [1] W. Bogarates, *et al.*, Silicon microring resonators, *Laser & Photonics Rev.* 6 (2012) 47 - 73.
- [2] Y. Shih, Quantum imaging, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 13 no. 4, (2007) 1016 - 1030.
- [3] M. Wang, *et al.*, Fabrication of high-*Q* microresonators in dielectric materials using a femtosecond laser: Principle and applications, *Optics Communications* 395 (2017) 249 - 260.
- [4] H. Fan, *et al.*, Graphene-supported plasmonic whispering-gallery mode in a metal-coated microcavity for sensing application with ultrahigh sensitivity, *Optics Communications* 410 (2018) 668 - 673.
- [5] D. G. Rabus, *Integrated ring resonators: The compendium*, Springer (2007), p. 4.



ประวัติผู้วิจัย

ดร.ชัชวาล ศรีภักดี สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีจากวิทยาลัยครุนครราชสีมา วุฒิการศึกษา ค.บ. (ฟิสิกส์) พ.ศ. 2536 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทจากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย วุฒิการศึกษา วท.ม. (ฟิสิกส์) พ.ศ. 2542 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาเอกจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง วุฒิการศึกษา ปร.ด (ฟิสิกส์ประยุกต์) พ.ศ. 2550 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งอาจารย์ สังกัดกลุ่มวิชาฟิสิกส์ สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ดร.ชัชวาล ศรีภักดี มีความสนใจในหัวข้อการวิจัยทางด้านฟิสิกส์เกี่ยวกับสารสนเทศเชิงควอนตัม ทัศนศาสตร์เชิงควอนตัม วัสดุเชิงแสงระดับไมครอน การจำลองสถานการณ์ โดยมีผลงานวิจัยได้รับการตีพิมพ์ระดับนานาชาติมากกว่า 10 เรื่อง

